

介质中磁化极化能量讨论

09300190010 周之光

- ▶ 问题回顾
 - ▶ 电磁总能量的表达式
 - ▶ 场源固定
 - ▶ 电势固定
 - ▶ 矢势固定
 - ▶ 电流密度固定
- 电场
- 磁场

问题回顾

▶ 极化能与磁化能的计算

$$u - u_0 = \frac{1}{2} (\vec{D} \cdot \vec{E} + \vec{B} \cdot \vec{H}) - \frac{1}{2} (\epsilon_0 \vec{E} \cdot \vec{E} + \vec{B} \cdot \vec{B} / \mu_0) = \frac{1}{2} \vec{P} \cdot \vec{E} - \frac{1}{2} \vec{M} \cdot \vec{B}$$

其中包含的极化磁化能被扣除

应计算系统有效能密度，再对真空场下的能量密度作差

排除外界能量补充的体系总能

电磁能量的表达式

▶ 电场:

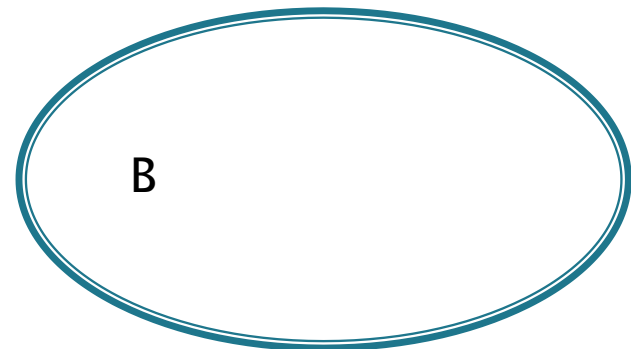
$$W = \frac{1}{2} \int \Phi \rho d\tau$$



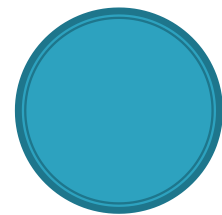
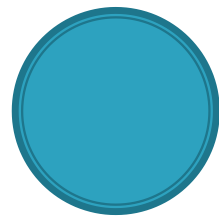
$$\delta W = \frac{1}{2} \int (\rho \delta \Phi + \Phi \delta \rho) d\tau$$

▶ 磁场:

$$W = \frac{1}{2} \int \vec{A} \cdot \vec{J} d\tau$$

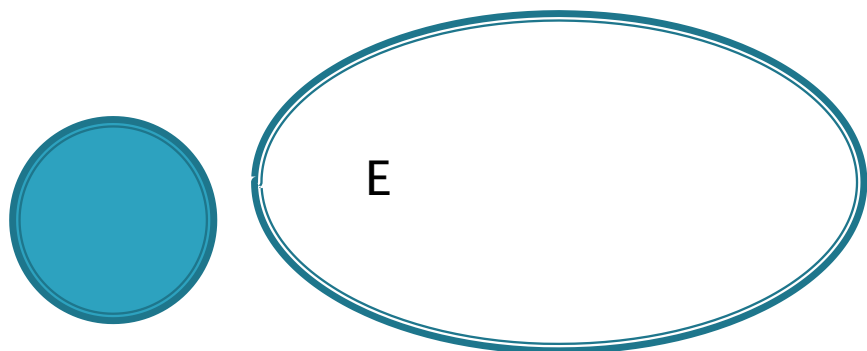


$$\delta W = \frac{1}{2} \int (\vec{A} \cdot \delta \vec{J} + \vec{J} \cdot \delta \vec{A}) d\tau$$



电场：场源固定

- ▶ 保持电势不变，放入电介质，场源发生改变



Φ 不变

ρ 变化

- ▶ 通过外界能量输入或内部能量输出使得场源恢复



ρ 恢复

▶ 第一步:

$$\delta\Phi = 0 \quad \longrightarrow \quad \delta W_E = \frac{1}{2} \int \Phi \delta\rho d\tau$$

▶ 第二步:

$$\delta W_E' = \frac{1}{2} \int (\rho\delta\Phi' + \Phi\delta\rho') d\tau \quad \delta\rho' = -\delta\rho$$

相等

$$\delta W_E' = -2\delta W_E$$

$$\varepsilon_0 \longrightarrow \varepsilon$$

$$\begin{aligned} W - W_0 &= \Delta W_E + \Delta W_E' && \text{本构关系} \\ &= \frac{1}{2} \int \vec{P} \cdot \vec{E}_0 d\tau - \int \vec{P} \cdot \vec{E}_0 d\tau \\ &= -\frac{1}{2} \int \vec{P} \cdot \vec{E}_0 d\tau \end{aligned}$$

因此，在场源固定的情况下，不需要有外界能量的输入
系统有效能就是其系统总能

$$\delta\rho = 0 \longrightarrow \delta W_E = \frac{1}{2} \int \rho \delta\Phi d\tau$$

根据本构关系：

$$\delta W_E = \frac{1}{2} \int \vec{D} \cdot \delta \vec{E} d\tau \longrightarrow \delta W_E = \frac{1}{2} \int \delta \vec{D} \cdot \vec{E} d\tau$$

系统等效能密度：

$$u_E = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E}$$

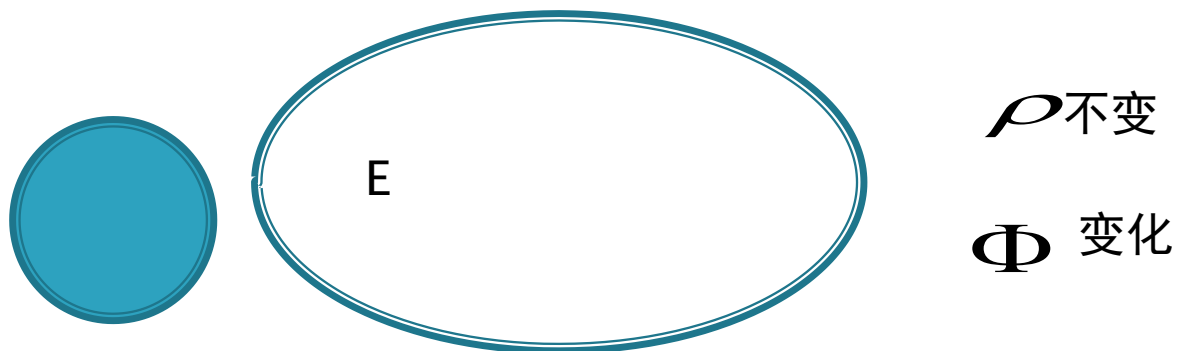
- ▶ 作差积分计算极化能密度：

$$\begin{aligned}W_E - W_{E_0} &= \frac{1}{2} \int (\vec{E} \cdot \vec{D} - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0) d\tau \\ &= -\frac{1}{2} \int \vec{P} \cdot \vec{E}_0 d\tau\end{aligned}$$

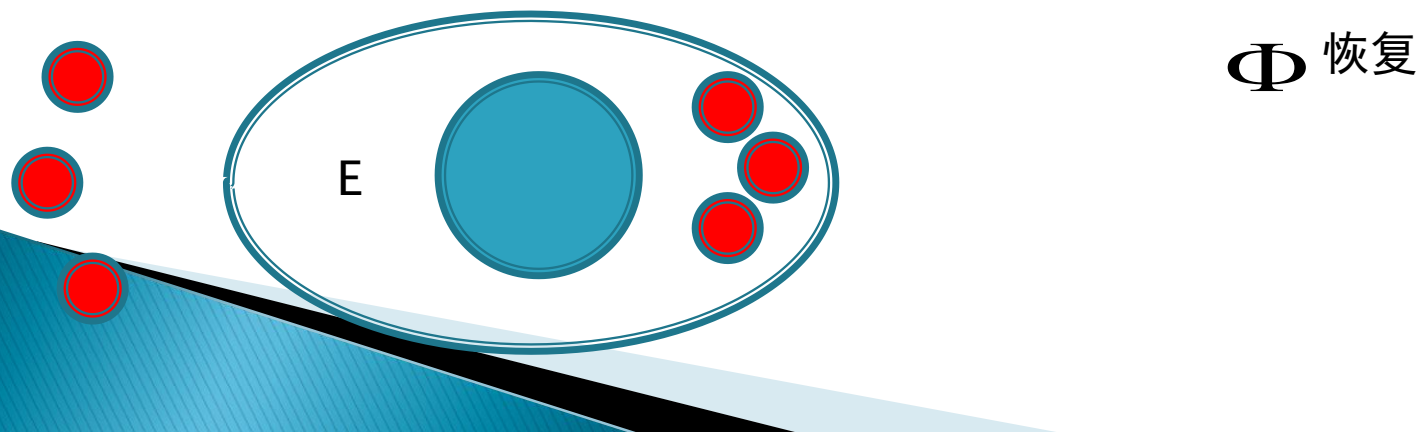
$$\Delta u_E = -\frac{1}{2} \vec{P} \cdot \vec{E}_0$$

电场：电势固定


- 保持场源不变，放入电介质，电势发生改变



- 通过外界能量输入或内部能量输出使得场源恢复



▶ 第一步:

$\delta\rho = 0$  $\delta W_E = \frac{1}{2} \int \rho \delta\Phi d\tau$

▶ 第二步:

相等

$$\delta W_E' = \frac{1}{2} \int (\rho \delta\Phi' + \Phi \delta\rho') d\tau \quad \delta\Phi' = -\delta\Phi$$

$$\delta W_E' = -2\delta W_E$$

$$\varepsilon_0 \longrightarrow \varepsilon$$

$$W - W_0 = \Delta W_E + \Delta W_E'$$

$$= -\frac{1}{2} \int \vec{P} \cdot \vec{E}_0 d\tau + \int \vec{P} \cdot \vec{E}_0 d\tau$$

$$= \frac{1}{2} \int \vec{P} \cdot \vec{E}_0 d\tau$$

本构关系

因此，在电势固定的情况下，需要有外界能量的输入
系统有效能就是其系统总能扣除外界能量输入

$$\delta W_{E_{effect}} = -\delta W_{E_{total}}$$

$$\delta\Phi = 0 \quad \longrightarrow \quad \delta W_{Etotal} = \frac{1}{2} \int \Phi \delta\rho d\tau$$

$$\delta W_{Eeffect} = -\frac{1}{2} \int \Phi \delta\rho d\tau$$

根据本构关系:

$$\delta W_{Eeffect} = -\frac{1}{2} \int \vec{E} \cdot \delta \vec{D} d\tau \quad \longrightarrow$$

$$\delta W_{Eeffect} = -\frac{1}{2} \int \delta \vec{D} \cdot \vec{E} d\tau$$

系统等效能密度:

$$u_E = -\frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E}$$

- ▶ 作差积分计算极化能密度：

$$\begin{aligned}W_E - W_{E_0} &= -\frac{1}{2} \int (\vec{E} \cdot \vec{D} - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0) d\tau \\ &= -\frac{1}{2} \int \vec{P} \cdot \vec{E}_0 d\tau\end{aligned}$$

$$\Delta u_E = -\frac{1}{2} \vec{P} \cdot \vec{E}_0$$

- ▶ 无论在任何一种情况下，极化能密度贡献都是一致的，为

$$\Delta u_E = -\frac{1}{2} \vec{P} \cdot \vec{E}_0$$

磁场：矢势固定

$\vec{}$

$$\delta A = 0$$

▶ 不需要外界能量输入

▶ 系统有效能密度：

$$u_B = -\frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$$

▶ 磁化能密度：

$$\Delta u_B = -\frac{1}{2} \vec{M} \cdot \vec{B}_0$$

▶ 可类比于场源固定的情况

磁场：电流密度固定

$$\vec{\delta J} = 0$$

- ▶ 需要外界能量输入
- ▶ 系统有效能密度：

$$u_B = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$$

- ▶ 磁化能密度：

$$\Delta u_B = -\frac{1}{2} \vec{M} \cdot \vec{B}_0$$

- ▶ 可类比于电势固定的情况

总结

- ▶ 介质中的能量贡献不止包括极化和磁化的做功，还包括由磁化和极化造成的场的变化，而介质的贡献则是：

$$\Delta u = \Delta u_E + \Delta u_B = -\frac{1}{2} \vec{P} \cdot \vec{E}_0 - \frac{1}{2} \vec{M} \cdot \vec{B}_0$$

- ▶ 矢势固定的磁场可类比于源电荷固定的电场。
- ▶ 源电流固定的磁场可类比于电势固定的电场。

总结

- ▶ 在场源固定的情况下，系统有效能密度为：

$$u_E = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E}$$

- ▶ 在电势固定的情况下，系统有效能密度为：

$$u_E = -\frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$$

总结

- ▶ 在矢势固定的情况下，系统有效能密度为：

$$u_B = -\frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$$

- ▶ 在电流密度固定的情况下，系统有效能密度为：

$$u_B = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$$

Questions?

Thank You