§ 4.3 角调制

- 角调制：信号调制在载波的频率或相位上
- 角调制是频率调制(FM)和相位调制(PM)的总称
- 角调制比振幅调制具有更好的抗噪声性能
- 振幅调制是线性调制，只将被调信号的频谱搬到载波附近，不产生新的频率分量
- 角调制是非线性调制，虽然也是频谱搬移，但是被调信号的频谱会变换成新的一组频率分量

一、调频波和调相波

- 载波信号通常可表示为：

$$c(t)=A\cos\theta(t)=A\cos(\omega_c t+\phi)$$

- 载波相角$\theta(t)$称为载波的瞬时相位

- 信号瞬时相位对时间的导数定义为信号的瞬时频率：

$$\omega_i(t)=\frac{d\theta(t)}{dt}$$

因此有：

$$\theta(t)=\int_{-\infty}^{t}\omega_i(\tau)d\tau$$

- 对于载波，其瞬时频率为常数(载波角频率)：

$$\omega_i(t)=\frac{d\theta(t)}{dt}=\frac{d(\omega_c t+\phi)}{dt}=\omega_c$$

- 当载波受到频率调制时，其瞬时频率不再为常数，而携带被调信号：

$$\omega_i(t)=\omega_c+K_f m(t)$$

其中K_f为调频系统的常数(频偏常数)

- 信号的瞬时相位为：

$$\theta(t)=\int_{-\infty}^{t}\omega_i(\tau)d\tau=\omega_c t+K_f\int_{-\infty}^{t}m(\tau)d\tau$$

- 得到的调频信号为：

$$s_{FM}(t)=A\cos\left[\omega_c t+K_f\int_{-\infty}^{t}m(\tau)d\tau\right]$$

- 当载波受到相位调制时，其瞬时相位携带被调信号：

$$\theta(t)=\omega_c t+\phi_0+K_p m(t)$$

其中K_p为调相系统的常数(相移常数)

- 得到的调相信号为：

$$s_{PM}(t)=A\cos[\omega_c t+\phi_0+K_p m(t)]$$

- 调相信号的瞬时频率为：

$$\omega_i(t)=\frac{d\theta(t)}{dt}=\omega_c+K_p\frac{dm(t)}{dt}$$

- 先看被调信号为单频余弦的特殊情况：

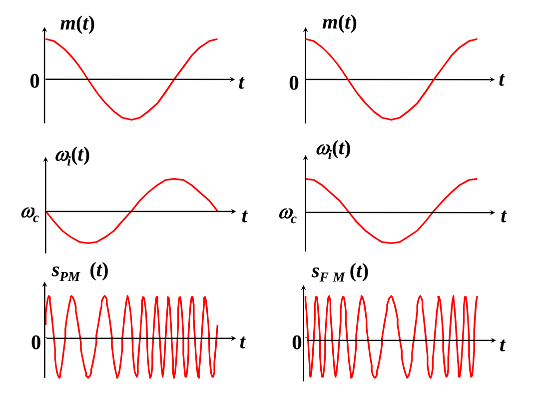
$$m(t)=A_m\cos\omega_m t$$

调相波为：

$$s_{PM}(t)=A\cos[\omega_c t+\phi_0+K_p m(t)]=A\cos(\omega_c t+\phi_0+K_p A_m\cos\omega_m t)$$

调频波为：

$$s_{FM}(t)=A\cos\left[\omega_c t+K_f\int_{-\infty}^{t}m(\tau)d\tau\right]=A\cos\left[\omega_c t+K_f A_m\int_{-\infty}^{t}\cos\omega_m\tau\, d\tau\right]=A\cos\left[\omega_c t+\frac{K_f A_m}{\omega_m}\sin\omega_m t\right]$$



$$\because \quad s_{PM}(t) = A\cos[\omega_c t + \phi_0 + K_p m(t)]$$

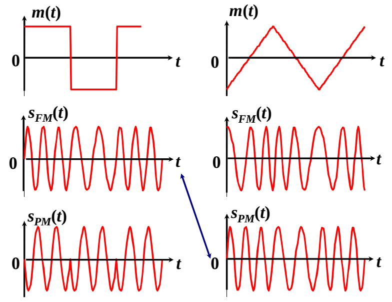
$$s_{FM}(t) = A\cos\left[\omega_c t + K_f \int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau\right]$$

- **调相和调频的本质是一致的**
  - 对$m(t)$先积分再调相 → 调频信号　　间接调频法
  - 对$m(t)$先微分再调频 → 调相信号　　间接调相法

$m(t)$ → 积分器 → 调相 → $s_{FM}(t)$

$m(t)$ → 微分器 → 调频 → $s_{PM}(t)$

- **事先未知$m(t)$形式，单从调制信号无法区分调频波、调相波**



- **调频、调相统称为角调制**
- **调频、调相无本质区别，研究一种即可，下面仅讨论调频**

- **调频中的两个重要参数：最大频偏、调频指数**

瞬时频率：　$\omega_i(t) = \omega_c + K_f m(t)$

最大频偏$\Delta\omega$：瞬时频率相对ω_c的频偏(瞬时频偏)的最大绝对值

$$\Delta\omega = K_f \,|m(t)|_{\max}$$

瞬时相位：　$\theta(t) = \int_{-\infty}^{t} \omega_i(\tau)d\tau = \omega_c t + K_f \int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau$

调频指数β(最大瞬时相位偏移)：瞬时相位相对$\omega_c t$的偏移(瞬时相位偏移)的最大绝对值

$$\beta = K_f \left|\int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau\right|_{\max}$$

二、调频信号的频谱和带宽

- **调频是非线性调制，叠加原理不适用**

1、窄带调频　$\beta = K_f \,|\int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau|_{\max} << \dfrac{\pi}{2}$

通常规定：　$\beta < 0.2$ rad

$$s_{FM}(t) = A\cos\left[\omega_c t + K_f \int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau\right]$$

$$= A\cos\omega_c t \cos\left[K_f \int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau\right] - A\sin\omega_c t \sin\left[K_f \int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau\right]$$

$$\approx A\cos\omega_c t - A\left[K_f \int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau\right]\sin\omega_c t$$

$$\int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau \overset{F}{\longleftrightarrow} \frac{M(\omega)}{j\omega} \qquad M(\omega)在\omega=0处频谱为0$$

$$\sin\omega_c t \overset{F}{\longleftrightarrow} j\pi[\delta(\omega+\omega_c) - \delta(\omega-\omega_c)]$$

$$\int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau \cdot \sin\omega_c t \overset{F}{\longleftrightarrow} \frac{1}{2\pi} j\pi[\delta(\omega+\omega_c) - \delta(\omega-\omega_c)] * \frac{M(\omega)}{j\omega}$$

$$\therefore \quad S_{FM}(\omega) = \pi A[\delta(\omega-\omega_c) + \delta(\omega+\omega_c)]$$

$$-\frac{AK_f}{2}\left[\frac{M(\omega+\omega_c)}{\omega+\omega_c} - \frac{M(\omega-\omega_c)}{\omega-\omega_c}\right]$$

- **窄带调频信号的带宽与AM信号相同：$B=2f_m$**
- **窄带调频信号的频谱与AM信号不同：边带分量形状改变**

2、宽带调频

$\beta >> 1$　　通常规定：　$\beta > 5$ rad

- **宽带调频信号的频谱和带宽比较复杂，先观察单频情况：**

$$m(t) = A_m \cos\omega_m t$$

$$s_{FM}(t) = A\cos\left[\omega_c t + K_f \int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau\right] = A\cos[\omega_c t$$

$$+ K_f \int_{-\infty}^{t} A_m \cos\omega_m \tau \, d\tau] = A\cos\left[\omega_c t + \frac{K_f A_m}{\omega_m}\sin\omega_m t\right]$$

$$\because \quad \beta = K_f \left|\int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau\right|_{\max} = K_f \left|\int_{-\infty}^{t} A_m \cos\omega_m \tau \, d\tau\right|_{\max}$$

$$= \frac{K_f A_m}{\omega_m} |\sin\omega_m t|_{\max} = \frac{K_f A_m}{\omega_m}$$

$$\therefore \quad s_{FM}(t) = A\cos[\omega_c t + \beta \sin \omega_m t]$$

$$= A\cos[\beta \sin \omega_m t]\cos \omega_c t - A\sin[\beta \sin \omega_m t]\sin \omega_c t$$

$$v(t) = e^{j\beta \sin \omega_m t} = \cos[\beta \sin \omega_m t] + j\sin[\beta \sin \omega_m t]$$

周期信号，周期为：$T = \dfrac{2\pi}{\omega_m}$

傅里叶级数为：$c_k = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_{-T/2}^{T/2} e^{j\beta \sin \omega_m t} e^{-jk\omega_m t} dt$

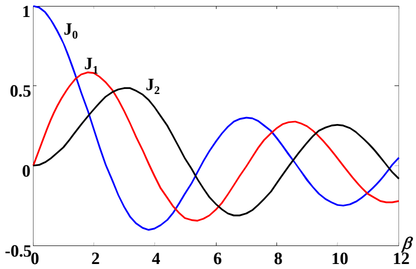
令：$\omega_m t = x \rightarrow t = \dfrac{x}{\omega_m}, dt = \dfrac{1}{\omega_m} dx$

$$\therefore \quad c_k = \frac{1}{T}\int_{-T/2/\omega_m}^{T/2/\omega_m} e^{j(\beta \sin x - kx)} \frac{dx}{\omega_m} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{j(\beta \sin x - kx)} dx$$

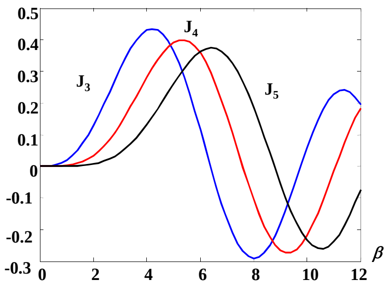
47 13

第一类Bessel函数：$J_k(\beta) = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} e^{j(\beta \sin x - kx)} dx$, k为阶

两个性质：$J_k(\beta) = (-1)^k J_{-k}(\beta)$ $\quad \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k^2(\beta) = 1$



47 14



$$c_k = J_k(\beta) \quad \Rightarrow \quad v(t) = e^{j\beta \sin \omega_m t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(\beta) e^{jk\omega_m t}$$

47 15

$$v(t) = J_0(\beta) + \sum_{k=-\infty}^{-1} J_k(\beta) e^{jk\omega_m t} + \sum_{k=1}^{\infty} J_k(\beta) e^{jk\omega_m t}$$

$$= J_0(\beta) + \sum_{k=1}^{\infty} [J_{-k}(\beta) e^{-jk\omega_m t} + J_k(\beta) e^{jk\omega_m t}]$$

$$\because \quad J_{2n}(\beta) = J_{-2n}(\beta), \quad J_{2n-1}(\beta) = -J_{-(2n-1)}(\beta)$$

$$\therefore \quad v(t) = e^{j\beta \sin \omega_m t} = J_0(\beta) + 2\sum_{n=1}^{\infty} [J_{2n}(\beta)\cos 2n\omega_m t]$$

$$+ 2j\sum_{n=1}^{\infty} [J_{2n-1}(\beta)\sin(2n-1)\omega_m t] \quad \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \cos[\beta \sin \omega_m t] = J_0(\beta) + 2\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} [J_{2n}(\beta)\cos 2n\omega_m t] \\ \sin[\beta \sin \omega_m t] = 2\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} [J_{2n-1}(\beta)\sin(2n-1)\omega_m t] \end{cases}$$

47 16

$$s_{FM}(t) = A\cos[\beta \sin \omega_m t]\cos \omega_c t - A\sin[\beta \sin \omega_m t]\sin \omega_c t$$

$$= AJ_0(\beta)\cos \omega_c t - 2AJ_1(\beta)\sin \omega_m t \sin \omega_c t$$

$$+ 2AJ_2(\beta)\cos 2\omega_m t \sin \omega_c t + \cdots = AJ_0(\beta)\cos \omega_c t$$

$$- AJ_1(\beta)[\cos(\omega_c - \omega_m)t - \cos(\omega_c + \omega_m)t]$$

$$+ AJ_2(\beta)[\cos(\omega_c - 2\omega_m)t + \cos(\omega_c + 2\omega_m)t] + \cdots$$

$$= AJ_0(\beta)\cos \omega_c t - AJ_1(\beta)\cos(\omega_c - \omega_m)t$$

$$+ AJ_1(\beta)\cos(\omega_c + \omega_m)t + AJ_2(\beta)\cos(\omega_c - 2\omega_m)t$$

$$+ AJ_2(\beta)\cos(\omega_c + 2\omega_m)t + \cdots$$

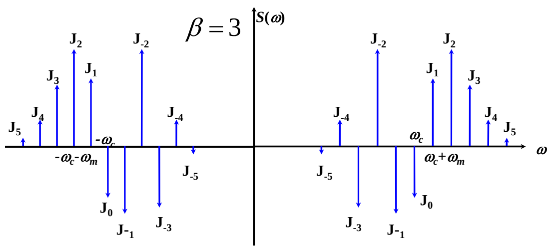
$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta)\cos(\omega_c + n\omega_m)t$$

47 17

对单频信号，其**FM**信号频谱包含无穷多项频率分量

对称分布在载频两侧：***n***奇数，奇对称；***n***偶数，偶对称

谱线间隔为ω_m



47 18

- **全部谱线的功率之和就是FM信号的功率**
- **虽有无穷多频率分量，但频谱的主要成份还是比较集中的，故FM信号也有一定的带宽**

β	J_0	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	J_7	J_8	有效边带数	带宽
0.2	0.99	0.10	…							1	$2f_m$
0.5	0.94	0.24	0.03	…						1	$2f_m$
1.0	0.77	0.44	0.11	0.02	…					2	$4f_m$
2.0	0.22	0.58	0.35	0.13	0.01	…				3	$6f_m$
3.0	-0.26	0.34	0.49	0.31	0.13	0.04	…			4	$8f_m$
4.0	-0.40	-0.07	0.36	0.43	0.28	0.13	0.05	…		5	$10f_m$
5.0	-0.18	-0.33	0.05	0.36	0.39	0.26	0.13	0.05	…	6	$12f_m$
6.0	0.15	-0.28	-0.24	0.11	0.36	0.36	0.25	0.13	0.05	7	$14f_m$
7.0	0.30	-0.00	-0.30	-0.17	0.16	0.35	0.34	0.23	0.13	8	$16f_m$

- **以有效边带幅度≥0.1算，FM信号带宽为(Carson规则)：**

$$B = 2(\beta+1) f_m = 2\Delta F + 2 f_m$$

ΔF 为系统的最大频谱：$\Delta F=\beta f_m$

- **调频是非线性调制，被调信号的频谱将发生变化**
- **对于非单频信号，FM信号频谱更加复杂，经分析表明：调频信号的频谱带宽一般仍满足卡松规则**

三、调频信号的产生

- **两种方法：直接调频法、间接调频法**

1、直接调频法

- **LC振荡器的振荡频率为：** $f_c = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
- **若电容C随m(t)变化：** $C = C_0 + \Delta C = C_0 + K_c m(t)$

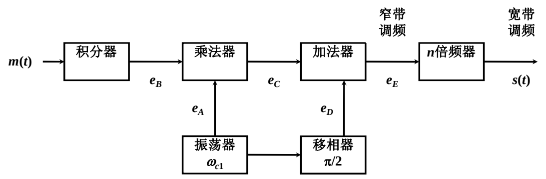
$$\Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\{L[C_0 + K_c m(t)]\}^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\pi}\left\{LC_0\left[1+\frac{K_c}{C_0}m(t)\right]\right\}^{-\frac{1}{2}}$$

$$= f_c\left[1+\frac{K_c}{C_0}m(t)\right]^{-\frac{1}{2}} \approx f_c\left[1-\frac{K_c}{2C_0}m(t)\right] = f_c - \frac{K_c f_c}{2C_0}m(t)$$

- **近似式成立的条件：** $\dfrac{K_c}{C_0} << 1 \quad \rightarrow$ 只能得到窄带调频
- **采用倍频方法 → 宽带调频**

2、间接调频法

- **大多数高质量FM系统多采用间接调频法(Armstrong法)：采用积分器对m(t)积分后进行调相 → 窄带调频**



- **以单频信号为例来说明间接调频的原理：**

$m(t) = A_m \cos\omega_m t$

振荡器输出为： $e_A = A_c \cos\omega_{c1} t$

积分器输出为：

$$e_B = \int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{t} A_m \cos\omega_m \tau\, d\tau = \frac{A_m}{\omega_m}\sin\omega_m t$$

乘法器输出为：

$$e_D = k e_A e_B = \frac{kA_m A_c}{\omega_m}\sin\omega_m t\cos\omega_{c1} t$$

移相器输出为：

$$e_C = A_c\cos\left(\omega_{c1}t - \frac{\pi}{2}\right) = A_c\sin\omega_{c1}t$$

加法器输出为：

$$e_E = e_C + e_D = A_c\sin\omega_{c1}t + \frac{kA_m A_c}{\omega_m}\sin\omega_m t\cos\omega_{c1}t$$

$$= A_c\sqrt{1+\frac{k^2A_m^2}{\omega_m^2}\sin^2\omega_m t}\,\sin[\omega_{c1}t + \phi(t)]$$

$$\phi(t) = \arctan\left(\frac{kA_m}{\omega_m}\sin\omega_m t\right)$$

对于窄带调频，有： $\dfrac{kA_m}{\omega_m} << 1 \quad \Rightarrow$

$$A_c\sqrt{1+\frac{k^2A_m^2}{\omega_m^2}\sin^2\omega_m t} \approx A_c$$

$$\phi(t) = \arctan\left(\frac{kA_m}{\omega_m}\sin\omega_m t\right) \approx \frac{kA_m}{\omega_m}\sin\omega_m t = \beta_1\sin\omega_m t$$

$$\therefore\quad e_E = A_c\sqrt{1+\frac{k^2A_m^2}{\omega_m^2}\sin^2\omega_m t}\,\sin[\omega_{c1}t + \phi(t)]$$

$$\approx A_c\sin(\omega_{c1}t + \beta_1\sin\omega_m t)$$

→ 窄带调频

倍频器输出为：

$$s(t) = A_c\sin[n(\omega_{c1}t + \beta_1\sin\omega_m t)]$$

$$= A_c\sin(n\omega_{c1}t + n\beta_1\sin\omega_m t)$$

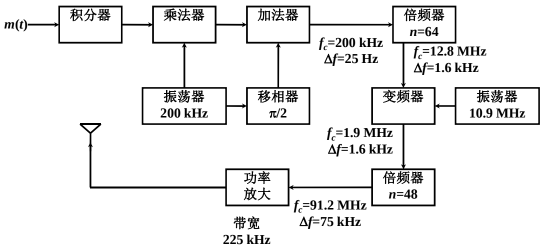
$$= A_c\sin(\omega_c t + \beta\sin\omega_m t)$$

$\omega_c = n\omega_{c1}$

$\beta = n\beta_1$

→ 宽带调频

FM广播的间接调频发射机框图



四、FM信号的解调

- **FM信号的瞬时频率与*m*(*t*)成线性关系**

47 25

- **解调思路：产生一幅度与FM信号瞬时频率成线性关系的信号**
- **称这种频率→幅度的变换装置为鉴频器**

$$s_{FM}(t)=A\cos\left[\omega_c t+K_f\int_{-\infty}^{t}m(\tau)d\tau\right]$$

$$\frac{ds_{FM}(t)}{dt}=-A\frac{d\left[\omega_c t+K_f\int_{-\infty}^{t}m(\tau)d\tau\right]}{dt}\sin\left[\omega_c t+K_f\int_{-\infty}^{t}m(\tau)d\tau\right]$$

$$=-A[\omega_c+K_f m(t)]\sin\left[\omega_c t+K_f\int_{-\infty}^{t}m(\tau)d\tau\right]$$

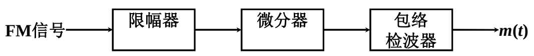
- **FM信号微分→ 调幅调频信号**
- **包络为：**

$$A[\omega_c+K_f m(t)]=A\omega_c\left[1+\frac{K_f}{\omega_c}m(t)\right]$$

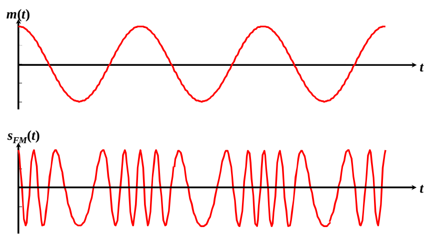
与*m*(*t*)成线性关系

47 26

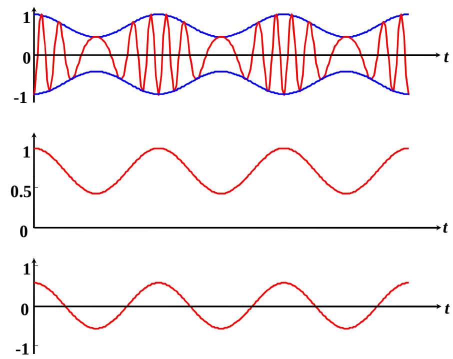
FM信号的解调框图



- **鉴频器：微分器＋包络检波器**
- **限幅器：克服噪声对FM信号幅度的影响 → 保证幅度*A*恒定**



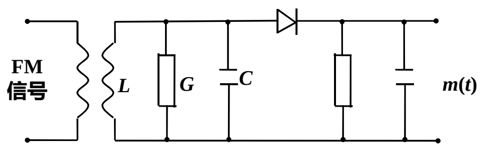
47 27



47 28

- **微分器：实现|*H*(*ω*)|~*ω*的线性关系**
- **实现电路：失谐回路鉴频器、相位鉴频器、比例鉴频器**
- **这里只简单介绍**失谐回路鉴频器

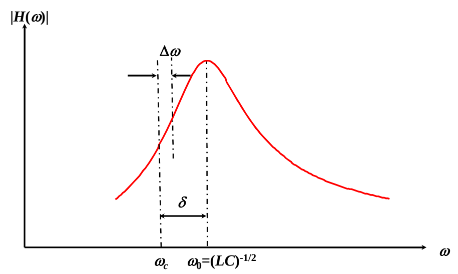
失谐单回路鉴频器电路图



$$|H(\omega)|=\left|\frac{V_0(\omega)}{I(\omega)}\right|=\frac{1}{G}\left[1+\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2\Big/G^2\right]^{-\frac{1}{2}}$$

47 29

- **定义$\Delta\omega=\omega-\omega_c$为相对载频$\omega_c$的频率偏移**
- **为保证工作范围的线性，设$\Delta\omega<<\omega_c$，$\delta<<\omega_c$**



- **沿左边斜坡工作时有：**

$$|H(\omega)|\approx\frac{1}{G}\left[1+4\left(\frac{C}{G}\right)^2(\delta-\Delta\omega)^2\right]^{-\frac{1}{2}}$$

47 30

- **进一步假设$\Delta\omega<<\delta$，表明**ω_c虽接近ω_0，但$\Delta\omega$总离ω_c不远
  $\rightarrow$ 保证工作范围在线性区域
- 令$a=G/2C$，得到

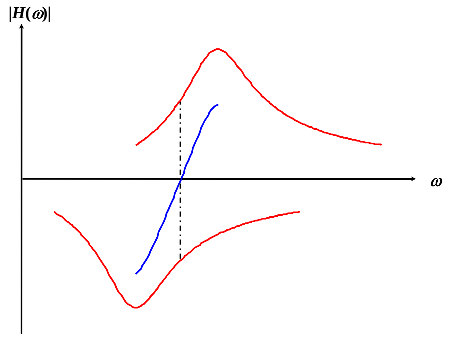
$$|H(\omega)|\approx\frac{1}{G}\left[1-\frac{\delta^2}{2a^2}+\frac{\delta}{a^2}\Delta\omega\right]$$

$|H(\omega)|$与$\Delta\omega$成线性关系

- **若用两个单失谐回路，一个调谐在**$\omega_c+\delta$**，一个**调谐在$\omega_c-\delta$，可增大线性工作的范围
- **将两单失谐回路输出包络检波器的输出相减，最后输出为：**

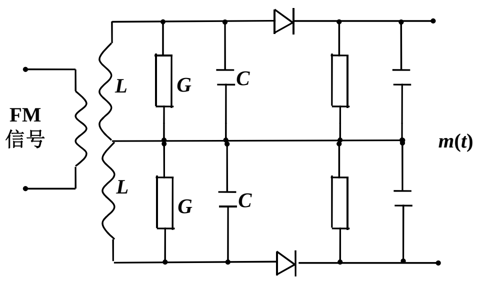
$$|H(\omega)|_{\omega_c+\delta}-|H(\omega)|_{\omega_c-\delta}=\frac{2\delta}{Ga^2}\Delta\omega$$

47 31



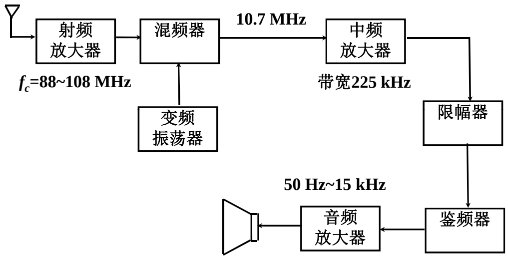
47 32

平衡鉴频器电路图



47 33

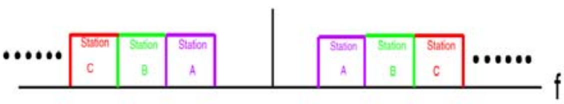
FM收音机解调框图



47 34

§ 4.4 频分多路复用(FDM)

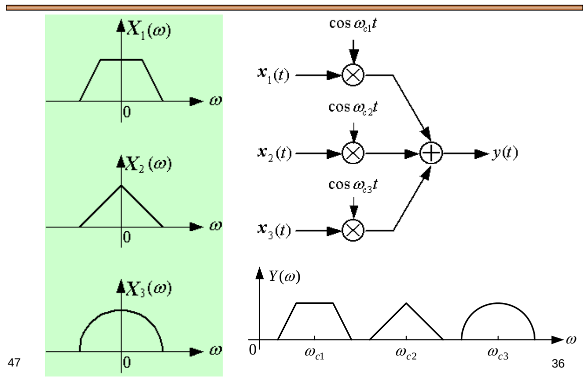
- **基本思想：通过频率搬移(振幅调制或角调制)将每路信号在频率上排列起来(不重叠)，使**每路信号只占据信道带宽的一部分，这样叠加成一个宽带的信号来实现多路信号的同时传输



- **含义：信道的可用频带被分成若干个互不交叠的频段，每路信号占据其中一个频段**
- **接收时，可用适当的带通滤波器将各路信号分割开来，然后分别进行解调**

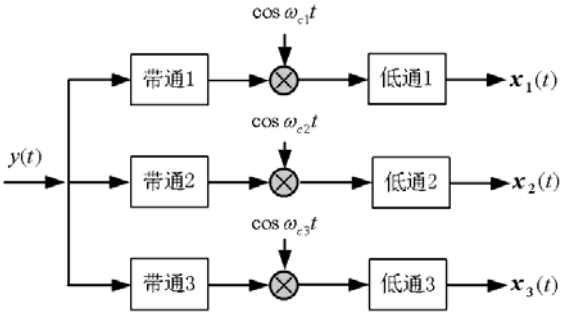
47 35

FDM调制系统(DSB调制)举例

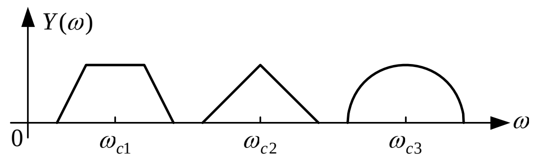


47 36

FDM解调系统(DSB调制)举例

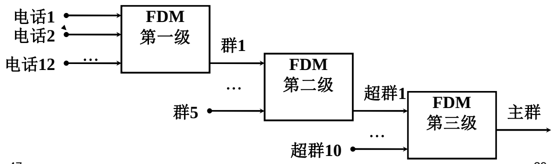


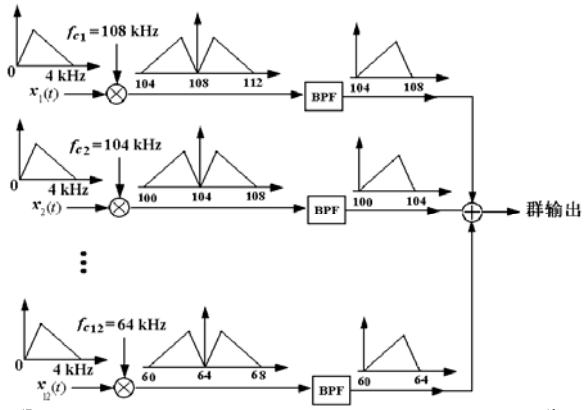
- 频分多路复用后的信号波形在时间域上无法像时分多路复用那样可以分割
- 频分多路复用的主要问题是各路信号之间的相互干扰：串扰
- 为减小串扰，需合理选择各路的载波频率，并在各路已调制的信号频谱之间留出一定的保护间隔(频分多路复用的邻路防护间隔)



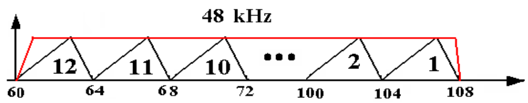
一、FDM电话系统

- 用SSB技术在公用传输信道上传送600路电话信号
- 每路电话信号频带：300~3400 Hz，SSB调制信号的带宽不变
- 为减小串扰，取一定邻路防护间隔，每路信号频带取为4 kHz
- 系统采用三级FDM组合方式：
  - 一次群：12路信号组合成一个群信号
  - 二次群：5个群信号组合成一个超群信号
  - 三次群：10个超群信号组合成一个主群信号

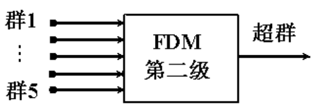


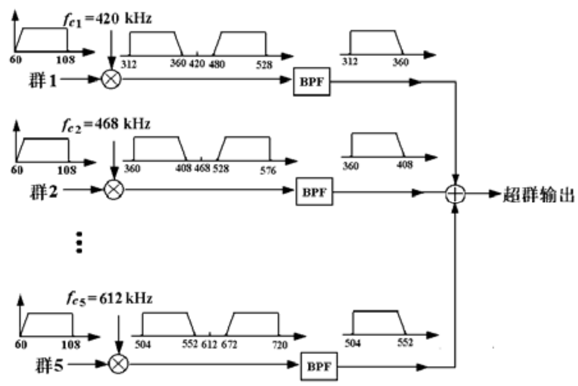


群信号频谱



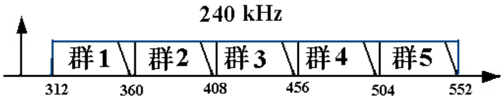
- 群信号频谱范围：60~108 kHz，带宽：48 kHz
- 第二级频分多路复用：5个群进行组合



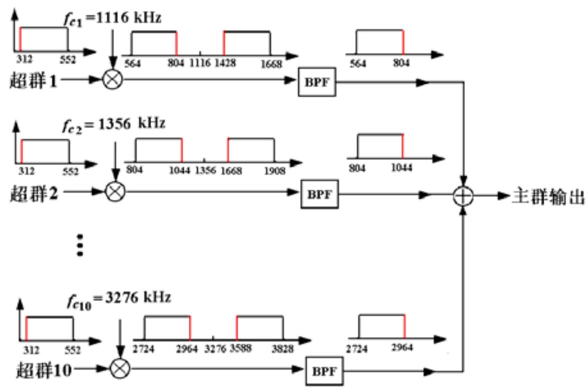


超群信号频谱

240 kHz

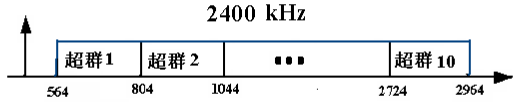


- 超群信号频谱范围：312~552 kHz，带宽：240 kHz
- 第三级频分多路复用：10个超群进行组合



主群信号频谱

2400 kHz



- 主群信号频谱范围：564~2964 kHz，带宽：2400 kHz
- 可以通过同轴电缆传输

二、空间遥测FM/FM系统

- FM/FM二级调制频分多路复用系统
- 系统有21个信道，带宽各不相同：6 Hz~2.5 kHz
- 每路先进行β=5的调频，FDM后合成一带宽180 kHz的信号
- 再进行调频：载波2200 MHz，频偏1.4 MHz