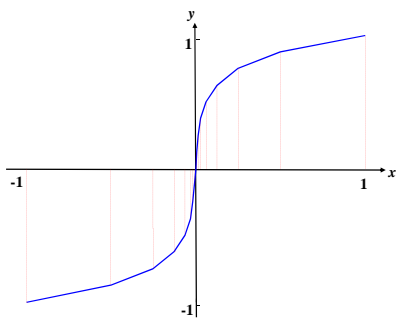


A 87.6/13段折线压缩特性



60

1

- A 87.6/13段折线的量化方案
  - 对x轴上的8段, 每段再均匀分为16个量化间隔, 分别记为 $\Delta V_1 \sim \Delta V_8$
  - 对y轴上的8段, 每段也再均匀分为16个量化间隔
- x和y均被分为 $8 \times 16 = 128$ 个间隔
- 两者的间隔是不同的
  - y轴的量化间隔总相等, 为 $1/128$
  - x轴的量化间隔小信号时为 $\Delta V_1 = 1/128/16 = 1/2048$
  - 大信号时为 $\Delta V_8 = 1/2/16 = 1/32$
- 若保持小信号的量化间隔, 2048级均匀量化需用11位二进制码
- 考虑符号位, 需用12位二进制码 $a_{11}a_{10}a_9a_8a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0$
- 若采用A 87.6/13折线的非均匀量化, 则只需用8位二进制码

PXYZABCD

信号极性

段落码

段内码

60

2

段落码 XYZ	段落号	段内 量化间隔	段落 起始电平	段落长度	端内码权重( $\Delta V_i$ )
					ABCD
000	1	$\Delta V_1 = 1/2048$	0	$16\Delta V_1$	8 4 2 1
001	2	$\Delta V_2 = \Delta V_1 = 1/2048$	$16\Delta V_1$	$16\Delta V_2 = 16\Delta V_1$	8 4 2 1
010	3	$\Delta V_3 = 2\Delta V_1 = 1/1024$	$32\Delta V_1$	$16\Delta V_3 = 32\Delta V_1$	16 8 4 2
011	4	$\Delta V_4 = 4\Delta V_1 = 1/512$	$64\Delta V_1$	$16\Delta V_4 = 64\Delta V_1$	32 16 8 4
100	5	$\Delta V_5 = 8\Delta V_1 = 1/256$	$128\Delta V_1$	$16\Delta V_5 = 128\Delta V_1$	64 32 16 8
101	6	$\Delta V_6 = 16\Delta V_1 = 1/128$	$256\Delta V_1$	$16\Delta V_6 = 256\Delta V_1$	128 64 32 16
110	7	$\Delta V_7 = 32\Delta V_1 = 1/64$	$512\Delta V_1$	$16\Delta V_7 = 512\Delta V_1$	256 128 64 32
111	8	$\Delta V_8 = 64\Delta V_1 = 1/32$	$1024\Delta V_1$	$16\Delta V_8 = 1024\Delta V_1$	512 256 128 64

60

3

编码: 线性PCM → 非线性PCM

段落号	线性PCM	非线性PCM
	$a_{10}a_9a_8a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0$	XYZABCD
1	000000abcd	000abcd
2	000001abcd	001abcd
3	00001abcdx	010abcd
4	00001abcdxx	011abcd
5	0001abcdxxx	100abcd
6	001abcdxxxx	101abcd
7	01abcdxxxxx	110abcd
8	1abcdxxxxxx	111abcd

x: 1或者0

60

4

解码: 非线性PCM → 线性PCM

段落号	非线性PCM	线性PCM
	XYZABCD	$a_{10}a_9a_8a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0 (a'_i)$
1	000abcd	000000abcd(1)
2	001abcd	0000001abcd(1)
3	010abcd	000001abcd1(0)
4	011abcd	00001abcd10(0)
5	100abcd	0001abcd100(0)
6	101abcd	001abcd1000(0)
7	110abcd	01abcd10000(0)
8	111abcd	1abcd100000(0)

最低位补1: 相等四舍五入的量化

60

**例1** 采用13折线A律的8位非线性PCM编码, 最小量化间隔为 $\Delta V_1$ , 求抽样值为 $214\Delta V_1$ 的线性PCM编码、非线性PCM编码、解码时的线性码表示, 以及相应的量化误差。

**解:**  $1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1$   
 $= 128 + 64 + 16 + 4 + 2 = 214 \quad a_{10} \sim a_0$   
 $\Rightarrow (214)_D = (00011010110)_B$

214  $\Delta V_1$ 的12位线性PCM编码为:

$$a_{11}a_{10}a_9a_8a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0$$

$$100011010110$$

信号极性

第5段(段落码100)

段内码1010

60

6

8位非线性PCM编码为：PXYZABCD  
11001010

第5段的起始电平为 $128\Delta V_1$ ，量化间隔为 $8\Delta V_1$

$\therefore$  PXYZABCD  
11001010  $\Rightarrow 128\Delta V_1 + 0 \times 8\Delta V_1 + 1 \times 16\Delta V_1$   
 $+ 0 \times 32\Delta V_1 + 1 \times 64\Delta V_1 = 208\Delta V_1$

量化误差为： $(214-208)\Delta V_1 = 6\Delta V_1$

解码：PXYZABCD  $\Rightarrow a_{11}a_{10}a_9a_8a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0$   
11001010  $\Rightarrow 100011010100$

信号极性

段落码解码

段内码解码

四舍五入

$a_{11}a_{10}a_9a_8a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0 \Rightarrow$   
1 0 0 0 1 1 0 1 0 1 0 0

$1 \times 128\Delta V_1 + 1 \times 64\Delta V_1 + 1 \times 16\Delta V_1 + 1 \times 4\Delta V_1 = 212\Delta V_1$

实际量化误差为： $(214-212)\Delta V_1 = 2\Delta V_1$

---

- A 87.6/13折线编码：较少的编码位数保证小信号时的量化信噪比，但是大信号时的量化信噪比却下降
- 也可采用 $\mu$ 律的非线性PCM编码( $\mu$  255/15折线)

---

### § 3.4 PCM电话通信系统

- PCM电话通信系统：8 kHz抽样频率，每个抽样值8 bit
- 两类PCM电话通信系统：
  - T1系统： $\mu$ 律，美国Bell公司20世纪60年代推出
  - E1系统：A律，西欧

### E1系统

- 8 kHz抽样频率  $\rightarrow$  每帧长度为125  $\mu$ s
- 每帧32个时间间隔(时隙)，又称30/32路PCM基群
- 30个时隙传送30路电话信号，1路时隙分配给帧同步(帧同步时隙)，1路时隙传送话路信令(信令时隙)

- 每路时隙包含8 bit  $\rightarrow$  每帧包含 $8 \times 32 = 256$  bit

### 话路时隙结构

- 信号的传送速率： $1/(488.28 \text{ ns}) = 2048 \text{ kbit/s}$
- 同步时隙TS0
  - 偶帧：传送帧同步信号(次高位向低位依次为0011011)
  - 奇帧：不传送同步信号，次高位设为1

偶帧：x 0 0 1 1 0 1 1

奇帧：x 1 A s s s s s

x: 国际备用比特(不用时为1); s: 国内备用比特，暂定为1  
A: 告警比特，平时为1，告警为0;

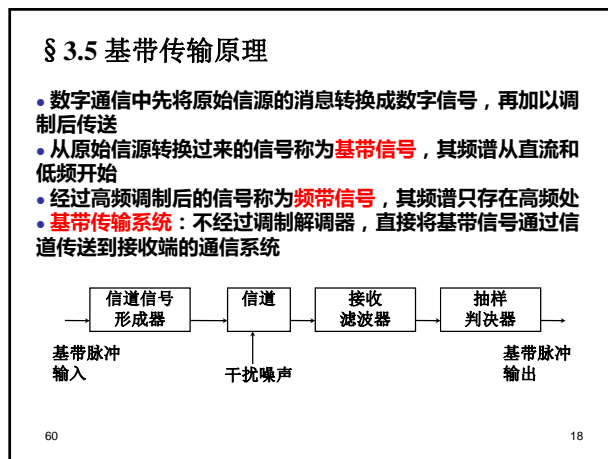
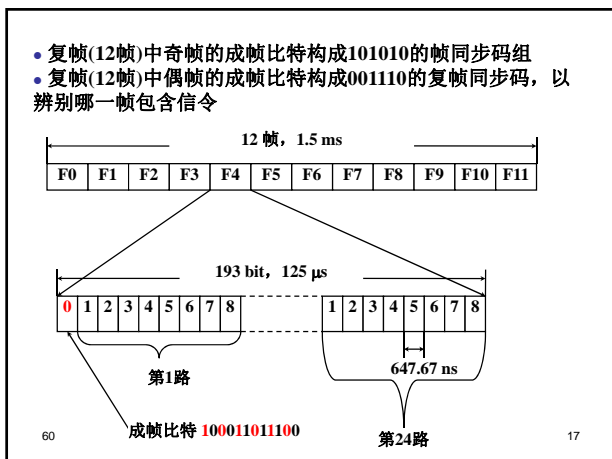
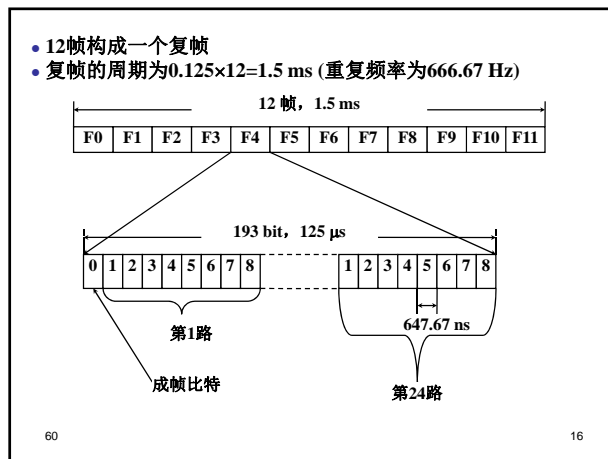
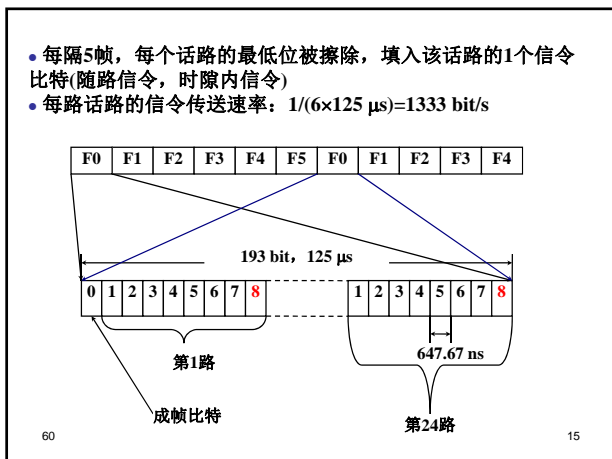
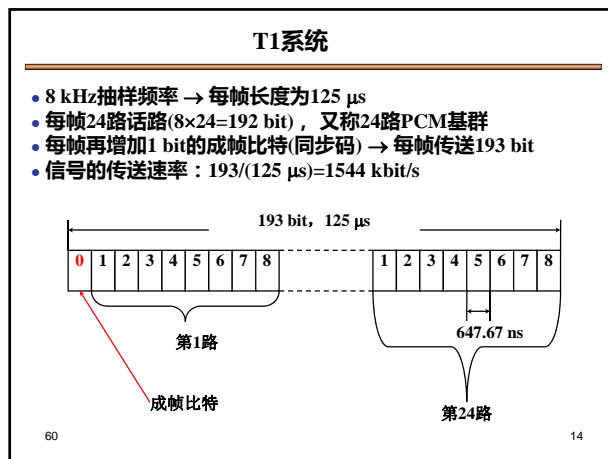
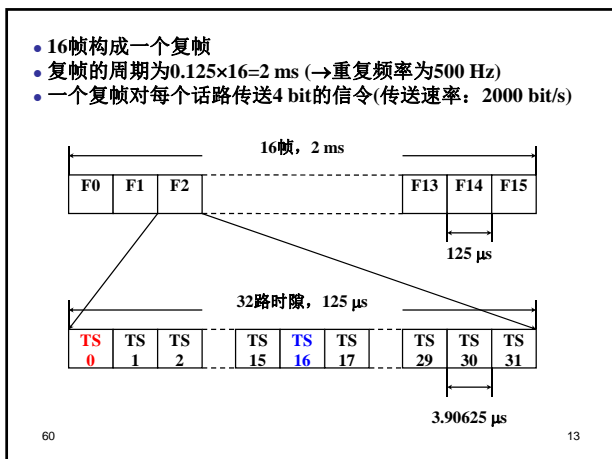
- 信令：表示线路的占用、拨号、应答、拆线等状态信息的电信号，也称标志信号
- 信令时隙TS16：按规定的顺序分配给30个话路的每一个

0帧 F0: (复 帧 同 步) s A s s

1帧 F1: (第 a b c d) (第 a b c d)

2帧 F2: (第 a b c d) (第 a b c d)

15帧 F15: (第 a b c d) (第 a b c d)



### 一、基带信号的基本码型

- 基带传输系统中，信息以编码形式(二进制或多进制编码)传输
- 基带信号的码型很多
  - ◆ 二元码、三元码和多元码
- 单个码元的波形也是多种多样
  - ◆ 单个码元波形均限制在 $T_s$ 的码元间隔内
  - ◆ 波形可以是矩形脉冲、升余弦脉冲、三角形脉冲、高斯型脉冲、半余弦脉冲等
  - ◆ 常采用升余弦脉冲(频谱随频率增大以三次幂下降; 相同带宽的信道进行传输, 波形失真小)
- 以矩形脉冲为例, 介绍基带信号的基本码型

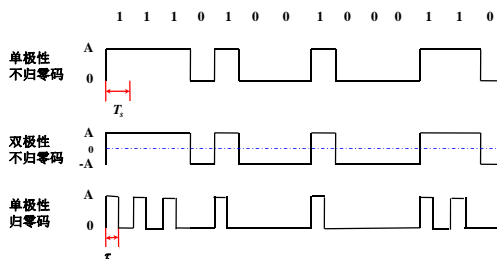
#### 1、二元码

- 单极性不归零码: 分别用高电平和零电平表示1和0, 整个码元时间间隔 $T_s$ 内电平保持不变

60

19

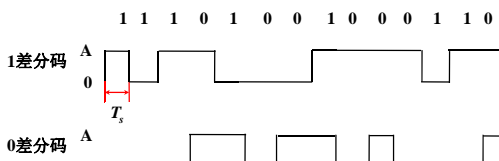
- 双极性不归零码: 分别用正电平和负电平表示1和0, 整个码元时间间隔 $T_s$ 内电平保持不变
- 单极性归零码: 与单极性不归零码不同, 发1时在整个码元间隔内, 高电平只维持一段时间, 其他时间则返回零电平



60

20

- 差分码: 相对码
- 1差分(传号差分)码: 电平跳变表示1, 电平不变表示0
- 0差分(空号差分)码: 电平跳变表示0, 电平不变表示1



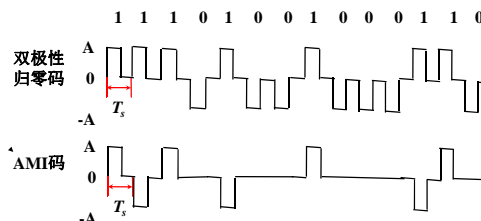
#### 2、三元码

- 双极性归零码: 与双极性不归零码不同, 发1或0时在整个码元间隔内, 电平只维持一段时间正或负, 其他时间返回零电平

60

21

- 传号交替反转码(Alternate Mark Inversion, AMI): 归零码, 用交替的正负电平表示1, 用零电平表示0
- AMI码无直流分量, 低频分量较小



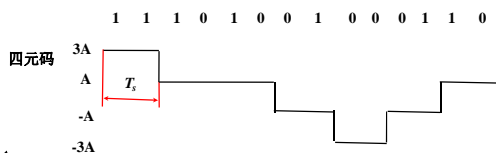
#### 3、多元码

- 设 $L$ 为电平数, 每个码元可表示 $n = \log_2 L$ 个二进制符号

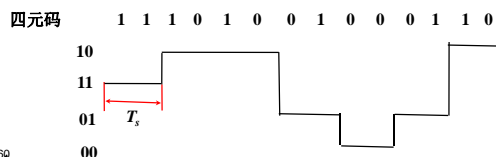
60

22

- 以四元码( $L=4$ )为例, 每个码元可表示 $n=2$ 个二进制符号



- 常用格雷码来减少因相邻电平误判所引起的比特错误的位数



60

23

### 二、基带信号的频谱特性

- 对基带信号的波形大致应考虑下列特性
  - ◆ 所需的频带要窄
  - ◆ 不易受隔直特性的影响(避免有直流分量)
  - ◆ 容易提取比特同步信息
  - ◆ 抗干扰能力强

- 对基带信号波形的要求, 与基带信号的频谱特性密切相关
- 设二进制基带信号为一平稳的各态历经的随机脉冲序列
- 令 $g_1(t)$ 和 $g_2(t)$ 分别表示二进制的1和0, 其出现概率为 $P$ 和 $1-P$
- 设基带信号的码元宽度为 $T_s$

60

24

- 基带信号可表示为：
 
$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_n(t), \quad s_n(t) = \begin{cases} g_1(t-nT_s) & \text{出现概率为 } P \\ g_2(t-nT_s) & \text{出现概率为 } 1-P \end{cases}$$
- 考虑到需了解基带信号中是否存在离散频谱分量(周期信号的频谱是离散的), 以便提供同步信息
- 将 $s(t)$ 分解为一个周期信号 $v(t)$ 和一个随机信号 $u(t)$ 的叠加
 
$$s(t) = v(t) + u(t)$$
- 周期信号 $v(t)$ 就是原信号 $s(t)$ 的“平均”分量：
 
$$v(t) = P \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_1(t-nT_s) + (1-P) \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_2(t-nT_s)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [Pg_1(t-nT_s) + (1-P)g_2(t-nT_s)]$$

$$\therefore u(t) = s(t) - v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_n(t)$$

其中

$$u_n(t) = \begin{cases} g_1(t-nT_s) - v(t) & \text{出现概率为 } P \\ g_2(t-nT_s) - v(t) & \text{出现概率为 } 1-P \end{cases}$$

$$= \begin{cases} (1-P)[g_1(t-nT_s) - g_2(t-nT_s)] & \text{出现概率为 } P \\ -P[g_1(t-nT_s) - g_2(t-nT_s)] & \text{出现概率为 } 1-P \end{cases}$$

$$= a_n [g_1(t-nT_s) - g_2(t-nT_s)]$$

$$a_n = \begin{cases} 1-P & \text{出现概率为 } P \\ -P & \text{出现概率为 } 1-P \end{cases}$$

- $v(t)$ 为周期 $T_s$ 的周期信号, 可用傅里叶级数表示：
 
$$v(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{jm\omega_s t}, \quad \omega_s = \frac{2\pi}{T_s}$$
- 其中
 
$$c_m = \frac{1}{T_s} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} v(t) e^{-jm\omega_s t} dt$$

$$= \frac{1}{T_s} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} [Pg_1(t-nT_s) + (1-P)g_2(t-nT_s)] \right\} e^{-jm\omega_s t} dt$$

$$= \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} [Pg_1(t-nT_s) + (1-P)g_2(t-nT_s)] e^{-jm\omega_s t} dt$$
- 令： $t' = t - nT_s \rightarrow t = t' + nT_s, dt = dt'$

$$\therefore c_m = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-nT_s-T_s/2}^{-nT_s+T_s/2} [Pg_1(t') + (1-P)g_2(t')] e^{-jm\omega_s(t'+nT_s)} dt'$$

$$= \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-nT_s-T_s/2}^{-nT_s+T_s/2} [Pg_1(t) + (1-P)g_2(t)] e^{-jm\omega_s t} e^{-jm\frac{2\pi nT_s}{T_s}} dt$$

$$= \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-nT_s-T_s/2}^{-nT_s+T_s/2} [Pg_1(t) + (1-P)g_2(t)] e^{-jm\omega_s t} dt$$

$$= \frac{1}{T_s} \int_{-\infty}^{\infty} [Pg_1(t) + (1-P)g_2(t)] e^{-jm\omega_s t} dt$$

- 令： $G_1(m\omega_s) = \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t) e^{-jm\omega_s t} dt$
- $G_2(m\omega_s) = \int_{-\infty}^{\infty} g_2(t) e^{-jm\omega_s t} dt$

$$\therefore c_m = \frac{1}{T_s} [PG_1(m\omega_s) + (1-P)G_2(m\omega_s)]$$

- 根据周期信号的功率谱公式：
 
$$p_v(\omega) = 2\pi \sum_{m=-\infty}^{\infty} |c_m|^2 \delta(\omega - m\omega_s)$$

$$= 2\pi \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| \frac{1}{T_s} [PG_1(m\omega_s) + (1-P)G_2(m\omega_s)] \right|^2 \delta(\omega - m\omega_s)$$
- $s(t)$ 为平稳各态历经的随机信号, 减去周期信号 $v(t)$ 后,  $u(t)$ 仍为平稳各态历经的随机信号
- $u(t)$ 的功率谱密度可用任一截短的样本函数的统计平均来求：
 
$$p_u(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E[|U_T(\omega)|^2]}{T}$$

- 设截短时间 $T$ 为： $T = (2N+1)T_s$ , 其中 $N$ 为足够大的数
 
$$\therefore u_T(t) = \sum_{n=-N}^N u_n(t)$$
- $$\Rightarrow U_T(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u_T(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-N}^N a_n [g_1(t-nT_s) - g_2(t-nT_s)] e^{-j\omega t} dt$$

$$= \sum_{n=-N}^N a_n \int_{-\infty}^{\infty} [g_1(t-nT_s) - g_2(t-nT_s)] e^{-j\omega t} dt$$
- 令： $t' = t - nT_s \rightarrow t = t' + nT_s, dt = dt'$ 

$$\Rightarrow U_T(\omega) = \sum_{n=-N}^N a_n \int_{-\infty}^{\infty} [g_1(t') - g_2(t')] e^{-j\omega(t'+nT_s)} dt'$$

$$\begin{aligned} \therefore U_T(\omega) &= \sum_{n=-N}^N a_n e^{-j\omega n T_s} \int_{-\infty}^{\infty} [g_1(t') - g_2(t')] e^{-j\omega t'} dt' \\ &= \sum_{n=-N}^N a_n e^{-j\omega n T_s} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t) e^{-j\omega t} dt - \int_{-\infty}^{\infty} g_2(t) e^{-j\omega t} dt \right] \\ &= \sum_{n=-N}^N a_n e^{-j\omega n T_s} [G_1(\omega) - G_2(\omega)] \end{aligned}$$

其中  $G_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t) e^{-j\omega t} dt$ ,  $G_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g_2(t) e^{-j\omega t} dt$

$$|U_T(\omega)|^2 = U_T(\omega) U_T^*(\omega)$$

$$= \left\{ \sum_{n=-N}^N a_n e^{-j\omega n T_s} [G_1(\omega) - G_2(\omega)] \right\} \left\{ \sum_{m=-N}^N a_m e^{-j\omega m T_s} [G_1(\omega) - G_2(\omega)] \right\}^*$$

60

31

$$\begin{aligned} \therefore |U_T(\omega)|^2 &= \left\{ \sum_{n=-N}^N a_n e^{-j\omega n T_s} [G_1(\omega) - G_2(\omega)] \right\} \\ &\quad \cdot \left\{ \sum_{m=-N}^N a_m e^{j\omega m T_s} [G_1^*(\omega) - G_2^*(\omega)] \right\} \\ &= \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N a_n a_m e^{j\omega(m-n)T_s} [G_1(\omega) - G_2(\omega)] [G_1^*(\omega) - G_2^*(\omega)] \\ &= \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N a_n a_m e^{j\omega(m-n)T_s} |G_1(\omega) - G_2(\omega)|^2 \\ \Rightarrow E[|U_T(\omega)|^2] &= \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N E[a_n a_m] e^{j\omega(m-n)T_s} |G_1(\omega) - G_2(\omega)|^2 \end{aligned}$$

60

32

$$\therefore a_n = \begin{cases} 1-P & \text{概率为 } P \\ -P & \text{概率为 } 1-P \end{cases}$$

when  $m=n$ ,  $a_n a_m = a_n^2 = \begin{cases} (1-P)^2 & \text{概率为 } P \\ P^2 & \text{概率为 } 1-P \end{cases}$

$$\therefore E[a_n a_m] = P(1-P)^2 + (1-P)P^2 = P(1-P)(1-P+P) = P(1-P)$$

when  $m \neq n$ ,  $a_n a_m = \begin{cases} (1-P)^2 & \text{概率为 } P^2 \\ P^2 & \text{概率为 } (1-P)^2 \\ -P(1-P) & \text{概率为 } 2P(1-P) \end{cases}$

$$\therefore E[a_n a_m] = P^2(1-P)^2 + (1-P)^2 P^2 + 2P(1-P)[-P(1-P)] = 2P^2(1-P)^2 - 2P^2(1-P)^2 = 0$$

60

33

$$\begin{aligned} \therefore E[|U_T(\omega)|^2] &= \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N E[a_n a_m] e^{j\omega(m-n)T_s} |G_1(\omega) - G_2(\omega)|^2 \\ &= |G_1(\omega) - G_2(\omega)|^2 \sum_{n=-N}^N P(1-P) \\ \Rightarrow p_u(\omega) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{E[|U_T(\omega)|^2]}{(2N+1)T_s} = |G_1(\omega) - G_2(\omega)|^2 \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sum_{n=-N}^N P(1-P)}{(2N+1)T_s} \\ &= |G_1(\omega) - G_2(\omega)|^2 \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{P(1-P)(2N+1)}{(2N+1)T_s} \\ &= \frac{1}{T_s} P(1-P) |G_1(\omega) - G_2(\omega)|^2 \end{aligned}$$

60

34

• 基带信号  $s(t)$  的功率谱密度为：

$$p_s(\omega) = p_u(\omega) + p_v(\omega) = \frac{1}{T_s} P(1-P) |G_1(\omega) - G_2(\omega)|^2 + 2\pi \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| \frac{1}{T_s} [PG_1(m\omega_s) + (1-P)G_2(m\omega_s)] \right|^2 \delta(\omega - m\omega_s)$$

**基带随机脉冲  $s(t)$  的功率谱密度包括两部分：离散谱和连续谱**

- 代表1和0的波形  $g_1(t) \neq g_2(t) \rightarrow G_1(\omega) \neq G_2(\omega) \rightarrow$  连续谱  $p_u(\omega)$  总存在，且系统所需带宽由  $G_1(\omega)$  和  $G_2(\omega)$  中带宽大的一个决定
- 一般情况，离散谱也  $p_v(\omega)$  存在
- 特例：双极性脉冲  $g_1(t) = -g_2(t)$ ，若波形出现概率相同 ( $P=1/2$ )  $\rightarrow G_1(m\omega_s) = -G_2(m\omega_s) \rightarrow$  离散谱  $p_v(\omega)$  消失

60

35

**例1** 已知0和1的幅度取值为0和A，0和1统计独立且等概率出现，试计算单极性不归零码的功率谱密度。

**解：** 根据题意： $g_1(t) = A \text{rect}\left(\frac{t}{T_s}\right)$ ,  $g_2(t) = 0$ ,  $P = \frac{1}{2}$

$$\therefore G_1(\omega) = AT_s \text{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{2}\right), G_2(\omega) = 0$$

$$p_s(\omega) = \frac{1}{T_s} P(1-P) |G_1(\omega) - G_2(\omega)|^2 + 2\pi \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| \frac{1}{T_s} [PG_1(m\omega_s) + (1-P)G_2(m\omega_s)] \right|^2 \delta(\omega - m\omega_s)$$

$$= \frac{1}{4T_s} |G_1(\omega)|^2 + \frac{\pi}{2T_s^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |G_1(m\omega_s)|^2 \delta(\omega - m\omega_s)$$

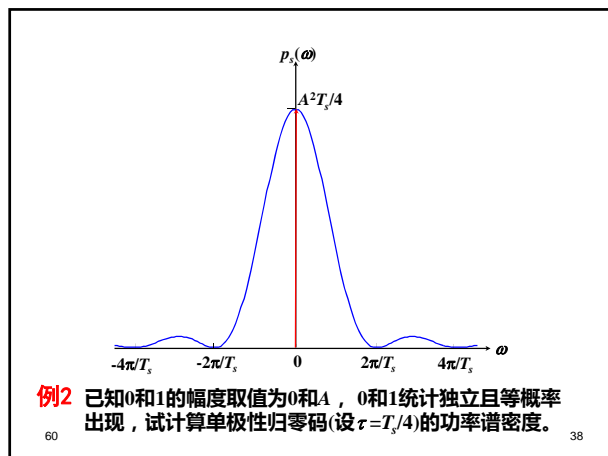
60

36

$$\begin{aligned}
 \therefore p_s(\omega) &= \frac{1}{4T_s} |G_1(\omega)|^2 + \frac{\pi}{2T_s^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |G_1(m\omega_s)|^2 \delta(\omega - m\omega_s) \\
 &= \frac{1}{4T_s} \left| AT_s \text{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{2}\right) \right|^2 \\
 &\quad + \frac{\pi}{2T_s^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| AT_s \text{Sa}\left(\frac{m\omega_s T_s}{2}\right) \right|^2 \delta(\omega - m\omega_s) \\
 &= \frac{A^2 T_s}{4} \left[ \text{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{2}\right) \right]^2 + \frac{A^2 \pi}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |\text{Sa}(m\pi)|^2 \delta(\omega - m\omega_s) \\
 &= \frac{A^2 T_s}{4} \left[ \text{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{2}\right) \right]^2 + \frac{A^2 \pi}{2} \delta(\omega)
 \end{aligned}$$

60

37



60

38

**解：根据题意：**

$$g_1(t) = A \text{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right) = A \text{rect}\left(\frac{t}{T_s/4}\right), \quad g_2(t) = 0, \quad P = \frac{1}{2}$$

$$\therefore G_1(\omega) = \frac{AT_s}{4} \text{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{8}\right), \quad G_2(\omega) = 0$$

$$\begin{aligned}
 p_s(\omega) &= \frac{1}{T_s} P(1-P) |G_1(\omega) - G_2(\omega)|^2 + \\
 &\quad + 2\pi \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| \frac{1}{T_s} [PG_1(m\omega_s) + (1-P)G_2(m\omega_s)] \right|^2 \delta(\omega - m\omega_s) \\
 &= \frac{1}{4T_s} |G_1(\omega)|^2 + \frac{\pi}{2T_s^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |G_1(m\omega_s)|^2 \delta(\omega - m\omega_s)
 \end{aligned}$$

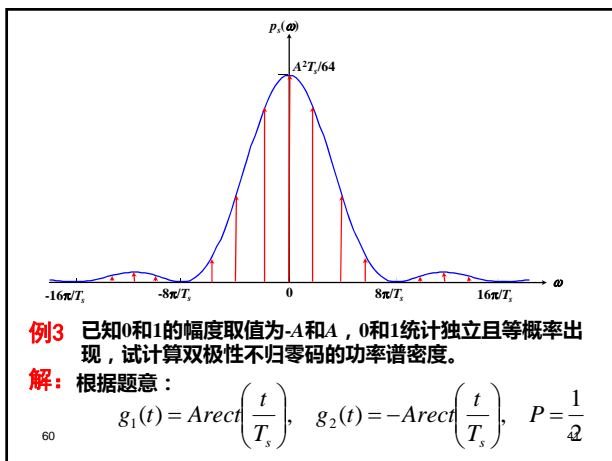
60

39

$$\begin{aligned}
 \therefore p_s(\omega) &= \frac{1}{4T_s} |G_1(\omega)|^2 + \frac{\pi}{2T_s^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |G_1(m\omega_s)|^2 \delta(\omega - m\omega_s) \\
 &= \frac{1}{4T_s} \left| \frac{AT_s}{4} \text{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{8}\right) \right|^2 \\
 &\quad + \frac{\pi}{2T_s^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| \frac{AT_s}{4} \text{Sa}\left(\frac{m\omega_s T_s}{8}\right) \right|^2 \delta(\omega - m\omega_s) \\
 &= \frac{A^2 T_s}{64} \left[ \text{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{8}\right) \right]^2 + \frac{A^2 \pi}{32} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| \text{Sa}\left(\frac{m\pi}{4}\right) \right|^2 \delta(\omega - m\omega_s)
 \end{aligned}$$

60

40



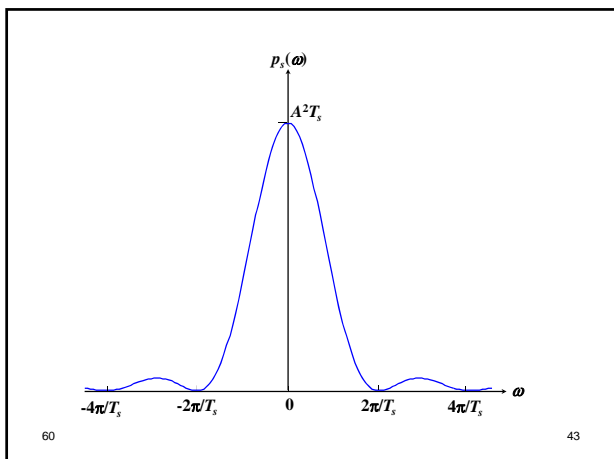
60

40

$$\begin{aligned}
 \therefore G_1(\omega) &= AT_s \text{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{2}\right), \quad G_2(\omega) = -AT_s \text{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{2}\right) \\
 p_s(\omega) &= \frac{1}{T_s} P(1-P) |G_1(\omega) - G_2(\omega)|^2 + \\
 &\quad + 2\pi \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| \frac{1}{T_s} [PG_1(m\omega_s) + (1-P)G_2(m\omega_s)] \right|^2 \delta(\omega - m\omega_s) \\
 &= \frac{1}{4T_s} |2G_1(\omega)|^2 = \frac{1}{T_s} |G_1(\omega)|^2 = \frac{1}{T_s} \left| AT_s \text{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{2}\right) \right|^2 \\
 &= A^2 T_s \left| \text{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{2}\right) \right|^2
 \end{aligned}$$

60

42



**例4** 已知0和1的幅度取值为-A和A，0和1统计独立且等概率出现，试计算双极性归零码(设 $\tau=T_s/4$ )的功率谱密度。

**解:** 根据题意：  

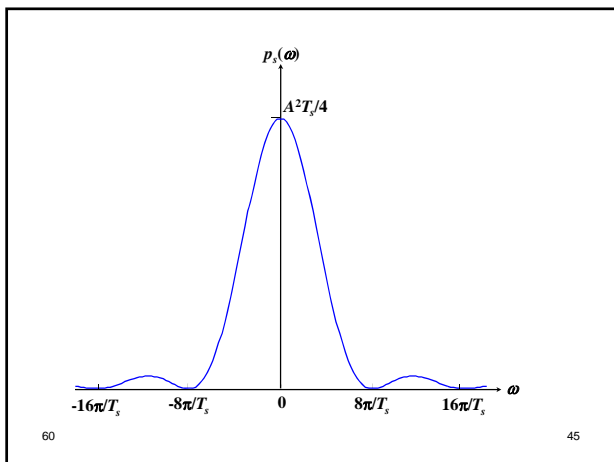
$$g_1(t) = \text{Arect}\left(\frac{t}{\tau}\right) = \text{Arect}\left(\frac{t}{T_s/4}\right),$$

$$g_2(t) = -\text{Arect}\left(\frac{t}{T_s/4}\right), \quad P = \frac{1}{2}$$

$$\therefore G_1(\omega) = \frac{AT_s}{4} \text{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{8}\right), \quad G_2(\omega) = -\frac{AT_s}{4} \text{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{8}\right)$$

$$\therefore p_s(\omega) = \frac{1}{T_s} |G_1(\omega)|^2 = \frac{A^2 T_s}{4} \left| \text{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{8}\right) \right|^2$$

60 44



### 三、无码间串扰的基带信号传输

#### 1、基带信号传输与码间串扰

- 设基带输入符号为 $\{a_n\}$ ，二进制下表示为0, 1或-1, 1的序列
- 该序列对应的基带信号可写成：  

$$d(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \delta(t - nT_s)$$
- 基带信号经过信道信号形成器，其输出为：  

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_T(t - nT_s)$$

其中 $g_T(t)$ 为 $\delta(t)$ 经过信道信号形成器的输出，假设信道信号形成器的频率函数为 $G_T(\omega)$ ，则 $g_T(t)$ 为：  

$$g_T(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_T(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

60 46

- 信号 $s(t)$ 经过信道会产生波形畸变，还会叠加噪声
- 设信道和接收滤波器的频率函数分别为 $C(\omega)$ 和 $G_R(\omega)$ ，则经过信道和接收滤波器的输出信号为：  

$$r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_R(t - nT_s) + n_R(t)$$

其中

$$g_R(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_T(\omega) C(\omega) G_R(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$n_R(t) = n(t) * \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_R(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right]$$

- 输出信号 $r(t)$ 被送入抽样判决电路，在 $kT_s + t_0$ 时刻抽样
- $t_0$ 为可能的时偏，由信道和接收滤波器特性决定，以保证在基带波形中心附近抽样

60 47

- 为确定 $a_k$ 的取值  

$$r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_R(t - nT_s) + n_R(t) \Rightarrow$$

$$r(kT_s + t_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_R(kT_s + t_0 - nT_s) + n_R(kT_s + t_0)$$

60 48



$$\therefore r(kT_s + t_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_R[(k-n)T_s + t_0] + n_R(kT_s + t_0)$$

$$= a_k g_R(t_0) + \sum_{n=-\infty, n \neq k}^{\infty} a_n g_R[(k-n)T_s + t_0] + n_R(kT_s + t_0)$$

- $a_k g_R(t)$  为第  $k$  个接收基带波形在抽样时刻的值  $\rightarrow$  确定  $a_k$
- 即使发送脉冲  $g_T(t)$  宽度限制在  $T_s$  内, 由于信道和接收滤波器的作用, 接收脉冲  $g_R(t)$  将加宽, 延伸到邻近码元中

$\sum_{n=-\infty, n \neq k}^{\infty} a_n g_R[(k-n)T_s + t_0]$  表示除第  $k$  个以外所有其他时刻发  
 生的基带波形在第  $k$  个抽样时刻的代数总和

- 这个值称为 **码间串扰**

60 49

The diagram illustrates the concept of intersymbol interference. It shows a series of pulses with period  $T_s$ . Sampling points are marked with red arrows at the center of each pulse. Blue dashed circles highlight the overlapping tails of adjacent pulses at the sampling points, labeled as "码间串扰" (intersymbol interference).

- 对于0的码元, 若码间串扰值大于阈值, 则发送“无”将变为“有”, 产生误码
- 可有意加宽信道频带以减小码间串扰值  $\rightarrow$  浪费传输带宽, 增大噪声

60 50

### 2、无码间串扰的基带传输特性

- 码间串扰依赖于从信道信号形成器到接收滤波器的传输特性:

$$H(\omega) = G_T(\omega)C(\omega)G_R(\omega)$$

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)e^{j\omega t} d\omega$$

$d(t) \rightarrow [H(\omega)] \rightarrow r(t) \rightarrow \text{抽样识别} \rightarrow \{a_n\}$

- 先不考虑加性噪声, 对于基带信号  $d(t)$ , 其输出为:

$$d(t) = \sum_n a_n \delta(t - nT_s) \Rightarrow r(t) = \sum_n a_n h(t - nT_s)$$

60 51

$$\therefore r(kT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h(kT_s - nT_s) = a_k h(0) + \sum_{n=-\infty, n \neq k}^{\infty} a_n h(kT_s - nT_s)$$

- 无码间串扰的条件:

$$h(mT_s) = \begin{cases} 1 & m = 0 \\ 0 & m \text{ 为其他整数} \end{cases}$$

此时  $\rightarrow r(kT_s) = a_k h(0) + \sum_{n=-\infty, n \neq k}^{\infty} a_n h(kT_s - nT_s) = a_k$

The graph shows the impulse response  $h(t)$  at sampling intervals. The value is 1 at  $t=0$  and 0 at  $t = \pm T_s, \pm 2T_s, \pm 3T_s$ .

60 52

- 若  $H(\omega)$  满足理想低通滤波器的传输特性:

$$H(\omega) = \begin{cases} T_s & |\omega| \leq \pi/T_s \\ 0 & \text{else} \end{cases} = T_s \cdot \text{rect}\left(\frac{\omega}{2\pi/T_s}\right)$$

$H(\omega)$  is a rectangular pulse from  $-\pi/T_s$  to  $\pi/T_s$  with height  $T_s$ .

- 冲激响应  $h(t)$  为:

$$\frac{W}{2\pi} \text{Sa}\left(\frac{t}{2/W}\right) \leftrightarrow \text{rect}\left(\frac{\omega}{W}\right)$$

$$\Rightarrow h(t) = \text{Sa}\left(\frac{t}{T_s/\pi}\right) = \frac{\sin(\pi t/T_s)}{\pi t/T_s}$$

60 53

The graph shows the sinc impulse response  $h(t)$ . It has a peak value of 1 at  $t=0$  and zero values at  $t = \pm T_s, \pm 2T_s$ .

$$h(mT_s) = \begin{cases} 1 & m = 0 \\ 0 & m \text{ 为其他整数} \end{cases} \rightarrow \text{符号无码间串扰条件}$$

60 54

- 对理想低通滤波器特性的传输系统，无码间串扰时，其传输速率为： $f = \frac{1}{T_s} = f_s$
- 系统的传输带宽为： $B = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{T_s} = \frac{1}{2T_s} = \frac{1}{2} f_s$

带宽为 $f_s/2$ 的理想低通滤波器在传输速率为 $f_s$ 时无码间串扰

带宽为 $B$ 的理想低通滤波器可传输的脉冲速率为每秒 $2B$ 个脉冲

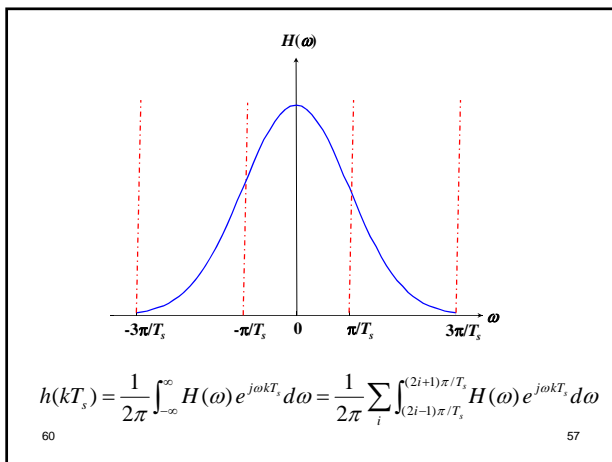
- 传输速率可用每秒传输的码元数目表示，称为**码元速率**，单位为**码元/s** (称为**波特**, *baud*)
- 对上述系统，频带利用率为：  

$$\frac{\text{码元速率}}{\text{系统带宽}} = \frac{2B (\text{baud})}{B (\text{Hz})} = 2 \text{ baud / Hz}$$

- 对二进制脉冲，其频带利用率为： $2 \text{ baud/Hz} = 2 \text{ bit/s/Hz}$
- 对四电平脉冲序列，其频带利用率为： $2 \text{ baud/Hz} = 4 \text{ bit/s/Hz}$
- 每秒 $2B$ 个脉冲为理想低通滤波器系统无码间串扰的极限传输速率，称为**奈奎斯特速率**
- 因理想低通滤波器是物理不可实现的，需寻找物理可实现的无码间串扰系统
- 对于传输特性 $H(\omega)$ ，有：  

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{j\omega t} d\omega \Rightarrow$$

$$h(kT_s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{j\omega kT_s} d\omega$$
- 将 $(-\infty, \infty)$ 的积分区间按等间隔 $2\pi/T_s$ 进行分割



- 作变量代换：令  $\omega' = \omega - \frac{2\pi i}{T_s} \rightarrow$   
 $d\omega' = d\omega, \quad \omega = \omega' + \frac{2\pi i}{T_s}$
- $\therefore h(kT_s) = \frac{1}{2\pi} \sum_i \int_{(2i-1)\pi/T_s}^{(2i+1)\pi/T_s} H(\omega) e^{j\omega kT_s} d\omega$   
 $= \frac{1}{2\pi} \sum_i \int_{(2i-1)\pi/T_s - 2\pi i/T_s}^{(2i+1)\pi/T_s - 2\pi i/T_s} H\left(\omega' + \frac{2\pi i}{T_s}\right) e^{j\left(\omega' + \frac{2\pi i}{T_s}\right)kT_s} d\omega'$   
 $= \frac{1}{2\pi} \sum_i \int_{-\pi/T_s}^{\pi/T_s} H\left(\omega' + \frac{2\pi i}{T_s}\right) e^{j\omega'kT_s} e^{j\frac{2\pi i}{T_s}kT_s} d\omega'$   
 $= \frac{1}{2\pi} \sum_i \int_{-\pi/T_s}^{\pi/T_s} H\left(\omega' + \frac{2\pi i}{T_s}\right) e^{j\omega'kT_s} d\omega'$

- $h(t)$ 收敛，交换求和与积分的顺序：  

$$h(kT_s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/T_s}^{\pi/T_s} \sum_i H\left(\omega' + \frac{2\pi i}{T_s}\right) e^{j\omega'kT_s} d\omega'$$
- 令  $\omega' = \omega, \quad H_{eq}(\omega) = \sum_i H\left(\omega + \frac{2\pi i}{T_s}\right)$
- $H_{eq}(\omega)$ 是将 $H(\omega)$ 各分割段平移到 $[-\pi/T_s, \pi/T_s]$ 区间叠加而成
- $\therefore H_{eq}(\omega) = \begin{cases} \sum_i H(\omega + 2\pi i/T_s) & |\omega| \leq \pi/T_s \\ 0 & \text{else} \end{cases}$
- $\Rightarrow h(kT_s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/T_s}^{\pi/T_s} H_{eq}(\omega) e^{j\omega kT_s} d\omega$   
 $= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_{eq}(\omega) e^{j\omega kT_s} d\omega$

- 若 $H_{eq}(\omega)$ 为理想低通滤波器(称 $H(\omega)$ 为**等效理想低通特性**):  

$$H_{eq}(\omega) = \begin{cases} T_s & |\omega| \leq \pi/T_s \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$
- 系统符合无码间串扰的条件

---

对系统的传输特性 $H(\omega)$ 以 $2\pi/T_s$ 为宽度进行分割，若各段在 $[-\pi/T_s, \pi/T_s]$ 区间能叠加成一个矩形频率特性 → 该系统以速率 $f_s$ 传输基带信号时，可做到无码间串扰

**注意：**  
无码间串扰的基带传输特性 $H(\omega)$ 不是唯一的