§8.4 相对论理论的四维形式

§8.4 相对论理论的四维形式

一、四维时空　物理量的分类

§8.4 相对论理论的四维形式

一、四维时空 物理量的分类

物体运动总在三维空间和一维时间中进行，描述物理事件用四维时空坐标 (x, y, z, t)

§8.4 相对论理论的四维形式

一、四维时空　物理量的分类

物体运动总在三维空间和一维时间中进行，描述物理事件用四维时空坐标 (x, y, z, t)
为描述方便，引进四维坐标 (x, y, z, ict)，记为；x_μ，　$\mu = 1, 2, 3, 4$

§8.4 相对论理论的四维形式

一、四维时空　物理量的分类

物体运动总在三维空间和一维时间中进行，描述物理事件用四维时空坐标 (x, y, z, t) 为描述方便，引进四维坐标 (x, y, z, ict)，记为；$x_\mu, \quad \mu = 1, 2, 3, 4$

$$x_1 = x,\ x_2 = y,\ x_3 = z,\ x_4 = ict$$

§8.4 相对论理论的四维形式

一、四维时空 物理量的分类

物体运动总在三维空间和一维时间中进行，描述物理事件用四维时空坐标 (x, y, z, t)

为描述方便，引进四维坐标 (x, y, z, ict)，记为：x_μ， $\mu = 1, 2, 3, 4$

$$x_1 = x,\ x_2 = y,\ x_3 = z,\ x_4 = ict$$

洛伦兹变换可写成：$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu$ (对重复下标求和)

§ 8.4 相对论理论的四维形式

一、四维时空　物理量的分类

物体运动总在三维空间和一维时间中进行，描述物理事件用四维时空坐标 (x, y, z, t)
为描述方便，引进四维坐标 (x, y, z, ict)，记为：x_μ,　　$\mu = 1, 2, 3, 4$

$$x_1 = x,\ x_2 = y,\ x_3 = z,\ x_4 = ict$$

洛伦兹变换可写成：$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu$　　　(对重复下标求和)

$$a_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 & i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix}$$

§8.4 相对论理论的四维形式

一、四维时空 物理量的分类

物体运动总在三维空间和一维时间中进行，描述物理事件用四维时空坐标 (x, y, z, t)

为描述方便，引进四维坐标 (x, y, z, ict)，记为；x_μ， $\mu = 1, 2, 3, 4$

$$x_1 = x,\ x_2 = y,\ x_3 = z,\ x_4 = ict$$

洛伦兹变换可写成；$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu$ (对重复下标求和)

$$a_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 & i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix}$$

容易验证：$a_{\mu\nu} a_{\mu\lambda} = \delta_{\nu\lambda} \quad \Longrightarrow \quad a$ 是正交矩阵 （与其转置的积为单位矩阵）

§ 8.4 相对论理论的四维形式

一、四维时空　物理量的分类

物体运动总在三维空间和一维时间中进行，描述物理事件用四维时空坐标 (x, y, z, t) 为描述方便，引进四维坐标 (x, y, z, ict)，记为；x_μ，　$\mu = 1, 2, 3, 4$

$$x_1 = x,\ x_2 = y,\ x_3 = z,\ x_4 = ict$$

洛伦兹变换可写成；$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu$　　(对重复下标求和)

$$a_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 & i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix}$$

容易验证：$a_{\mu\nu} a_{\mu\lambda} = \delta_{\nu\lambda} \quad \Longrightarrow \quad a$ 是正交矩阵　（与其转置的积为单位矩阵）

因此，引进四维坐标 x_μ 后，洛伦兹变换对应于四维坐标的一个正交变换。

§ 8.4 相对论理论的四维形式

一、四维时空　物理量的分类

物体运动总在三维空间和一维时间中进行，描述物理事件用四维时空坐标 (x, y, z, t)

为描述方便，引进四维坐标 (x, y, z, ict)，记为；x_μ，　$\mu = 1, 2, 3, 4$

$$x_1 = x,\ x_2 = y,\ x_3 = z,\ x_4 = ict$$

洛伦兹变换可写成；$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu$　　(对重复下标求和)

$$a_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 & i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix}$$

容易验证：$a_{\mu\nu} a_{\mu\lambda} = \delta_{\nu\lambda} \quad \Longrightarrow \quad a$ 是正交矩阵　（与其转置的积为单位矩阵）

因此，引进四维坐标 x_μ 后，洛伦兹变换对应于四维坐标的一个正交变换。而正交变换在几何上表示坐标系的转动，洛伦兹变换为不同惯性系的变换

§ 8.4 相对论理论的四维形式

一、四维时空　物理量的分类

物体运动总在三维空间和一维时间中进行，描述物理事件用四维时空坐标 (x, y, z, t) 为描述方便，引进四维坐标 (x, y, z, ict)，记为；x_μ,　$\mu = 1, 2, 3, 4$

$$x_1 = x,\ x_2 = y,\ x_3 = z,\ x_4 = ict$$

洛伦兹变换可写成；$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu$　(对重复下标求和)

$$a_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 & i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix}$$

容易验证：$a_{\mu\nu} a_{\mu\lambda} = \delta_{\nu\lambda} \implies a$ 是正交矩阵　（与其转置的积为单位矩阵）

因此，引进四维坐标 x_μ 后，洛伦兹变换对应于四维坐标的一个正交变换。

而正交变换在几何上表示坐标系的转动，洛伦兹变换为不同惯性系的变换

因此，不同惯性系的变换相当于四维空间（闵可夫斯基空间）坐标系的转动

若已知四维空间坐标系的变换为：$x'_\mu = a_{\mu\nu}x_\nu$，则物理量可按如下分类：

若已知四维空间坐标系的变换为：$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu$，则物理量可按如下分类：

标量　　四维空间坐标系的转动变换下（不同惯性系变换下）的不变量

若已知四维空间坐标系的变换为：$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu$，则物理量可按如下分类：

标量 四维空间坐标系的转动变换下（不同惯性系变换下）的不变量

矢量 由四个分量组成，每个分量在四维空间坐标系转动下按如下方式变换

$$A'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu$$

若已知四维空间坐标系的变换为：$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu$，则物理量可按如下分类：

标量 四维空间坐标系的转动变换下（不同惯性系变换下）的不变量

矢量 由四个分量组成，每个分量在四维空间坐标系转动下按如下方式变换

$A'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu$ 标量和矢量也可分别称为零阶张量、一阶张量

若已知四维空间坐标系的变换为：$x'_\mu = a_{\mu\nu}x_\nu$，则物理量可按如下分类：

标量　四维空间坐标系的转动变换下（不同惯性系变换下）的不变量

矢量　由四个分量组成，每个分量在四维空间坐标系转动下按如下方式变换

$A'_\mu = a_{\mu\nu}A_\nu$　标量和矢量也可分别称为零阶张量、一阶张量

二阶张量

若已知四维空间坐标系的变换为：$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu$，则物理量可按如下分类：

标量 四维空间坐标系的转动变换下（不同惯性系变换下）的不变量

矢量 由四个分量组成，每个分量在四维空间坐标系转动下按如下方式变换

$A'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu$ 标量和矢量也可分别称为零阶张量、一阶张量

二阶张量 由 16 个分量组成，在四维空间坐标系的转动下按如下方式变换

$T'_{\mu\nu} = a_{\mu\lambda} a_{\nu\delta} T_{\lambda\delta}$

若已知四维空间坐标系的变换为：$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu$，则物理量可按如下分类：

标量　四维空间坐标系的转动变换下（不同惯性系变换下）的不变量

矢量　由四个分量组成，每个分量在四维空间坐标系转动下按如下方式变换

$A'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu$　标量和矢量也可分别称为零阶张量、一阶张量

二阶张量　由 16 个分量组成，在四维空间坐标系的转动下按如下方式变换

$$T'_{\mu\nu} = a_{\mu\lambda} a_{\nu\delta} T_{\lambda\delta}$$

例：

若已知四维空间坐标系的变换为：$x'_\mu = a_{\mu\nu}x_\nu$，则物理量可按如下分类：

标量 四维空间坐标系的转动变换下（不同惯性系变换下）的不变量

矢量 由四个分量组成，每个分量在四维空间坐标系转动下按如下方式变换

$A'_\mu = a_{\mu\nu}A_\nu$ 标量和矢量也可分别称为零阶张量、一阶张量

二阶张量 由 16 个分量组成，在四维空间坐标系的转动下按如下方式变换

$$T'_{\mu\nu} = a_{\mu\lambda}a_{\nu\delta}T_{\lambda\delta}$$

例：

间隔 $(\Delta s)^2 = -\mathrm{d}x_\mu \mathrm{d}x_\mu$ 是标量

若已知四维空间坐标系的变换为：$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu$，则物理量可按如下分类：

标量 四维空间坐标系的转动变换下（不同惯性系变换下）的不变量

矢量 由四个分量组成，每个分量在四维空间坐标系转动下按如下方式变换

$A'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu$ 标量和矢量也可分别称为零阶张量、一阶张量

二阶张量 由 16 个分量组成，在四维空间坐标系的转动下按如下方式变换

$T'_{\mu\nu} = a_{\mu\lambda} a_{\nu\delta} T_{\lambda\delta}$

例：

间隔 $(\Delta s)^2 = -\mathrm{d}x_\mu \mathrm{d}x_\mu$ 是标量

$\mathrm{d}x'_\mu \mathrm{d}x'_\mu = a_{\mu\nu}\mathrm{d}x_\nu a_{\mu\lambda}\mathrm{d}x_\lambda = a_{\mu\nu}a_{\mu\lambda}\mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\lambda = \delta_{\nu\lambda}\mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\lambda = \mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\nu$ **标量**

若已知四维空间坐标系的变换为：$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu$，则物理量可按如下分类：

标量　四维空间坐标系的转动变换下（不同惯性系变换下）的不变量

矢量　由四个分量组成，每个分量在四维空间坐标系转动下按如下方式变换

$A'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu$　标量和矢量也可分别称为零阶张量、一阶张量

二阶张量　由 16 个分量组成，在四维空间坐标系的转动下按如下方式变换

$T'_{\mu\nu} = a_{\mu\lambda} a_{\nu\delta} T_{\lambda\delta}$

例：

间隔 $(\Delta s)^2 = -\mathrm{d}x_\mu \mathrm{d}x_\mu$ 是标量

$$\mathrm{d}x'_\mu \mathrm{d}x'_\mu = a_{\mu\nu}\mathrm{d}x_\nu a_{\mu\lambda}\mathrm{d}x_\lambda = a_{\mu\nu}a_{\mu\lambda}\mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\lambda = \delta_{\nu\lambda}\mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\lambda = \mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\nu \quad \text{标量}$$

$\dfrac{\partial}{\partial x_\mu}$ 是矢量算符

若已知四维空间坐标系的变换为：$x'_\mu = a_{\mu\nu}x_\nu$，则物理量可按如下分类：

标量 四维空间坐标系的转动变换下（不同惯性系变换下）的不变量

矢量 由四个分量组成，每个分量在四维空间坐标系转动下按如下方式变换

$A'_\mu = a_{\mu\nu}A_\nu$ 标量和矢量也可分别称为零阶张量、一阶张量

二阶张量 由 16 个分量组成，在四维空间坐标系的转动下按如下方式变换

$T'_{\mu\nu} = a_{\mu\lambda}a_{\nu\delta}T_{\lambda\delta}$

例：

间隔 $(\Delta s)^2 = -\mathrm{d}x_\mu \mathrm{d}x_\mu$ 是标量

$$\mathrm{d}x'_\mu \mathrm{d}x'_\mu = a_{\mu\nu}\mathrm{d}x_\nu a_{\mu\lambda}\mathrm{d}x_\lambda = a_{\mu\nu}a_{\mu\lambda}\mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\lambda = \delta_{\nu\lambda}\mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\lambda = \mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\nu \quad \text{标量}$$

$\dfrac{\partial}{\partial x_\mu}$ 是矢量算符

$$\frac{\partial}{\partial x'_\mu}$$

若已知四维空间坐标系的变换为：$x'_\mu = a_{\mu\nu}x_\nu$，则物理量可按如下分类：

标量 四维空间坐标系的转动变换下（不同惯性系变换下）的不变量

矢量 由四个分量组成，每个分量在四维空间坐标系转动下按如下方式变换

$A'_\mu = a_{\mu\nu}A_\nu$ 标量和矢量也可分别称为零阶张量、一阶张量

二阶张量 由 16 个分量组成，在四维空间坐标系的转动下按如下方式变换

$T'_{\mu\nu} = a_{\mu\lambda}a_{\nu\delta}T_{\lambda\delta}$

例：

间隔 $(\Delta s)^2 = -\mathrm{d}x_\mu \mathrm{d}x_\mu$ 是标量

$$\mathrm{d}x'_\mu \mathrm{d}x'_\mu = a_{\mu\nu}\mathrm{d}x_\nu a_{\mu\lambda}\mathrm{d}x_\lambda = a_{\mu\nu}a_{\mu\lambda}\mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\lambda = \delta_{\nu\lambda}\mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\lambda = \mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\nu \quad \text{标量}$$

$\dfrac{\partial}{\partial x_\mu}$ 是矢量算符

$$\frac{\partial}{\partial x'_\mu} = \frac{\partial}{\partial x_\nu}\frac{\partial x_\nu}{\partial x'_\mu}$$

若已知四维空间坐标系的变换为：$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu$，则物理量可按如下分类：

标量 四维空间坐标系的转动变换下（不同惯性系变换下）的不变量

矢量 由四个分量组成，每个分量在四维空间坐标系转动下按如下方式变换

$A'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu$ 标量和矢量也可分别称为零阶张量、一阶张量

二阶张量 由 16 个分量组成，在四维空间坐标系的转动下按如下方式变换

$T'_{\mu\nu} = a_{\mu\lambda} a_{\nu\delta} T_{\lambda\delta}$

例：

间隔 $(\Delta s)^2 = -\mathrm{d}x_\mu \mathrm{d}x_\mu$ 是标量

$$\mathrm{d}x'_\mu \mathrm{d}x'_\mu = a_{\mu\nu}\mathrm{d}x_\nu a_{\mu\lambda}\mathrm{d}x_\lambda = a_{\mu\nu}a_{\mu\lambda}\mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\lambda = \delta_{\nu\lambda}\mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\lambda = \mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\nu \qquad \text{标量}$$

$\dfrac{\partial}{\partial x_\mu}$ 是矢量算符

$$\frac{\partial}{\partial x'_\mu} = \frac{\partial}{\partial x_\nu}\frac{\partial x_\nu}{\partial x'_\mu} = \frac{\partial}{\partial x_\nu}\frac{\partial[(a^{-1})_{\nu\lambda}x'_\lambda]}{\partial x'_\mu}$$

若已知四维空间坐标系的变换为：$x'_\mu = a_{\mu\nu}x_\nu$，则物理量可按如下分类：

标量 四维空间坐标系的转动变换下（不同惯性系变换下）的不变量

矢量 由四个分量组成，每个分量在四维空间坐标系转动下按如下方式变换

$A'_\mu = a_{\mu\nu}A_\nu$ 标量和矢量也可分别称为零阶张量、一阶张量

二阶张量 由 16 个分量组成，在四维空间坐标系的转动下按如下方式变换

$T'_{\mu\nu} = a_{\mu\lambda}a_{\nu\delta}T_{\lambda\delta}$

例：

间隔 $(\Delta s)^2 = -\mathrm{d}x_\mu \mathrm{d}x_\mu$ 是标量

$$\mathrm{d}x'_\mu \mathrm{d}x'_\mu = a_{\mu\nu}\mathrm{d}x_\nu a_{\mu\lambda}\mathrm{d}x_\lambda = a_{\mu\nu}a_{\mu\lambda}\mathrm{d}x_\nu \mathrm{d}x_\lambda = \delta_{\nu\lambda}\mathrm{d}x_\nu \mathrm{d}x_\lambda = \mathrm{d}x_\nu \mathrm{d}x_\nu \quad \text{标量}$$

$\dfrac{\partial}{\partial x_\mu}$ 是矢量算符

$$\frac{\partial}{\partial x'_\mu} = \frac{\partial}{\partial x_\nu}\frac{\partial x_\nu}{\partial x'_\mu} = \frac{\partial}{\partial x_\nu}\frac{\partial[(a^{-1})_{\nu\lambda}x'_\lambda]}{\partial x'_\mu}$$

a 是正交矩阵，$(a^{-1})_{\nu\lambda} = a_{\lambda\nu}$

若已知四维空间坐标系的变换为：$x'_\mu = a_{\mu\nu}x_\nu$，则物理量可按如下分类：

标量　四维空间坐标系的转动变换下（不同惯性系变换下）的不变量

矢量　由四个分量组成，每个分量在四维空间坐标系转动下按如下方式变换

$A'_\mu = a_{\mu\nu}A_\nu$　标量和矢量也可分别称为零阶张量、一阶张量

二阶张量　由 16 个分量组成，在四维空间坐标系的转动下按如下方式变换

$T'_{\mu\nu} = a_{\mu\lambda}a_{\nu\delta}T_{\lambda\delta}$

例：

间隔 $(\Delta s)^2 = -\mathrm{d}x_\mu \mathrm{d}x_\mu$ 是标量

$$\mathrm{d}x'_\mu \mathrm{d}x'_\mu = a_{\mu\nu}\mathrm{d}x_\nu a_{\mu\lambda}\mathrm{d}x_\lambda = a_{\mu\nu}a_{\mu\lambda}\mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\lambda = \delta_{\nu\lambda}\mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\lambda = \mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\nu \qquad \text{标量}$$

$\dfrac{\partial}{\partial x_\mu}$ 是矢量算符

$$\frac{\partial}{\partial x'_\mu} = \frac{\partial}{\partial x_\nu}\frac{\partial x_\nu}{\partial x'_\mu} = \frac{\partial}{\partial x_\nu}\frac{\partial[(a^{-1})_{\nu\lambda}x'_\lambda]}{\partial x'_\mu}$$

a 是正交矩阵，$(a^{-1})_{\nu\lambda} = a_{\lambda\nu}$

$$= \frac{\partial}{\partial x_\nu}a_{\lambda\nu}\frac{\partial x'_\lambda}{\partial x'_\mu}$$

若已知四维空间坐标系的变换为：$x'_\mu = a_{\mu\nu}x_\nu$，则物理量可按如下分类：

标量　四维空间坐标系的转动变换下（不同惯性系变换下）的不变量

矢量　由四个分量组成，每个分量在四维空间坐标系转动下按如下方式变换

$$A'_\mu = a_{\mu\nu}A_\nu$$

标量和矢量也可分别称为零阶张量、一阶张量

二阶张量　由 16 个分量组成，在四维空间坐标系的转动下按如下方式变换

$$T'_{\mu\nu} = a_{\mu\lambda}a_{\nu\delta}T_{\lambda\delta}$$

例：

间隔 $(\Delta s)^2 = -\mathrm{d}x_\mu \mathrm{d}x_\mu$ 是标量

$$\mathrm{d}x'_\mu \mathrm{d}x'_\mu = a_{\mu\nu}\mathrm{d}x_\nu a_{\mu\lambda}\mathrm{d}x_\lambda = a_{\mu\nu}a_{\mu\lambda}\mathrm{d}x_\nu \mathrm{d}x_\lambda = \delta_{\nu\lambda}\mathrm{d}x_\nu \mathrm{d}x_\lambda = \mathrm{d}x_\nu \mathrm{d}x_\nu \quad \text{标量}$$

$\dfrac{\partial}{\partial x_\mu}$ 是矢量算符

$$\frac{\partial}{\partial x'_\mu} = \frac{\partial}{\partial x_\nu}\frac{\partial x_\nu}{\partial x'_\mu} = \frac{\partial}{\partial x_\nu}\frac{\partial[(a^{-1})_{\nu\lambda}x'_\lambda]}{\partial x'_\mu}$$

a 是正交矩阵，$(a^{-1})_{\nu\lambda} = a_{\lambda\nu}$

$$= \frac{\partial}{\partial x_\nu}a_{\lambda\nu}\frac{\partial x'_\lambda}{\partial x'_\mu} = \frac{\partial}{\partial x_\nu}a_{\lambda\nu}\delta_{\mu\lambda} = a_{\mu\nu}\frac{\partial}{\partial x_\nu}$$

若已知四维空间坐标系的变换为：$x'_\mu = a_{\mu\nu}x_\nu$，则物理量可按如下分类：

标量 四维空间坐标系的转动变换下（不同惯性系变换下）的不变量

矢量 由四个分量组成，每个分量在四维空间坐标系转动下按如下方式变换

$A'_\mu = a_{\mu\nu}A_\nu$ 标量和矢量也可分别称为零阶张量、一阶张量

二阶张量 由 16 个分量组成，在四维空间坐标系的转动下按如下方式变换

$T'_{\mu\nu} = a_{\mu\lambda}a_{\nu\delta}T_{\lambda\delta}$

例：

间隔 $(\Delta s)^2 = -\mathrm{d}x_\mu \mathrm{d}x_\mu$ 是标量

$$\mathrm{d}x'_\mu \mathrm{d}x'_\mu = a_{\mu\nu}\mathrm{d}x_\nu a_{\mu\lambda}\mathrm{d}x_\lambda = a_{\mu\nu}a_{\mu\lambda}\mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\lambda = \delta_{\nu\lambda}\mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\lambda = \mathrm{d}x_\nu\,\mathrm{d}x_\nu \quad \text{标量}$$

$\dfrac{\partial}{\partial x_\mu}$ 是矢量算符

$$\frac{\partial}{\partial x'_\mu} = \frac{\partial}{\partial x_\nu}\frac{\partial x_\nu}{\partial x'_\mu} = \frac{\partial}{\partial x_\nu}\frac{\partial[(a^{-1})_{\nu\lambda}x'_\lambda]}{\partial x'_\mu}$$

a 是正交矩阵，$(a^{-1})_{\nu\lambda} = a_{\lambda\nu}$

$$= \frac{\partial}{\partial x_\nu}a_{\lambda\nu}\frac{\partial x'_\lambda}{\partial x'_\mu} = \frac{\partial}{\partial x_\nu}a_{\lambda\nu}\,\delta_{\mu\lambda} = a_{\mu\nu}\frac{\partial}{\partial x_\nu}$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x'_\mu} = a_{\mu\nu}\frac{\partial}{\partial x_\nu}}$$ 矢量算符

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu} = \dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} - \dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} = -F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu}=\dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu}-\dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu}=-F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu} = \dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} - \dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} = -F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu} = a_{\mu\delta} a_{\nu\lambda} F_{\delta\lambda}$

$$F'_{\mu\nu} = \frac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu} - \frac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$$

Let there be light

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu} = \dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} - \dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} = -F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu} = a_{\mu\delta} a_{\nu\lambda} F_{\delta\lambda}$

$$F'_{\mu\nu} = \frac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu} - \frac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$$

利用矢量性质：$\dfrac{\partial}{\partial x'_\mu} = a_{\mu\nu}\dfrac{\partial}{\partial x_\nu}$，　$A'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu$

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu} = \dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} - \dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} = -F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu} = a_{\mu\delta} a_{\nu\lambda} F_{\delta\lambda}$

$$F'_{\mu\nu} = \frac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu} - \frac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$$

利用矢量性质：$\dfrac{\partial}{\partial x'_\mu} = a_{\mu\nu} \dfrac{\partial}{\partial x_\nu}, \quad A'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu$

$$= \underbrace{a_{\mu\delta} \frac{\partial}{\partial x_\delta}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\mu}} \underbrace{[a_{\nu\lambda} A_\lambda]}_{A'_\nu} - \underbrace{a_{\nu\lambda} \frac{\partial}{\partial x_\lambda}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\nu}} \underbrace{[a_{\mu\delta} A_\delta]}_{A'_\mu}$$

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu}=\dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu}-\dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu}=-F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$

$F'_{\mu\nu}=\dfrac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu}-\dfrac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$ 利用矢量性质：$\dfrac{\partial}{\partial x'_\mu}=a_{\mu\nu}\dfrac{\partial}{\partial x_\nu}$， $A'_\mu=a_{\mu\nu}A_\nu$

$$=\underbrace{a_{\mu\delta}\frac{\partial}{\partial x_\delta}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\mu}}\underbrace{[a_{\nu\lambda}A_\lambda]}_{A'_\nu}-\underbrace{a_{\nu\lambda}\frac{\partial}{\partial x_\lambda}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\nu}}\underbrace{[a_{\mu\delta}A_\delta]}_{A'_\mu}=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}\left[\frac{\partial}{\partial x_\delta}A_\lambda-\frac{\partial}{\partial x_\lambda}A_\delta\right]$$

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu} = \dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} - \dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} = -F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu} = a_{\mu\delta} a_{\nu\lambda} F_{\delta\lambda}$

$$F'_{\mu\nu} = \frac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu} - \frac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$$

利用矢量性质：$\dfrac{\partial}{\partial x'_\mu} = a_{\mu\nu} \dfrac{\partial}{\partial x_\nu}, \quad A'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu$

$$= \underbrace{a_{\mu\delta} \frac{\partial}{\partial x_\delta}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\mu}} \underbrace{[a_{\nu\lambda} A_\lambda]}_{A'_\nu} - \underbrace{a_{\nu\lambda} \frac{\partial}{\partial x_\lambda}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\nu}} \underbrace{[a_{\mu\delta} A_\delta]}_{A'_\mu} = a_{\mu\delta}\, a_{\nu\lambda} \left[\frac{\partial}{\partial x_\delta} A_\lambda - \frac{\partial}{\partial x_\lambda} A_\delta \right] = a_{\mu\delta}\, a_{\nu\lambda} F_{\delta\lambda}$$

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu} = \dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} - \dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} = -F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu} = a_{\mu\delta} a_{\nu\lambda} F_{\delta\lambda}$

$$F'_{\mu\nu} = \frac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu} - \frac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$$

利用矢量性质：$\dfrac{\partial}{\partial x'_\mu} = a_{\mu\nu}\dfrac{\partial}{\partial x_\nu}$， $A'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu$

$$= \underbrace{a_{\mu\delta}\frac{\partial}{\partial x_\delta}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\mu}} \underbrace{[a_{\nu\lambda} A_\lambda]}_{A'_\nu} - \underbrace{a_{\nu\lambda}\frac{\partial}{\partial x_\lambda}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\nu}} \underbrace{[a_{\mu\delta} A_\delta]}_{A'_\mu} = a_{\mu\delta}\, a_{\nu\lambda}\left[\frac{\partial}{\partial x_\delta} A_\lambda - \frac{\partial}{\partial x_\lambda} A_\delta\right] = a_{\mu\delta}\, a_{\nu\lambda} F_{\delta\lambda}$$

$$\boxed{F'_{\mu\nu} = a_{\mu\delta} a_{\nu\lambda} F_{\delta\lambda}}$$

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu} = \dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} - \dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} = -F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu} = a_{\mu\delta} a_{\nu\lambda} F_{\delta\lambda}$

$$F'_{\mu\nu} = \frac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu} - \frac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$$

利用矢量性质：$\dfrac{\partial}{\partial x'_\mu} = a_{\mu\nu} \dfrac{\partial}{\partial x_\nu}$, $\quad A'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu$

$$= \underbrace{a_{\mu\delta}\frac{\partial}{\partial x_\delta}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\mu}} \underbrace{[a_{\nu\lambda}A_\lambda]}_{A'_\nu} - \underbrace{a_{\nu\lambda}\frac{\partial}{\partial x_\lambda}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\nu}} \underbrace{[a_{\mu\delta}A_\delta]}_{A'_\mu} = a_{\mu\delta}\, a_{\nu\lambda} \left[\frac{\partial}{\partial x_\delta} A_\lambda - \frac{\partial}{\partial x_\lambda} A_\delta\right] = a_{\mu\delta}\, a_{\nu\lambda} F_{\delta\lambda}$$

$$\boxed{F'_{\mu\nu} = a_{\mu\delta} a_{\nu\lambda} F_{\delta\lambda}}$$

四维速度 U_μ：

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu}=\dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu}-\dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu}=-F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$

$$F'_{\mu\nu}=\frac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu}-\frac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$$

利用矢量性质：$\dfrac{\partial}{\partial x'_\mu}=a_{\mu\nu}\dfrac{\partial}{\partial x_\nu}$，$\quad A'_\mu=a_{\mu\nu}A_\nu$

$$=\underbrace{a_{\mu\delta}\frac{\partial}{\partial x_\delta}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\mu}}\underbrace{[a_{\nu\lambda}A_\lambda]}_{A'_\nu}-\underbrace{a_{\nu\lambda}\frac{\partial}{\partial x_\lambda}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\nu}}\underbrace{[a_{\mu\delta}A_\delta]}_{A'_\mu}=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}\left[\frac{\partial}{\partial x_\delta}A_\lambda-\frac{\partial}{\partial x_\lambda}A_\delta\right]=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$$

$$\boxed{F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}}$$

四维速度 U_μ： 定义为 $U_\mu=\dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$， $\mathrm{d}\tau$：固有时，是个标量

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu}=\dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu}-\dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu}=-F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$

$$F'_{\mu\nu}=\frac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu}-\frac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$$

利用矢量性质：$\dfrac{\partial}{\partial x'_\mu}=a_{\mu\nu}\dfrac{\partial}{\partial x_\nu}$， $A'_\mu=a_{\mu\nu}A_\nu$

$$=\underbrace{a_{\mu\delta}\frac{\partial}{\partial x_\delta}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\mu}}\underbrace{[a_{\nu\lambda}A_\lambda]}_{A'_\nu}-\underbrace{a_{\nu\lambda}\frac{\partial}{\partial x_\lambda}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\nu}}\underbrace{[a_{\mu\delta}A_\delta]}_{A'_\mu}=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}\left[\frac{\partial}{\partial x_\delta}A_\lambda-\frac{\partial}{\partial x_\lambda}A_\delta\right]=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$$

$$\boxed{F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}}$$

四维速度 U_μ： 定义为 $U_\mu=\dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$， $\mathrm{d}\tau$：固有时，是个标量

$$U_\mu=\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$$

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu}=\dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu}-\dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu}=-F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$

$$F'_{\mu\nu}=\frac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu}-\frac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$$

利用矢量性质：$\dfrac{\partial}{\partial x'_\mu}=a_{\mu\nu}\dfrac{\partial}{\partial x_\nu}$, $\quad A'_\mu=a_{\mu\nu}A_\nu$

$$=\underbrace{a_{\mu\delta}\frac{\partial}{\partial x_\delta}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\mu}}\underbrace{[a_{\nu\lambda}A_\lambda]}_{A'_\nu}-\underbrace{a_{\nu\lambda}\frac{\partial}{\partial x_\lambda}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\nu}}\underbrace{[a_{\mu\delta}A_\delta]}_{A'_\mu}=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}\left[\frac{\partial}{\partial x_\delta}A_\lambda-\frac{\partial}{\partial x_\lambda}A_\delta\right]=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$$

$$\boxed{F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}}$$

四维速度 U_μ： 定义为 $U_\mu=\dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$, $\qquad \mathrm{d}\tau$：固有时，是个标量

$$U_\mu=\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}=\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}t/\gamma_u}$$

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu}=\dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu}-\dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu}=-F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$

$$F'_{\mu\nu}=\frac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu}-\frac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$$

利用矢量性质：$\dfrac{\partial}{\partial x'_\mu}=a_{\mu\nu}\dfrac{\partial}{\partial x_\nu}$, $\quad A'_\mu=a_{\mu\nu}A_\nu$

$$=\underbrace{a_{\mu\delta}\frac{\partial}{\partial x_\delta}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\mu}}\underbrace{[a_{\nu\lambda}A_\lambda]}_{A'_\nu}-\underbrace{a_{\nu\lambda}\frac{\partial}{\partial x_\lambda}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\nu}}\underbrace{[a_{\mu\delta}A_\delta]}_{A'_\mu}=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}\left[\frac{\partial}{\partial x_\delta}A_\lambda-\frac{\partial}{\partial x_\lambda}A_\delta\right]=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$$

$$\boxed{F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}}$$

四维速度 U_μ： 定义为 $U_\mu=\dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$, $\qquad \mathrm{d}\tau$：固有时，是个标量

$$U_\mu=\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}=\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}t/\gamma_u}=\gamma_u\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\,t}$$

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu}=\dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu}-\dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu}=-F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$

$$F'_{\mu\nu}=\frac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu}-\frac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$$

利用矢量性质：$\dfrac{\partial}{\partial x'_\mu}=a_{\mu\nu}\dfrac{\partial}{\partial x_\nu}$，　$A'_\mu=a_{\mu\nu}A_\nu$

$$=\underbrace{a_{\mu\delta}\frac{\partial}{\partial x_\delta}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\mu}}\underbrace{[a_{\nu\lambda}A_\lambda]}_{A'_\nu}-\underbrace{a_{\nu\lambda}\frac{\partial}{\partial x_\lambda}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\nu}}\underbrace{[a_{\mu\delta}A_\delta]}_{A'_\mu}=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}\left[\frac{\partial}{\partial x_\delta}A_\lambda-\frac{\partial}{\partial x_\lambda}A_\delta\right]=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$$

$$\boxed{F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}}$$

四维速度 U_μ：　定义为 $U_\mu=\dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$，　　$\mathrm{d}\tau$：固有时，是个标量

$$U_\mu=\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}=\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}t/\gamma_u}=\gamma_u\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\,t}=\gamma_u(u_x,\ u_y,\ u_z,\ ic),$$

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu}=\dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu}-\dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu}=-F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$

$$F'_{\mu\nu}=\frac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu}-\frac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$$

利用矢量性质：$\dfrac{\partial}{\partial x'_\mu}=a_{\mu\nu}\dfrac{\partial}{\partial x_\nu}$, $\quad A'_\mu=a_{\mu\nu}A_\nu$

$$=\underbrace{a_{\mu\delta}\frac{\partial}{\partial x_\delta}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\mu}}\underbrace{[a_{\nu\lambda}A_\lambda]}_{A'_\nu}-\underbrace{a_{\nu\lambda}\frac{\partial}{\partial x_\lambda}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\nu}}\underbrace{[a_{\mu\delta}A_\delta]}_{A'_\mu}=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}\left[\frac{\partial}{\partial x_\delta}A_\lambda-\frac{\partial}{\partial x_\lambda}A_\delta\right]=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$$

$$\boxed{F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}}$$

四维速度 U_μ： 定义为 $U_\mu=\dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$, $\qquad \mathrm{d}\tau$：固有时，是个标量

$$U_\mu=\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}=\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}t/\gamma_u}=\gamma_u\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\,t}=\gamma_u(u_x,\ u_y,\ u_z,\ ic),\qquad \gamma_u=1/\sqrt{1-u^2/c^2}$$

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu}=\dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu}-\dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu}=-F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$

$$F'_{\mu\nu}=\frac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu}-\frac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$$

利用矢量性质：$\dfrac{\partial}{\partial x'_\mu}=a_{\mu\nu}\dfrac{\partial}{\partial x_\nu}$， $A'_\mu=a_{\mu\nu}A_\nu$

$$=\underbrace{a_{\mu\delta}\frac{\partial}{\partial x_\delta}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\mu}}\underbrace{[a_{\nu\lambda}A_\lambda]}_{A'_\nu}-\underbrace{a_{\nu\lambda}\frac{\partial}{\partial x_\lambda}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\nu}}\underbrace{[a_{\mu\delta}A_\delta]}_{A'_\mu}=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}\left[\frac{\partial}{\partial x_\delta}A_\lambda-\frac{\partial}{\partial x_\lambda}A_\delta\right]=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$$

$$\boxed{F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}}$$

四维速度 U_μ： 定义为 $U_\mu=\dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$， $\mathrm{d}\tau$：固有时，是个标量

$$U_\mu=\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}=\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}t/\gamma_u}=\gamma_u\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\,t}=\gamma_u(u_x,\ u_y,\ u_z,\ ic),\qquad \gamma_u=1/\sqrt{1-u^2/c^2}$$

U_μ： 地面测量的位移除于在运动物体上测得的经历时间 (固有时)

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu}=\dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu}-\dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu}=-F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$

$$F'_{\mu\nu}=\frac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu}-\frac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$$

利用矢量性质：$\dfrac{\partial}{\partial x'_\mu}=a_{\mu\nu}\dfrac{\partial}{\partial x_\nu}$， $A'_\mu=a_{\mu\nu}A_\nu$

$$=\underbrace{a_{\mu\delta}\frac{\partial}{\partial x_\delta}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\mu}}\underbrace{[a_{\nu\lambda}A_\lambda]}_{A'_\nu}-\underbrace{a_{\nu\lambda}\frac{\partial}{\partial x_\lambda}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\nu}}\underbrace{[a_{\mu\delta}A_\delta]}_{A'_\mu}=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}\left[\frac{\partial}{\partial x_\delta}A_\lambda-\frac{\partial}{\partial x_\lambda}A_\delta\right]=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$$

$$\boxed{F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}}$$

四维速度 U_μ： 定义为 $U_\mu=\dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$， $\mathrm{d}\tau$：固有时，是个标量

$$U_\mu=\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}=\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}t/\gamma_u}=\gamma_u\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\,t}=\gamma_u(u_x,\ u_y,\ u_z,\ ic),\qquad \gamma_u=1/\sqrt{1-u^2/c^2}$$

U_μ ： 地面测量的位移除于在运动物体上测得的经历时间 (固有时)，这一奇怪的定义是因为：

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu} = \dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} - \dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} = -F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu} = a_{\mu\delta} a_{\nu\lambda} F_{\delta\lambda}$

$$F'_{\mu\nu} = \frac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu} - \frac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$$

利用矢量性质：$\dfrac{\partial}{\partial x'_\mu} = a_{\mu\nu}\dfrac{\partial}{\partial x_\nu}$，　$A'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu$

$$= \underbrace{a_{\mu\delta}\frac{\partial}{\partial x_\delta}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\mu}} \underbrace{[a_{\nu\lambda} A_\lambda]}_{A'_\nu} - \underbrace{a_{\nu\lambda}\frac{\partial}{\partial x_\lambda}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\nu}} \underbrace{[a_{\mu\delta} A_\delta]}_{A'_\mu} = a_{\mu\delta}\, a_{\nu\lambda} \left[\frac{\partial}{\partial x_\delta} A_\lambda - \frac{\partial}{\partial x_\lambda} A_\delta \right] = a_{\mu\delta}\, a_{\nu\lambda} F_{\delta\lambda}$$

$$\boxed{F'_{\mu\nu} = a_{\mu\delta} a_{\nu\lambda} F_{\delta\lambda}}$$

四维速度 U_μ：　定义为 $U_\mu = \dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$，　　$\mathrm{d}\tau$：固有时，是个标量

$$U_\mu = \frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}t/\gamma_u} = \gamma_u \frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\,t} = \gamma_u (u_x,\ u_y,\ u_z,\ ic), \qquad \gamma_u = 1/\sqrt{1-u^2/c^2}$$

U_μ：地面测量的位移除于在运动物体上测得的经历时间 (固有时)，这一奇怪的定义是因为：

固有时 $\mathrm{d}\tau$ 是标量，故四维速度 $U_\mu = \dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$ 是四维矢量

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu}=\dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu}-\dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu}=-F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$

$$F'_{\mu\nu}=\frac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu}-\frac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$$

利用矢量性质：$\dfrac{\partial}{\partial x'_\mu}=a_{\mu\nu}\dfrac{\partial}{\partial x_\nu}$，　$A'_\mu=a_{\mu\nu}A_\nu$

$$=\underbrace{a_{\mu\delta}\frac{\partial}{\partial x_\delta}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\mu}}\underbrace{[a_{\nu\lambda}A_\lambda]}_{A'_\nu}-\underbrace{a_{\nu\lambda}\frac{\partial}{\partial x_\lambda}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\nu}}\underbrace{[a_{\mu\delta}A_\delta]}_{A'_\mu}=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}\left[\frac{\partial}{\partial x_\delta}A_\lambda-\frac{\partial}{\partial x_\lambda}A_\delta\right]=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$$

$$\boxed{F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}}$$

四维速度 U_μ：　定义为 $U_\mu=\dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$，　　$\mathrm{d}\tau$：固有时，是个标量

$$U_\mu=\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}=\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}t/\gamma_u}=\gamma_u\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\,t}=\gamma_u(u_x,\ u_y,\ u_z,\ ic),\qquad \gamma_u=1/\sqrt{1-u^2/c^2}$$

U_μ：地面测量的位移除于在运动物体上测得的经历时间 (固有时)，这一奇怪的定义是因为：

固有时 $\mathrm{d}\tau$ 是标量，故四维速度 $U_\mu=\dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$ 是四维矢量

物理意义：

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu} = \dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} - \dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} = -F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu} = a_{\mu\delta} a_{\nu\lambda} F_{\delta\lambda}$

$$F'_{\mu\nu} = \frac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu} - \frac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$$

利用矢量性质：$\dfrac{\partial}{\partial x'_\mu} = a_{\mu\nu}\dfrac{\partial}{\partial x_\nu}$， $A'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu$

$$= \underbrace{a_{\mu\delta}\frac{\partial}{\partial x_\delta}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\mu}} \underbrace{[a_{\nu\lambda} A_\lambda]}_{A'_\nu} - \underbrace{a_{\nu\lambda}\frac{\partial}{\partial x_\lambda}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\nu}} \underbrace{[a_{\mu\delta} A_\delta]}_{A'_\mu} = a_{\mu\delta}\, a_{\nu\lambda}\left[\frac{\partial}{\partial x_\delta} A_\lambda - \frac{\partial}{\partial x_\lambda} A_\delta\right] = a_{\mu\delta}\, a_{\nu\lambda} F_{\delta\lambda}$$

$$\boxed{F'_{\mu\nu} = a_{\mu\delta} a_{\nu\lambda} F_{\delta\lambda}}$$

四维速度 U_μ： 定义为 $U_\mu = \dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$， $\mathrm{d}\tau$：固有时，是个标量

$$U_\mu = \frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}t/\gamma_u} = \gamma_u \frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\,t} = \gamma_u(u_x,\ u_y,\ u_z,\ ic), \qquad \gamma_u = 1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$$

U_μ：地面测量的位移除于在运动物体上测得的经历时间 (固有时)，这一奇怪的定义是因为：

固有时 $\mathrm{d}\tau$ 是标量，故四维速度 $U_\mu = \dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$ 是四维矢量

物理意义：飞机由 A 飞行到 B，在飞机上乘客的手表测量的飞行时间

即等于地面距离除以四维速度

A_μ 为四维矢量，则 $F_{\mu\nu}=\dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu}-\dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu}=-F_{\nu\mu}$ 是四维二阶张量。须证：$F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$

$$F'_{\mu\nu}=\frac{\partial A'_\nu}{\partial x'_\mu}-\frac{\partial A'_\mu}{\partial x'_\nu}$$

利用矢量性质：$\dfrac{\partial}{\partial x'_\mu}=a_{\mu\nu}\dfrac{\partial}{\partial x_\nu}$，$A'_\mu=a_{\mu\nu}A_\nu$

$$=\underbrace{a_{\mu\delta}\frac{\partial}{\partial x_\delta}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\mu}}\underbrace{[a_{\nu\lambda}A_\lambda]}_{A'_\nu}-\underbrace{a_{\nu\lambda}\frac{\partial}{\partial x_\lambda}}_{\frac{\partial}{\partial x'_\nu}}\underbrace{[a_{\mu\delta}A_\delta]}_{A'_\mu}=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}\left[\frac{\partial}{\partial x_\delta}A_\lambda-\frac{\partial}{\partial x_\lambda}A_\delta\right]=a_{\mu\delta}\,a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}$$

$$\boxed{F'_{\mu\nu}=a_{\mu\delta}a_{\nu\lambda}F_{\delta\lambda}}$$

四维速度 U_μ： 定义为 $U_\mu=\dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$， $\mathrm{d}\tau$：固有时，是个标量

$$U_\mu=\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}=\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}t/\gamma_u}=\gamma_u\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\,t}=\gamma_u(u_x,\ u_y,\ u_z,\ ic),\qquad \gamma_u=1/\sqrt{1-u^2/c^2}$$

U_μ：地面测量的位移除于在运动物体上测得的经历时间 (固有时)，这一奇怪的定义是因为：

固有时 $\mathrm{d}\tau$ 是标量，故四维速度 $U_\mu=\dfrac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}$ 是四维矢量

物理意义：飞机由 A 飞行到 B，在飞机上乘客的手表测量的飞行时间

即等于地面距离除以四维速度（因为乘客所知的距离是地面距离）

利用四维速度是四维矢量，可由 $U'_\mu = a_{\mu\nu} U_\nu$ 导出三维速度的变化关系。

利用四维速度是四维矢量，可由 $U'_\mu = a_{\mu\nu} U_\nu$ 导出三维速度的变化关系。

$$U'_\mu = \gamma_{u'}(u'_1,\ u'_2,\ u'_3,\ ic), \qquad U_\mu = \gamma_u(u_1,\ u_2,\ u_3,\ ic),$$

利用四维速度是四维矢量，可由 $U'_\mu = a_{\mu\nu} U_\nu$ 导出三维速度的变化关系。

$$U'_\mu = \gamma_{u'}(u'_1,\ u'_2,\ u'_3,\ ic), \qquad U_\mu = \gamma_u(u_1,\ u_2,\ u_3,\ ic),$$

$$U_\mu = [a^{-1}]_{\mu\nu} U'_\nu = a_{\nu\mu} U'_\nu$$

利用四维速度是四维矢量，可由 $U'_\mu = a_{\mu\nu} U_\nu$ 导出三维速度的变化关系。

$$U'_\mu = \gamma_{u'}(u'_1,\ u'_2,\ u'_3,\ ic), \qquad U_\mu = \gamma_u(u_1,\ u_2,\ u_3,\ ic),$$

$$U_\mu = [a^{-1}]_{\mu\nu} U'_\nu = a_{\nu\mu} U'_\nu \quad \Longrightarrow \quad \gamma_u \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ ic \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \gamma_{u'} \begin{pmatrix} u'_1 \\ u'_2 \\ u'_3 \\ ic \end{pmatrix}$$

利用四维速度是四维矢量，可由 $U'_\mu = a_{\mu\nu}U_\nu$ 导出三维速度的变化关系。

$$U'_\mu = \gamma_{u'}(u'_1,\ u'_2,\ u'_3,\ ic), \qquad U_\mu = \gamma_u(u_1,\ u_2,\ u_3,\ ic),$$

$$U_\mu = [a^{-1}]_{\mu\nu}U'_\nu = a_{\nu\mu}U'_\nu \quad \Longrightarrow \quad \gamma_u \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ ic \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \gamma_{u'} \begin{pmatrix} u'_1 \\ u'_2 \\ u'_3 \\ ic \end{pmatrix}$$

由第四分量给出：$\gamma_u = \gamma_{u'}\,\gamma(1+\beta u'_1/c), \qquad \gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}, \quad \gamma_u = 1/\sqrt{1-u^2/c^2}$

利用四维速度是四维矢量，可由 $U'_\mu = a_{\mu\nu}U_\nu$ 导出三维速度的变化关系。

$$U'_\mu = \gamma_{u'}(u'_1,\ u'_2,\ u'_3,\ ic), \qquad U_\mu = \gamma_u(u_1,\ u_2,\ u_3,\ ic),$$

$$U_\mu = [a^{-1}]_{\mu\nu}U'_\nu = a_{\nu\mu}U'_\nu \quad \Longrightarrow \quad \gamma_u \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ ic \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \gamma_{u'} \begin{pmatrix} u'_1 \\ u'_2 \\ u'_3 \\ ic \end{pmatrix}$$

由第四分量给出：$\gamma_u = \gamma_{u'}\gamma(1 + \beta u'_1/c)$, $\quad \gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, $\quad \gamma_u = 1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$

由第一分量给出：$\gamma_u u_1 = \gamma_{u'}\gamma(u'_1 + v)$, $\quad \gamma_{u'} = 1/\sqrt{1 - u'^2/c^2}$

利用四维速度是四维矢量，可由 $U'_\mu = a_{\mu\nu}U_\nu$ 导出三维速度的变化关系。

$$U'_\mu = \gamma_{u'}(u'_1,\ u'_2,\ u'_3,\ ic), \qquad U_\mu = \gamma_u(u_1,\ u_2,\ u_3,\ ic),$$

$$U_\mu = [a^{-1}]_{\mu\nu}U'_\nu = a_{\nu\mu}U'_\nu \quad \Longrightarrow \quad \gamma_u \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ ic \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \gamma_{u'} \begin{pmatrix} u'_1 \\ u'_2 \\ u'_3 \\ ic \end{pmatrix}$$

由第四分量给出：$\gamma_u = \gamma_{u'}\gamma(1+\beta u'_1/c), \qquad \gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}, \quad \gamma_u = 1/\sqrt{1-u^2/c^2}$

由第一分量给出：$\gamma_u u_1 = \gamma_{u'}\gamma(u'_1+v), \qquad \gamma_{u'} = 1/\sqrt{1-u'^2/c^2}$

联立得：$u_1 = \dfrac{u'_1+v}{1+\beta u'_1/c}$ 类似可得：$u_2 = \dfrac{u'_2/\gamma}{1+\beta u'_1/c}, \qquad u_3 = \dfrac{u'_3/\gamma}{1+\beta u'_1/c}$

利用四维速度是四维矢量，可由 $U'_\mu = a_{\mu\nu} U_\nu$ 导出三维速度的变化关系。

$$U'_\mu = \gamma_{u'}(u'_1,\ u'_2,\ u'_3,\ ic), \qquad U_\mu = \gamma_u(u_1,\ u_2,\ u_3,\ ic),$$

$$U_\mu = [a^{-1}]_{\mu\nu} U'_\nu = a_{\nu\mu} U'_\nu \quad \Longrightarrow \quad \gamma_u \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ ic \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \gamma_{u'} \begin{pmatrix} u'_1 \\ u'_2 \\ u'_3 \\ ic \end{pmatrix}$$

由第四分量给出：$\gamma_u = \gamma_{u'}\gamma(1 + \beta u'_1/c), \qquad \gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}, \quad \gamma_u = 1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$

由第一分量给出：$\gamma_u u_1 = \gamma_{u'}\gamma(u'_1 + v), \qquad \gamma_{u'} = 1/\sqrt{1 - u'^2/c^2}$

联立得：$u_1 = \dfrac{u'_1 + v}{1 + \beta u'_1/c}$ 类似可得：$u_2 = \dfrac{u'_2/\gamma}{1 + \beta u'_1/c}, \qquad u_3 = \dfrac{u'_3/\gamma}{1 + \beta u'_1/c}$

二、物理量规律的协变性

利用四维速度是四维矢量，可由 $U'_\mu = a_{\mu\nu}U_\nu$ 导出三维速度的变化关系。

$$U'_\mu = \gamma_{u'}(u'_1,\ u'_2,\ u'_3,\ ic), \qquad U_\mu = \gamma_u(u_1,\ u_2,\ u_3,\ ic),$$

$$U_\mu = [a^{-1}]_{\mu\nu}U'_\nu = a_{\nu\mu}U'_\nu \quad \Longrightarrow \quad \gamma_u \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ ic \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \gamma_{u'} \begin{pmatrix} u'_1 \\ u'_2 \\ u'_3 \\ ic \end{pmatrix}$$

由第四分量给出：$\gamma_u = \gamma_{u'}\gamma(1+\beta u'_1/c), \qquad \gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}, \quad \gamma_u = 1/\sqrt{1-u^2/c^2}$

由第一分量给出：$\gamma_u u_1 = \gamma_{u'}\gamma(u'_1+v), \qquad \gamma_{u'} = 1/\sqrt{1-u'^2/c^2}$

联立得：$u_1 = \dfrac{u'_1+v}{1+\beta u'_1/c}$ 　　类似可得：$u_2 = \dfrac{u'_2/\gamma}{1+\beta u'_1/c}, \qquad u_3 = \dfrac{u'_3/\gamma}{1+\beta u'_1/c}$

二、物理量规律的协变性

协变性：描述物理规律的方程在惯性系变换下形式不变。

利用四维速度是四维矢量，可由 $U'_\mu = a_{\mu\nu}U_\nu$ 导出三维速度的变化关系。

$$U'_\mu = \gamma_{u'}(u'_1,\ u'_2,\ u'_3,\ ic), \qquad U_\mu = \gamma_u(u_1,\ u_2,\ u_3,\ ic),$$

$$U_\mu = [a^{-1}]_{\mu\nu}U'_\nu = a_{\nu\mu}U'_\nu \quad \Longrightarrow \quad \gamma_u \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ ic \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \gamma_{u'} \begin{pmatrix} u'_1 \\ u'_2 \\ u'_3 \\ ic \end{pmatrix}$$

由第四分量给出：$\gamma_u = \gamma_{u'}\gamma(1+\beta u'_1/c), \qquad \gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}, \quad \gamma_u = 1/\sqrt{1-u^2/c^2}$

由第一分量给出：$\gamma_u u_1 = \gamma_{u'}\gamma(u'_1+v), \qquad \gamma_{u'} = 1/\sqrt{1-u'^2/c^2}$

联立得：$u_1 = \dfrac{u'_1+v}{1+\beta u'_1/c}$ 类似可得：$u_2 = \dfrac{u'_2/\gamma}{1+\beta u'_1/c}, \qquad u_3 = \dfrac{u'_3/\gamma}{1+\beta u'_1/c}$

二、物理量规律的协变性

协变性： 描述物理规律的方程在惯性系变换下形式不变。

不同惯性系之间的变换为洛仑兹变换，因此，若描述物理规律的方程在洛仑兹变换下形式不变，则称方程是洛仑兹协变的，或称方程具有洛仑兹协变形式。

利用四维速度是四维矢量，可由 $U'_\mu = a_{\mu\nu}U_\nu$ 导出三维速度的变化关系。

$$U'_\mu = \gamma_{u'}(u'_1,\ u'_2,\ u'_3,\ ic), \qquad U_\mu = \gamma_u(u_1,\ u_2,\ u_3,\ ic),$$

$$U_\mu = [a^{-1}]_{\mu\nu}U'_\nu = a_{\nu\mu}U'_\nu \quad \Longrightarrow \quad \gamma_u \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ ic \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \gamma_{u'} \begin{pmatrix} u'_1 \\ u'_2 \\ u'_3 \\ ic \end{pmatrix}$$

由第四分量给出：$\gamma_u = \gamma_{u'}\gamma(1+\beta u'_1/c)$, $\quad \gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$, $\quad \gamma_u = 1/\sqrt{1-u^2/c^2}$

由第一分量给出：$\gamma_u u_1 = \gamma_{u'}\gamma(u'_1+v)$, $\quad \gamma_{u'} = 1/\sqrt{1-u'^2/c^2}$

联立得：$u_1 = \dfrac{u'_1+v}{1+\beta u'_1/c}$ 　　类似可得：$u_2 = \dfrac{u'_2/\gamma}{1+\beta u'_1/c}$, $\quad u_3 = \dfrac{u'_3/\gamma}{1+\beta u'_1/c}$

二、物理量规律的协变性

协变性： 描述物理规律的方程在惯性系变换下形式不变。

不同惯性系之间的变换为洛仑兹变换，因此，若描述物理规律的方程在洛仑兹变换下形式不变，则称方程是洛仑兹协变的，或称方程具有洛仑兹协变形式。　　如何写成洛仑兹协变形式？

利用四维速度是四维矢量，可由 $U'_\mu = a_{\mu\nu} U_\nu$ 导出三维速度的变化关系。

$$U'_\mu = \gamma_{u'}(u'_1,\ u'_2,\ u'_3,\ ic), \qquad U_\mu = \gamma_u(u_1,\ u_2,\ u_3,\ ic),$$

$$U_\mu = [a^{-1}]_{\mu\nu} U'_\nu = a_{\nu\mu} U'_\nu \quad \Longrightarrow \quad \gamma_u \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ ic \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \gamma_{u'} \begin{pmatrix} u'_1 \\ u'_2 \\ u'_3 \\ ic \end{pmatrix}$$

由第四分量给出：$\gamma_u = \gamma_{u'}\gamma(1+\beta u'_1/c)$, $\quad \gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$, $\quad \gamma_u = 1/\sqrt{1-u^2/c^2}$

由第一分量给出：$\gamma_u u_1 = \gamma_{u'}\gamma(u'_1+v)$, $\quad \gamma_{u'} = 1/\sqrt{1-u'^2/c^2}$

联立得：$u_1 = \dfrac{u'_1+v}{1+\beta u'_1/c}$ 类似可得：$u_2 = \dfrac{u'_2/\gamma}{1+\beta u'_1/c}$, $\quad u_3 = \dfrac{u'_3/\gamma}{1+\beta u'_1/c}$

二、物理量规律的协变性

协变性： 描述物理规律的方程在惯性系变换下形式不变。

不同惯性系之间的变换为洛仑兹变换，因此，若描述物理规律的方程在洛仑兹变换下形式不变，则称方程是洛仑兹协变的，或称方程具有洛仑兹协变形式。 如何写成洛仑兹协变形式？

若方程的每一项都应属于同类协变量 (每一项都是同阶张量)，那么在惯性系变换下，每一项都按相同的方式变换，因而在惯性系变换下，方程形式不会改变。

例如：某物理方程写成四维矢量方程形式：$A_\mu = B_\mu$

例如：某物理方程写成四维矢量方程形式：$A_\mu = B_\mu$

那么在（惯性系）洛仑兹变换下，

例如：某物理方程写成四维矢量方程形式：$A_\mu = B_\mu$

那么在（惯性系）洛仑兹变换下，方程变为：A'_μ

例如：某物理方程写成四维矢量方程形式：$A_\mu = B_\mu$

那么在（惯性系）洛仑兹变换下，方程变为：$A'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu$

例如：某物理方程写成四维矢量方程形式：$A_\mu = B_\mu$

那么在（惯性系）洛仑兹变换下，方程变为：$A'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu = a_{\mu\nu} B_\nu$

Let there be light

例如：某物理方程写成四维矢量方程形式：$A_\mu = B_\mu$

那么在（惯性系）洛仑兹变换下，方程变为：$A'_\mu = a_{\mu\nu}A_\nu = a_{\mu\nu}B_\nu = B'_\mu$

例如：某物理方程写成四维矢量方程形式：$A_\mu = B_\mu$

那么在（惯性系）洛仑兹变换下，方程变为：$A'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu = a_{\mu\nu} B_\nu = B'_\mu$

在（惯性系）洛仑兹变换下，方程形式不变，具有洛仑兹协变形式。

例如：某物理方程写成四维矢量方程形式：$A_\mu = B_\mu$

那么在（惯性系）洛仑兹变换下，方程变为：$A'_\mu = a_{\mu\nu}A_\nu = a_{\mu\nu}B_\nu = B'_\mu$

在（惯性系）洛仑兹变换下，方程形式不变，具有洛仑兹协变形式。

爱因斯坦狭义相对论假设：一切物理规律在任意惯性系下都应具有相同的形式。

例如：某物理方程写成四维矢量方程形式：$A_\mu = B_\mu$

那么在（惯性系）洛仑兹变换下，方程变为：$A'_\mu = a_{\mu\nu}A_\nu = a_{\mu\nu}B_\nu = B'_\mu$

在（惯性系）洛仑兹变换下，方程形式不变，具有洛仑兹协变形式。

爱因斯坦狭义相对论假设：一切物理规律在任意惯性系下都应具有相同的形式。

从而，描述物理规律的方程在任意惯性系下都应具有相同的形式，

例如：某物理方程写成四维矢量方程形式：$A_\mu = B_\mu$

那么在（惯性系）洛仑兹变换下，方程变为：$A'_\mu = a_{\mu\nu}A_\nu = a_{\mu\nu}B_\nu = B'_\mu$

在（惯性系）洛仑兹变换下，方程形式不变，具有洛仑兹协变形式。

爱因斯坦狭义相对论假设：一切物理规律在任意惯性系下都应具有相同的形式。

从而，描述物理规律的方程在任意惯性系下都应具有相同的形式，

应该把描述物理规律的方程写成洛仑兹协变形式。

例如：某物理方程写成四维矢量方程形式：$A_\mu = B_\mu$

那么在（惯性系）洛仑兹变换下，方程变为：$A'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu = a_{\mu\nu} B_\nu = B'_\mu$

在（惯性系）洛仑兹变换下，方程形式不变，具有洛仑兹协变形式。

爱因斯坦狭义相对论假设：一切物理规律在任意惯性系下都应具有相同的形式。

从而，描述物理规律的方程在任意惯性系下都应具有相同的形式，

应该把描述物理规律的方程写成洛仑兹协变形式。

把方程的每一项都写成同类协变量 (每一项都是同阶张量) 形式。