我们考察了2件事件，事件1：某一点S发出电磁波，事件2：某一点P在$t_2=0$时收到电磁波。
电荷所在空间位置。

设 $\vec{r}_2=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$，$t_2=0$，此时还未达，$t_2=0$ 在S系有事件：S系原点与S'系原点重合。

将事件2的时空坐标变换到S'系：

得，事件2在S'系的坐标：$x_2'=\gamma x$，$y_2'=y$，$z_2'=z$，$t_2'=-\beta\gamma\frac{x}{c}$

$$其中\ \gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}},\quad \beta=\frac{v}{c}$$

现在，我们要在S系中求电磁辐射，由于 $J_{s'}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\\ic\rho\end{pmatrix}$

$$变换到S系\ J_s=a^T J_{s'}=\begin{pmatrix}\gamma&0&0&-i\beta\gamma\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\i\beta\gamma&0&0&\gamma\end{pmatrix}J_{s'}=\begin{pmatrix}\beta c\gamma\rho\\0\\0\\\gamma\rho\end{pmatrix}$$

也就是说，S'系中看起来是静电场，而S系中是一个电荷密度 $\rho_s=\gamma\rho$ 且以速度 $\beta c=v$ 前行的电荷产生的电磁辐射，这个很好理解。

具体给出 $\rho_s=\gamma\rho=\gamma q\delta(x')\delta(y')\delta(z')=\gamma q\delta(\gamma x)\delta(y)\delta(z)$

$$=\frac{\gamma}{|\gamma|}q\delta(x)\delta(y)\delta(z)$$

∴在S系，点电荷电量 $q_s=q$。

由此可以代入李纳-维谢尔势中求电场：

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{q_s}{K^3}\left(\vec{R}-\frac{R\vec{v}}{c}\right)\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)+\frac{q_s}{cK^3}\vec{R}\times\left[\left(\vec{R}-\frac{R\vec{v}}{c}\right)\times\vec{v}\right]\right\}$$

由于 $\vec{v}=v\vec{e}_x$，故后一项消失，即 $\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_s}{K^3}\left(\vec{R}-\frac{R\vec{v}}{c}\right)\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\right]$

$$式中\ K=\left(R-\vec{R}\cdot\frac{\vec{v}}{c}\right)$$

现在唯一的问题就是 R，由于推迟效应 R应该是事件2与事件1发生时两处空间坐标的距离

即 $\vec{R} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1(t_1)$ 而 $t_1 = t_2 - \frac{R}{c}$

我们已经知道事件2在S系和S'系中的时空坐标，现在只需求出事件1在S系中的时空坐标，则 R, t_1 均可知道。

S'中是静电场，电荷总在 $\vec{r}_1' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 处，则在 $t_2' = -\beta\gamma\frac{x}{c}$ 时，$\vec{r}_2'$ 处收到的电场应该是 $t_1' = -\beta\gamma\frac{x}{c} - \frac{\sqrt{\gamma^2x^2+y^2+z^2}}{c}$ 时发出的。

再进行洛伦兹变换，就可以知道事件1在S系坐标，计算结果如下：

S'系 $x_1' = 0$，$y_1' = 0$，$z_1' = 0$，$t_1' = -\beta\gamma\frac{x}{c} - \frac{\sqrt{\gamma^2x^2+y^2+z^2}}{c}$

$x_2' = \gamma x$，$y_2' = y$，$z_2' = z$，$t_2' = -\beta\gamma\frac{x}{c}$

S系：$x_1 = -\beta^2\gamma^2 x - \beta\gamma\sqrt{\gamma^2x^2+y^2+z^2}$，$y_1 = 0$，$z_1 = 0$，$t_1 = -\beta\gamma^2\frac{x}{c} - \frac{\gamma}{c}\sqrt{\gamma^2x^2+y^2+z^2}$

$x_2 = x$，$y_2 = y$，$z_2 = z$，$t_2 = 0$.

稍加计算可以知道，$\frac{x_1}{v} = t_2 - t_1$，的确在 $t_2 = 0$ 时还有S'系与S系原点重合这一事件。

利用之上的结果可以有 $\vec{R} = \begin{pmatrix} x - x_1 \\ y \\ z \end{pmatrix}$，$R^2 = y^2 + z^2 + [x + \beta^2\gamma^2 x + \beta\gamma\sqrt{\gamma^2x^2+y^2+z^2}]$

$\therefore R = \beta\gamma^2 x + \gamma\sqrt{\gamma^2x^2+y^2+z^2}$

$$K = R - \frac{(x-x_1)v}{c}$$

$$= \beta\gamma^2 x + \gamma\sqrt{\gamma^2x^2+y^2+z^2} - \beta(x + \beta^2\gamma^2 x + \beta\gamma\sqrt{\gamma^2x^2+y^2+z^2})$$

$$= \frac{1}{\gamma}\sqrt{\gamma^2x^2+y^2+z^2}$$

$$\vec{R} - \frac{R}{c}\vec{v} = \begin{pmatrix} x - x_1 \\ y \\ z \end{pmatrix} - \frac{R}{c}\begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - x_1 - \beta R \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \vec{r}_2$$

统统代入场强表达式：$\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\gamma^2}\frac{\overrightarrow{R-Rv}}{K^3}$

则 $\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{\gamma^2}\frac{\gamma^3}{(\gamma^2x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\cdot\vec{r}_2$

$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\gamma}{(\gamma^2x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\vec{r}_2$

$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\vec{r}_2}{\gamma^2\left[x^2+\left(\frac{y}{\gamma}\right)^2+\left(\frac{z}{\gamma}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$ 与 P282 的结果一致.

0730110086