金属与电磁波的相互作用

再考虑金属电导率问题时，我们采用了 Drude 模型，这种模型建立在长波近似的前提下，也就是说电子的活动范围远远小于电磁波的波长，最大位移 Smax<<λ，事实上，这样一种近似也就限制了 Drude 模型的适用范围，也即频率的最大值。

根据速度表达式：（已经取实部）

$$V(t)=\frac{eE}{m\sqrt{\omega^2+1/\tau^2}}\cos(\omega t+\phi) \qquad (1)$$

求得位移表达式：

$$S(t)=\frac{eE}{m\omega\sqrt{\omega^2+1/\tau^2}}\sin(\omega t+\phi) \qquad (2)$$

由振幅远远小于波长可得：

$$\frac{eE}{m\omega\sqrt{\omega^2+1/\tau^2}}<<\lambda=\frac{2\pi c}{\omega} \qquad (3)$$

代入具体数值：

$$\omega^2>>10^4E_0^2-(1/\tau)^2 \qquad （4）$$

事实上，金属的迟逾时间大约为 10^-14s，因此在电场不是特别大的时候，上式总是成立的，换句话说，只要电子与电磁波的相互作用仅仅是**经典**（不涉及到诸如光电效应等量子现象）的作用，则 Crude 模型总是可以接受的。

再推导 Crude 模型时，我们并没有考虑电磁波**磁场**的影响，那如果将磁场的影响也考虑进来，可得：

$$m\frac{dv}{dt}=eE-\frac{mv}{\tau}+ev\times B \qquad （5）$$

此微分方程涉及乘法运算，因此不能直接用**复矢量**计算，因此令 B=Bcos(ωt+ϕ)，其中考虑了磁场与电场之间的相位差，而仍将其余矢量运用复矢量计算。令电场方向为 x 方向，磁场为 y 方向。可求得：

$$v_x=\frac{eEe^{-i\omega t}}{m/\tau-im\omega+\frac{e^2B^2\cos^2(\omega t+\phi)}{m/\tau-im}};$$

对时间求平均

$$v_x=\frac{eEe^{-i\omega t}}{m/\tau-im\omega+\frac{\frac{1}{2}e^2B^2}{m/\tau-im\omega}} \qquad (6)$$

根据速度表达式，推出：

$$j_x = \frac{n_e e^2 E e^{-i\omega t}}{m/\tau - im\omega + \frac{\frac{1}{2}e^2 B^2}{m/\tau - im\omega}} \qquad (7)$$

考虑到电磁波本身磁场往往时很小的，因此容易看出，7 式分母第一项必定远远大于第二项，显然，这就回到了不考虑磁场影响所求的表达式。因此 Crude 模型不考虑磁场贡献是有道理的。事实上，通常电子的运动速度都远远小于光速，如果设入射电磁波单位体积能量为 1J 的话，由 1 式可求得速度 v~10^3m/s。也就是说磁场力相比于电场力忽略不计了。

由 Crude 模型所求得的金属电导率是一个复数，很容易证明，其实部表示电场对电子做功的大小。那么其虚部表达什么意义呢？如果不考虑电子在金属中所受到的散射力，则 Crude 模型中电子的受力将简单地变为：

$$m\frac{dv}{dt} = eE \qquad (8)$$

$$v = \frac{ieE}{m\omega} \qquad (9)$$

显然速度与电场仅仅是相差π/2 个相位，计算 E*j 的时间平均为零。电场对电子一会做正功，一会做负功，表现为能量在电场能和电子动能之间不停地震荡。如果再加上散射力的影响，则电子动能会额外因为碰撞杂质而丧失，实部也就由此而来。可以给出一个大致的估算，电子的最大位移如果小于杂质之间的平均间隔，则可以近似认为电子不再受到散射作用。

$$S_0 < l/2 \approx \frac{1}{4}\tau v_0 \qquad (10)$$

$$\frac{eE}{\omega m}\frac{1}{\sqrt{\omega^2 + 1/\tau^2}} < \frac{1}{4}\tau\frac{eE}{m}\frac{1}{\sqrt{\omega^2 + 1/\tau^2}} \qquad (11)$$

$$\omega > \frac{4}{\tau} \qquad (12)$$

对于普通金属，入射波长大于 5000nm 时，则基本不再呈现吸收项。因此对于可见光的照射，电子便被束缚在小范围内，由（2）式可求得电子的平均移动范围约为~10^-3A，远远小于原子之间的间距，因此完全有理由把金属中的“自有电流”看作束缚电流来处理。