

中国货币市场的利率期限结构动态估计

这里对利率期限结构动态估计的思路，将Vasicek模型和CIR模型运用于我国货币市场中的银行间同业拆借市场，来拟合银行间同业拆借利率的期限结构。

一、利率期限结构动态均衡模型

1、Vasicek 模型

在 Vasicek 模型中，短期利率 r 的变动为以下形式的随机过程：

$$dr = k(\theta - r)dt + \sigma_r dz$$

这里， $k(\theta - r)$ 为漂移系数， σ_r 是波动系数， $z(t)$ 为维纳过程。在时间增量 dt 过程中，短期利率的微小变化 dr 以 k 的速率恢复到均值水平 θ 。第二项波动项包含了不确定性， dz 代表了一个正态分布，均值为 0，方差是 dt 。短期利率 r （严格而言是 $r(t)$ ）被假定为 t 时刻的连续复利瞬间利率。

假定目前的瞬间利率 $r(t)$ ，则未来某一时点 s 其瞬间利率的条件期望值和方差为：

$$E_t[r(s)] = \theta + [r(t) - \theta]e^{-k(s-t)}, \quad t \leq s$$

$$\text{Var}_t[r(s)] = \frac{\sigma^2}{2k}(1 - e^{-2k(s-t)}), \quad t \leq s$$

给定风险价格 λ ，在时点 t 时，到期日为 T 的零息票价格为：

$$P(t, T, r) = \exp\left[\frac{1}{k}(1 - e^{-k(T-t)})(R(\infty) - r) - (T - t)R(\infty) - \frac{\sigma^2}{4k^3}(1 - e^{-k(T-t)})^2\right]$$

$$\text{其中， } R(\infty) = \theta + \sigma^2 \lambda / k - \frac{\sigma^2}{2k^2}$$

而利率期限结构为：

$$R(t, T) = R(\infty) + (r(t) - R(\infty))\frac{1}{kT}e(1 - e^{-kT}) + \frac{\sigma^2}{4k^3T}(1 - e^{-kT})^2$$

Vasicek 模型要求短期利率的三个参数（ k 、 θ 和 σ ）必须根据历史数据估计出来。但是，Vasicek 模型的一个显著的缺陷就是有时候产生负利率。

2、CIR 模型

1981 年科克斯（J.C.Cox）、英格索尔（J.E.Ingersoll）和罗斯（S.A.Ross）三名美国经济学家在《金融杂志》9 月号上发表了题为《对利率期限结构传统理论的重新检讨》一文，成为用总体均衡方法来分析利率期限结构的经典性文献，他们三人于 1985 年发表在《计量经济学》杂志 3 月号的两篇论文《资产定价的中期一般均衡模型》、《关于利率期限结构的一种理论》提出了被后人称为 CIR 模型的利率期限结构理论。

Cox, Ingersoll 和 Ross（1985）提出的 CIR 模型的初衷是为了克服 Vasicek 模型的利率可以为负的缺陷。该模型的一个最大的优点在于，它同时可以模拟较长期利率的时间行为。

但也有一个不当之处，就是当因素从单个扩展到多个时，再假定每个因素都是非负的显然有点不合理。若假定所有因素的和是非负的，则是较为合理的。

$$dr = k(\theta - r)dt + \sigma\sqrt{r}dz$$

随机项的标准差正比于 \sqrt{r} ，这意味着其标准差随着短期利率的上升而上升。

CIR模型的一个最基本的特征是利率变动过程的内生性，且该利率变动过程是一个时间连续的一阶自回归均值回复过程，其长期值是 θ 。同时，在CIR模型中债券的价格只依赖于一个随机变量：即期利率，因此，这个模型是一个单因子模型。

$$B(T) = \frac{2(\exp(\phi_1 T) - 1)}{\phi_4}$$

$$B(T) = \left[\frac{2\phi_1 \exp(\phi_2 T / 2)}{\phi_4} \right]^{\phi_3}$$

其中， $\phi_1 = \sqrt{k^2 + 2\sigma^2}$ ， $\phi_2 = k + \phi_1$ ， $\phi_3 = 2k\theta / \sigma^2$ ， $\phi_4 = 2\phi_1 + \phi_2(\exp(\phi_1 T) - 1)$ 。

二、数据说明：银行间同业拆借利率是我国货币市场上主要的利率品种，也是我国最早市场化的利率。同业拆借利率不仅是各国中央银行调控经济的工具，同时也是商业银行决定贷款利率与存款利率的重要标准之一。我国的同业拆借市场数据统计始于1996年1月，这里选取2005年1月1日至2008年1月1日间的银行间7天同业拆借利率数据，并将单利的拆借利率转换为等价连续复利的数值，转换方程如下：

$$r(t) = \frac{1}{\Delta t} \ln[1 + R(t)\Delta t]$$

其中 Δt 是拆借期限，例如对7天同业拆借利率来说， $\Delta t = 7/365$ 。

估计方法：基于利率期限结构动态模型的估计方法较多，不同的研究中采用了不同的参数估计方法。由于模型的可靠性和适用性取决于有效的、准确的参数估计，而不同的估计方法又使得参数的估计有着明显的不同，在实践中也是众说纷纭。就均衡模型的参数估计来说，主要可以分为三类：纯时间序列数据方法、纯截面数据方法和混合时间序列/截面数据方法，这三种方法也将我们计量经济中常用的针对上述三类数据的处理模式涵盖了。第一种方法主要是采用了短期无风险利率的时间序列数据对模型进行估计。Ogden(1987)曾经用这种方法对CIR模型参数进行了估计，Ogden在估计过程中采用了极大似然法。国内也有一些学者采用时间序列数据，对Vasicek和CIR模型作了经验研究并在估计过程中分别采用了回归和GMM(广义矩估计)方法。第二种方法采用某个时间点各种债券价格的截面数据对模型进行估计。由于在单因子模型下，影响债券价格的惟一因素就是短期利率，因此参数的估计原理是以参数来表示债券的理论价格，并使理论价格与市场实际价格的误差最小化来估计出参数。第三种方法为了克服以上两种方法的一些缺陷，将时间序列数据和截面数据综合起来对参数进行估计。理论上说，这些估计方法都有各自的优势和缺陷，参数估计的精确性以及稳定性往往与原始数据有关，模型的效果更多是通过模型外推过程中得以检验。这里，选择第一种方法，通过极大似然估计，来拟合CIR和Vasicek模型参数，拟合结果如图1所示。

CIR and Vasicek simulation

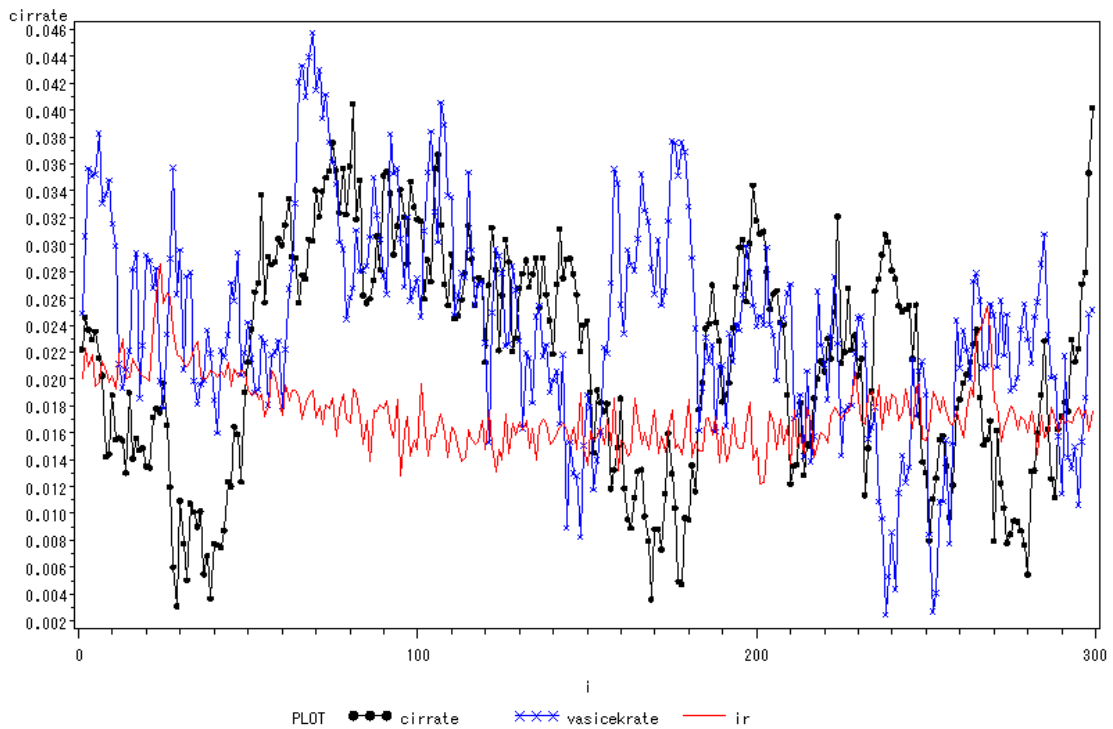
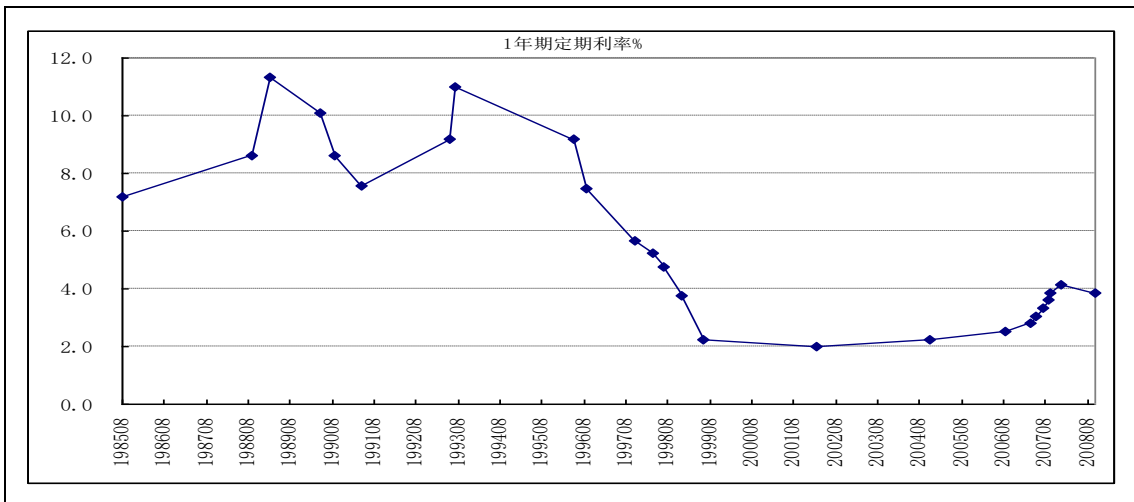


图1：模型模拟利率与实际利率图

从图1可以发现，用Vasicek模型和CIR模型模拟出来的利率变动过程是很接近的，对于实际利率过程的变动趋势也能较好的反应。但是，实际的利率过程往往存在一些突变的现象，这些突变往往是统计模型所难以把握的，体现在模型拟合的结果则为与实际利率的变动存在多处背离。在2005-2007年的样本期间，随着通胀的出现，央行曾上调存款准备金率13次、上调基准利率7次，从而使得银行间7天拆借利率数据的波动加剧，模型难以很好的体现这种突变。尽管不少研究规避具有突变的样本点，选取原始数据稳定的样本期间，但很难从根本上克服期限结构动态模型基于历史时间序列的特点，这是在模型估计以及运用中需要注意的。



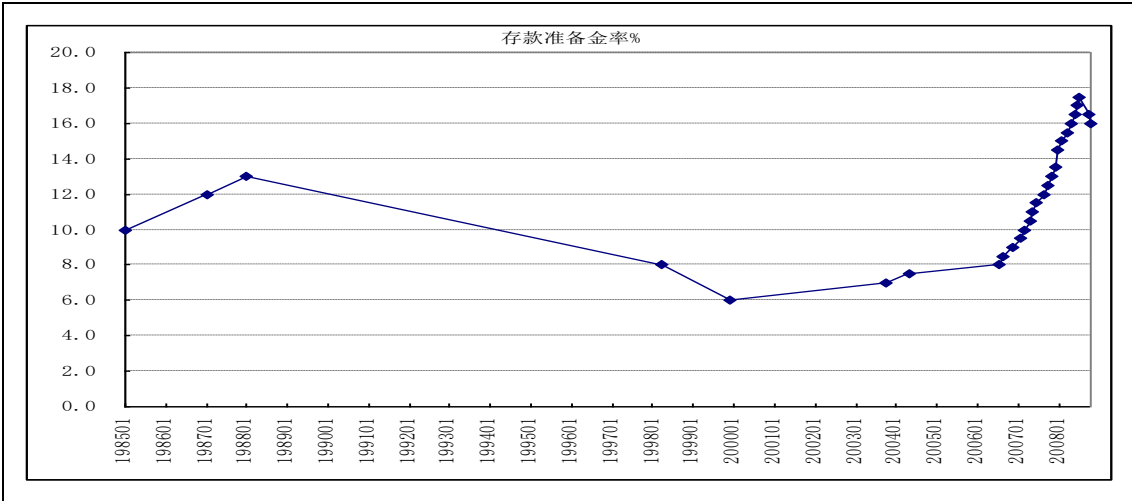
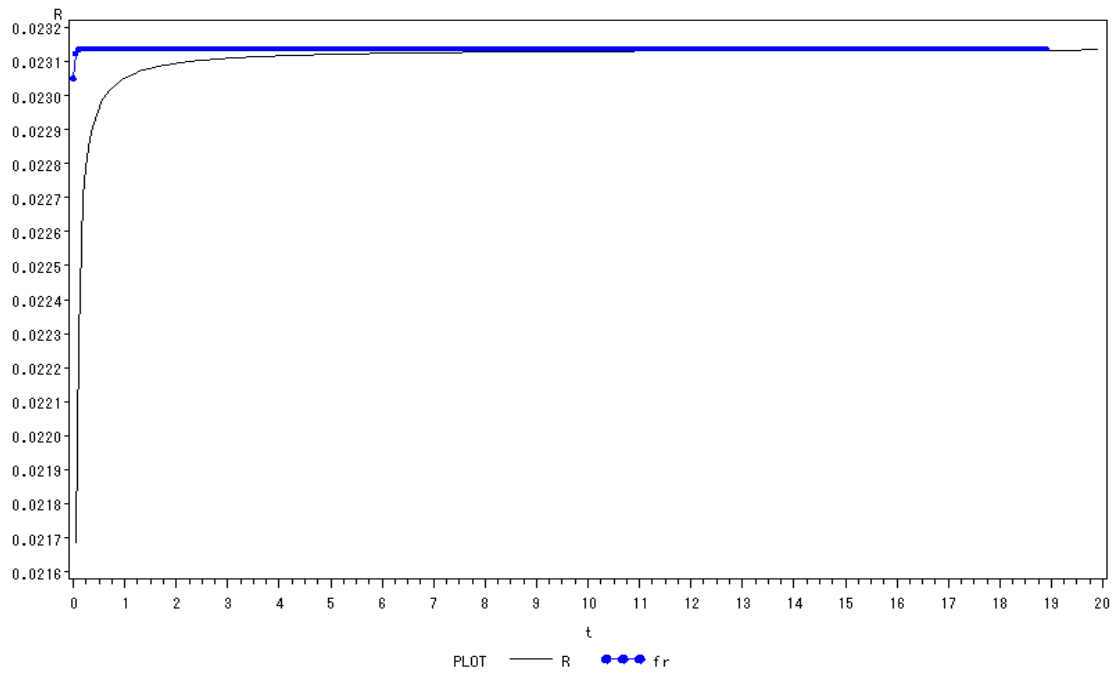


图2: 我国1年期存款利率与准备金率变动序列图

由“利率期限结构模拟结果”图所示，Vasicek模型和CIR模型推导出来的利率期限结构均为经典的向上的利率期限结构曲线。两个模型推导出来的即期利率(图中R曲线)迅速上升，而后趋于平缓，并稳定于2.31%左右。根据预期理论，这样的即期利率曲线将预期未来的短期利率仍然处于上升趋势，曲线在远端比较平缓则预示着利率上升的趋势也比较平缓，这可以从远期利率(图中 f_r 曲线)多处于平缓的走势中得到印证。

CIR model



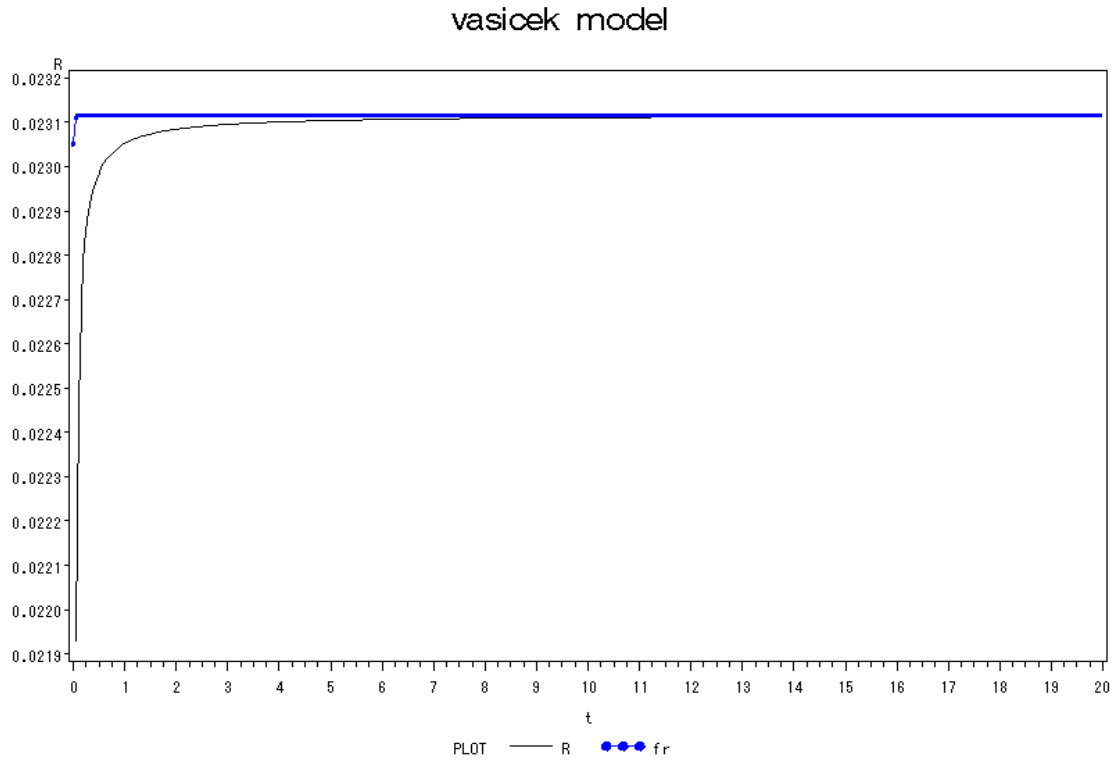


图3：利率期限结构模拟结果

从CIR模型和Vasicek模型的拟合结果来看，虽然两个模型的拟合结果相似，但是由于实际中存在着大量的突变数据使得模型的拟合结果与实际利率的走势之间存在着某些背离，因此在实际运用中需要注意。目前境外学者提出了对短期利率模型的修改，就是考虑在短期利率模型中引入跳过程(jump process)值得参考。同时，就利率期限结果的模拟结果来看，两个模型对应的利率期限结果均体现了平缓向上的曲线特征，这比较符合2005-2007年整体从紧的货币政策下的利率取向特征。需要注意的是，动态模型拟合的利率期限结果一如静态模型拟合的期限结构一样，其最终的效力是体现于债券的定价中，观察拟合的误差结果是否在可以接受范围之内；事实上由于模型本身仅用于债券理论价格的定价，在实际交易中更多的考虑资金供求和对该债券供求，因此实际价格会在一定程度上有别于理论价格。