§ 3.2 静电场的唯一性定理

§ 3.2 静电场的唯一性定理

上节回答了一般情况下如何求解 $\varphi(\vec{\boldsymbol{r}})$，

§3.2 静电场的唯一性定理

上节回答了一般情况下如何求解 $\varphi(\vec{\boldsymbol{r}})$，　　基于微分方程和边值关系

§ 3.2 静电场的唯一性定理

上节回答了一般情况下如何求解 $\varphi(\vec{\boldsymbol{r}})$， 基于微分方程和边值关系

本节要回答什么条件下，可唯一确定 $\varphi(\vec{\boldsymbol{r}})$，

§ 3.2 静电场的唯一性定理

上节回答了一般情况下如何求解 $\varphi(\vec{\boldsymbol{r}})$， 基于微分方程和边值关系

本节要回答什么条件下，可唯一确定 $\varphi(\vec{\boldsymbol{r}})$， 唯一性定理

§ 3.2 静电场的唯一性定理

上节回答了一般情况下如何求解 $\varphi(\vec{r})$，　基于微分方程和边值关系

本节要回答什么条件下，可唯一确定 $\varphi(\vec{r})$，　唯一性定理

静电场的唯一性定理 (uniqueness theorem)

证明略，参见教材§4.1

§ 3.2 静电场的唯一性定理

上节回答了一般情况下如何求解 $\varphi(\vec{\boldsymbol{r}})$，　　基于微分方程和边值关系

本节要回答什么条件下，可唯一确定 $\varphi(\vec{\boldsymbol{r}})$，　　唯一性定理

静电场的唯一性定理 (uniqueness theorem)

证明略，参见教材§4.1

对一般的分区均匀体系，在下列条件下，区域 V 内的静电场可以由泊松方程和边值关系唯一确定

§ 3.2 静电场的唯一性定理

上节回答了一般情况下如何求解 $\varphi(\vec{r})$， 基于微分方程和边值关系
本节要回答什么条件下，可唯一确定 $\varphi(\vec{r})$， 唯一性定理

静电场的唯一性定理 (uniqueness theorem)

证明略，参见教材§4.1

对一般的分区均匀体系，在下列条件下，区域 V 内的静电场可以由泊松方程和边值关系唯一确定

1. 对 V 内的介质区，给定 ρ_f 和不同介质界面上的 σ_f

§ 3.2 静电场的唯一性定理

上节回答了一般情况下如何求解 $\varphi(\vec{r})$， 基于微分方程和边值关系

本节要回答什么条件下，可唯一确定 $\varphi(\vec{r})$， 唯一性定理

静电场的唯一性定理 (uniqueness theorem)

证明略，参见教材§4.1

对一般的分区均匀体系，在下列条件下，区域 V 内的静电场可以由泊松方程和边值关系唯一确定

1. 对 V 内的介质区，给定 ρ_f 和不同介质界面上的 σ_f
2. 对 V 内的导体，给定导体的电量 **或** 电势

§ 3.2 静电场的唯一性定理

上节回答了一般情况下如何求解 $\varphi(\vec{r})$，　　基于微分方程和边值关系

本节要回答什么条件下，可唯一确定 $\varphi(\vec{r})$，　　唯一性定理

静电场的唯一性定理 (uniqueness theorem)

证明略，参见教材§4.1

对一般的分区均匀体系，在下列条件下，区域 V 内的静电场可以由泊松方程和边值关系唯一确定

1. 对 V 内的介质区，给定 ρ_f 和不同介质界面上的 σ_f
2. 对 V 内的导体，给定导体的电量 **或** 电势
3. 在 V 的边界 S 上，给定电势分布 $\varphi\Big|_S$ **或** 电势的法向导数 $\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}\Big|_S$

§ 3.2 静电场的唯一性定理

上节回答了一般情况下如何求解 $\varphi(\vec{r})$，　　基于微分方程和边值关系

本节要回答什么条件下，可唯一确定 $\varphi(\vec{r})$，　　唯一性定理

静电场的唯一性定理 (uniqueness theorem)　　证明略，参见教材§4.1

对一般的分区均匀体系，在下列条件下，区域 V 内的静电场可以由泊松方程和边值关系唯一确定

1. 对 V 内的介质区，给定 ρ_f 和不同介质界面上的 σ_f
2. 对 V 内的导体，给定导体的电量 **或** 电势
3. 在 V 的边界 S 上，给定电势分布 $\varphi\Big|_S$ **或** 电势的法向导数 $\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}\Big|_S$

如果在 V 的边界 S 上，给定电势分布 $\varphi\Big|_S$，称为第一类边值问题

§ 3.2 静电场的唯一性定理

上节回答了一般情况下如何求解 $\varphi(\vec{r})$， 基于微分方程和边值关系

本节要回答什么条件下，可唯一确定 $\varphi(\vec{r})$， 唯一性定理

静电场的唯一性定理 (uniqueness theorem)

证明略，参见教材§4.1

对一般的分区均匀体系，在下列条件下，区域 V 内的静电场可以由泊松方程和边值关系唯一确定

1. 对 V 内的介质区，给定 ρ_f 和不同介质界面上的 σ_f
2. 对 V 内的导体，给定导体的电量 **或** 电势
3. 在 V 的边界 S 上，给定电势分布 $\varphi\Big|_S$ **或** 电势的法向导数 $\left.\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}\right|_S$

   如果在 V 的边界 S 上，给定电势分布 $\varphi\Big|_S$，称为第一类边值问题

   如果在 V 的边界 S 上，给定电势的法向导数 $\left.\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}\right|_S$，称为第二类边值问题

由唯一性定理，可写出求解区域 V 内静电场的**定解条件**：

由唯一性定理，可写出求解区域 V 内静电场的定解条件：

(1) V 内介质： $\nabla^2\varphi = -\rho_f/\epsilon$ 须给定 ρ_f

由唯一性定理，可写出求解区域 V 内静电场的定解条件：

(1) V 内介质： $\nabla^2\varphi = -\rho_f/\epsilon$ 须给定 ρ_f

(2) 介质界面： $\varphi_i = \varphi_j, \quad \epsilon_i\dfrac{\partial\varphi_i}{\partial n} - \epsilon_j\dfrac{\partial\varphi_j}{\partial n} = \sigma_f$ 须给定 σ_f $\vec{\boldsymbol{n}}$ 自介质 i 指向 j

由唯一性定理，可写出求解区域 V 内静电场的定解条件：

(1) V 内介质： $\nabla^2\varphi = -\rho_f/\epsilon$ 须给定 ρ_f

(2) 介质界面： $\varphi_i = \varphi_j, \quad \epsilon_i \dfrac{\partial \varphi_i}{\partial n} - \epsilon_j \dfrac{\partial \varphi_j}{\partial n} = \sigma_f$ 须给定 σ_f $\vec{\boldsymbol{n}}$ 自介质 i 指向 j

(3) 导体面： $\varphi_k =$ 常数 c_k 且 $\displaystyle\oint_{S_k} -\epsilon \frac{\partial \varphi}{\partial n_k} \mathrm{d}\sigma = Q_k$ 须给定 c_k 或 Q_k

由唯一性定理，可写出求解区域 V 内静电场的定解条件：

(1) V 内介质： $\nabla^2\varphi = -\rho_f/\epsilon$ 须给定 ρ_f

(2) 介质界面： $\varphi_i = \varphi_j,\quad \epsilon_i\dfrac{\partial\varphi_i}{\partial n} - \epsilon_j\dfrac{\partial\varphi_j}{\partial n} = \sigma_f$ 须给定 σ_f $\vec{\boldsymbol{n}}$ 自介质 i 指向 j

(3) 导体面： $\varphi_k =$ 常数 c_k 且 $\displaystyle\oint_{S_k} -\epsilon\frac{\partial\varphi}{\partial n_k}\,\mathrm{d}\sigma = Q_k$ 须给定 c_k 或 Q_k

(4) V 的边界 S： $\varphi\Big|_S = \varphi_S$ 或 $\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}\Big|_S = \varphi'_n\Big|_S$ 须给定整个边界上的 φ 或 $\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}$

由唯一性定理，可写出求解区域 V 内静电场的定解条件：

(1) V 内介质： $\nabla^2\varphi = -\rho_f/\epsilon$ 须给定 ρ_f

(2) 介质界面： $\varphi_i = \varphi_j,\quad \epsilon_i\dfrac{\partial\varphi_i}{\partial n} - \epsilon_j\dfrac{\partial\varphi_j}{\partial n} = \sigma_f$ 须给定 σ_f $\vec{\boldsymbol{n}}$ 自介质 i 指向 j

(3) 导体面： $\varphi_k =$ 常数 c_k 且 $\displaystyle\oint_{S_k} -\epsilon\frac{\partial\varphi}{\partial n_k}\,\mathrm{d}\sigma = Q_k$ 须给定 c_k 或 Q_k

(4) V 的边界 S： $\varphi\Big|_S = \varphi_S$ 或 $\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}\Big|_S = \varphi'_n\Big|_S$ 须给定整个边界上的 φ 或 $\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}$

只要电势满足定解条件，那么一定是唯一的解。

由唯一性定理，可写出求解区域 V 内静电场的定解条件：

(1) V 内介质： $\nabla^2\varphi = -\rho_f/\epsilon$ 须给定 ρ_f

(2) 介质界面： $\varphi_i = \varphi_j, \quad \epsilon_i\dfrac{\partial\varphi_i}{\partial n} - \epsilon_j\dfrac{\partial\varphi_j}{\partial n} = \sigma_f$ 须给定 σ_f $\vec{\boldsymbol{n}}$ 自介质 i 指向 j

(3) 导体面： $\varphi_k =$ 常数 c_k 且 $\displaystyle\oint_{S_k} -\epsilon\frac{\partial\varphi}{\partial n_k}\,\mathrm{d}\sigma = Q_k$ 须给定 c_k 或 Q_k

(4) V 的边界 S： $\varphi\Big|_S = \varphi_S$ 或 $\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}\Big|_S = \varphi_n'\Big|_S$ 须给定整个边界上的 φ 或 $\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}$

只要电势满足定解条件，那么一定是唯一的解。

例 1：静电屏蔽：封闭导体壳内的电场不受壳外电荷分布的影响

由唯一性定理，可写出求解区域 V 内静电场的定解条件：

(1) V 内介质： $\nabla^2\varphi = -\rho_f/\epsilon$ 须给定 ρ_f

(2) 介质界面： $\varphi_i = \varphi_j,\quad \epsilon_i\dfrac{\partial\varphi_i}{\partial n} - \epsilon_j\dfrac{\partial\varphi_j}{\partial n} = \sigma_f$ 须给定 σ_f $\vec{n}$ 自介质 i 指向 j

(3) 导体面： $\varphi_k =$ 常数 c_k 且 $\displaystyle\oint_{S_k} -\epsilon\frac{\partial\varphi}{\partial n_k}\,\mathrm{d}\sigma = Q_k$ 须给定 c_k 或 Q_k

(4) V 的边界 S： $\varphi\Big|_S = \varphi_S$ 或 $\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}\Big|_S = \varphi'_n\Big|_S$ 须给定整个边界上的 φ 或 $\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}$

只要电势满足定解条件，那么一定是唯一的解。

例 1：静电屏蔽：封闭导体壳内的电场不受壳外电荷分布的影响

设导体壳外电荷为 A 分布时，导体壳电势为 V_A，壳内电势 φ_A满足定解条件 (1-4)。

由唯一性定理，可写出求解区域 V 内静电场的定解条件：

(1)　V 内介质：　$\nabla^2\varphi = -\rho_f/\epsilon$　　须给定 ρ_f

(2)　介质界面：　$\varphi_i = \varphi_j,\quad \epsilon_i\dfrac{\partial\varphi_i}{\partial n} - \epsilon_j\dfrac{\partial\varphi_j}{\partial n} = \sigma_f$　　须给定 σ_f　$\vec{n}$ 自介质 i 指向 j

(3)　导体面：　$\varphi_k =$ 常数 c_k 且 $\displaystyle\oint_{S_k} -\epsilon\frac{\partial\varphi}{\partial n_k}\,\mathrm{d}\sigma = Q_k$　　须给定 c_k 或 Q_k

(4)　V 的边界 S：　$\varphi\Big|_S = \varphi_S$　或　$\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}\Big|_S = \varphi'_n\Big|_S$　　须给定整个边界上的 φ 或 $\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}$

只要电势满足定解条件，那么一定是唯一的解。

例 1：静电屏蔽：封闭导体壳内的电场不受壳外电荷分布的影响

设导体壳外电荷为 A 分布时，导体壳电势为 V_A，壳内电势 φ_A满足定解条件 (1-4)。

现导体壳外电荷为 B 分布，导体壳电势变为 V_B，如壳内电荷分布不变，

则 $\varphi_B = \varphi_A + V_B - V_A$ 必满足壳内的定解条件 (1-4)。

由唯一性定理，可写出求解区域 V 内静电场的定解条件：

(1) V 内介质： $\nabla^2\varphi = -\rho_f/\epsilon$ 须给定 ρ_f

(2) 介质界面： $\varphi_i = \varphi_j,\quad \epsilon_i\dfrac{\partial\varphi_i}{\partial n} - \epsilon_j\dfrac{\partial\varphi_j}{\partial n} = \sigma_f$ 须给定 σ_f $\vec{n}$ 自介质 i 指向 j

(3) 导体面： $\varphi_k =$ 常数 c_k 且 $\displaystyle\oint_{S_k} -\epsilon\frac{\partial\varphi}{\partial n_k}\mathrm{d}\sigma = Q_k$ 须给定 c_k 或 Q_k

(4) V 的边界 S： $\varphi\Big|_S = \varphi_S$ 或 $\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}\Big|_S = \varphi'_n\Big|_S$ 须给定整个边界上的 φ 或 $\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}$

只要电势满足定解条件，那么一定是唯一的解。

例 1：静电屏蔽：封闭导体壳内的电场不受壳外电荷分布的影响

设导体壳外电荷为 A 分布时，导体壳电势为 V_A，壳内电势 φ_A满足定解条件 (1-4)。

现导体壳外电荷为 B 分布，导体壳电势变为 V_B，如壳内电荷分布不变，

则 $\varphi_B = \varphi_A + V_B - V_A$ 必满足壳内的定解条件 (1-4)。

因此当壳外电荷分布改变时，壳内电势只差常数，壳内电场不变。此即静电屏蔽

由唯一性定理，可写出求解区域 V 内静电场的定解条件：

(1) V 内介质： $\nabla^2\varphi = -\rho_f/\epsilon$ 须给定 ρ_f

(2) 介质界面： $\varphi_i = \varphi_j,\quad \epsilon_i\dfrac{\partial\varphi_i}{\partial n} - \epsilon_j\dfrac{\partial\varphi_j}{\partial n} = \sigma_f$ 须给定 σ_f $\vec{\boldsymbol{n}}$ 自介质 i 指向 j

(3) 导体面： $\varphi_k =$ 常数 c_k 且 $\displaystyle\oint_{S_k} -\epsilon\frac{\partial\varphi}{\partial n_k}\,\mathrm{d}\sigma = Q_k$ 须给定 c_k 或 Q_k

(4) V 的边界 S： $\varphi\Big|_S = \varphi_S$ 或 $\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}\Big|_S = \varphi'_n\Big|_S$ 须给定整个边界上的 φ 或 $\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}$

只要电势满足定解条件，那么一定是唯一的解。

例 1：静电屏蔽：封闭导体壳内的电场不受壳外电荷分布的影响

设导体壳外电荷为 A 分布时，导体壳电势为 V_A，壳内电势 φ_A满足定解条件 (1-4)。

现导体壳外电荷为 B 分布，导体壳电势变为 V_B，如壳内电荷分布不变，

则 $\varphi_B = \varphi_A + V_B - V_A$ 必满足壳内的定解条件 (1-4)。

因此当壳外电荷分布改变时，壳内电势只差常数，壳内电场不变。此即静电屏蔽

思考：若壳内有一接地导体，那么此导体壳还能起到屏蔽作用吗？

例 2：带电 Q 的导体球内挖一洞，洞内放一点偶极子 $\vec{p}$，求球外电势

例 2：带电 Q 的导体球内挖一洞，洞内放一点偶极子 $\vec{\boldsymbol{p}}$，求球外电势

洞内放点偶极子，由 $\oint \vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{E}}\,\mathrm{d}\sigma = Q_{enc}/\epsilon_0$ 知导体球内表面带电为 0，电量 Q 分布于外表面

例 2：带电 Q 的导体球内挖一洞，洞内放一点偶极子 $\vec{p}$，求球外电势

洞内放点偶极子，由 $\oint \vec{n}\cdot\vec{E}\,\mathrm{d}\sigma = Q_{enc}/\epsilon_0$ 知导体球内表面带电为 0，电量 Q 分布于外表面

对球外区，定解条件已给定，有唯一解

例 2：带电 Q 的导体球内挖一洞，洞内放一点偶极子 $\vec{\boldsymbol{p}}$，求球外电势

洞内放点偶极子，由 $\oint \vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{E}}\,\mathrm{d}\sigma = Q_{enc}/\epsilon_0$ 知导体球内表面带电为 0，电量 Q 分布于外表面

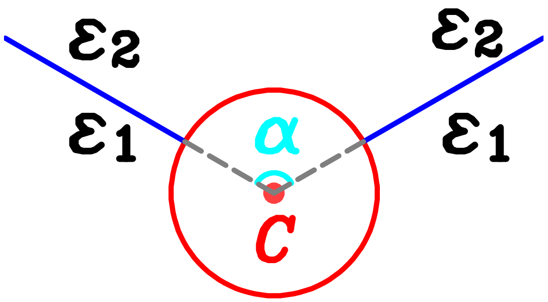
对球外区，定解条件已给定，有唯一解　　球外，$\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ 满足定解条件，是其唯一解

例 2：带电 Q 的导体球内挖一洞，洞内放一点偶极子 $\vec{p}$，求球外电势

洞内放点偶极子，由 $\oint \vec{n}\cdot\vec{E}\,\mathrm{d}\sigma = Q_{enc}/\epsilon_0$ 知导体球内表面带电为 0，电量 Q 分布于外表面

对球外区，定解条件已给定，有唯一解　　球外，$\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ 满足定解条件，是其唯一解

例 3：如图电势为 V_0 半径为 R 的导体球放置于两种介质之间，C为球心，求空间各点电势。（$\alpha = \pi$ 对应于导体球一半在介质 1，一半在介质 2）



例 2：带电 Q 的导体球内挖一洞，洞内放一点偶极子 $\vec{p}$，求球外电势

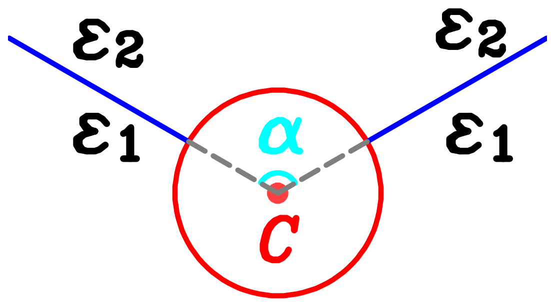
洞内放点偶极子，由 $\oint \vec{n} \cdot \vec{E}\, d\sigma = Q_{enc}/\epsilon_0$ 知导体球内表面带电为 0，电量 Q 分布于外表面

对球外区，定解条件已给定，有唯一解　　球外，$\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ 满足定解条件，是其唯一解

例 3：如图电势为 V_0 半径为 R 的导体球放置于两种介质之间，C为球心，求空间各点电势。（$\alpha = \pi$ 对应于导体球一半在介质 1，一半在介质 2）

空间各点电势为：

$$\varphi(r) = \begin{cases} \dfrac{R}{r} V_0 & r > R \\ V_0 & r < R \end{cases}$$



例 2：带电 Q 的导体球内挖一洞，洞内放一点偶极子 $\vec{\boldsymbol{p}}$，求球外电势

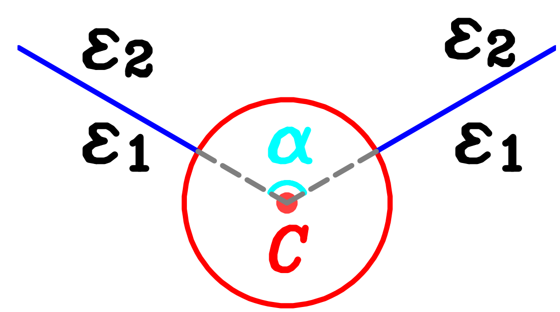
洞内放点偶极子，由 $\oint \vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{E}}\,\mathrm{d}\sigma = Q_{enc}/\epsilon_0$ 知导体球内表面带电为 0，电量 Q 分布于外表面

对球外区，定解条件已给定，有唯一解　　球外，$\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ 满足定解条件，是其唯一解

例 3：如图电势为 V_0 半径为 R 的导体球放置于两种介质之间，C为球心，求空间各点电势。（$\alpha=\pi$ 对应于导体球一半在介质 1，一半在介质 2）

空间各点电势为：

$$\varphi(r) = \begin{cases} \dfrac{R}{r}V_0 & r > R \\ V_0 & r < R \end{cases}$$



是否正确？　　验证四个定解条件

例 2：带电 Q 的导体球内挖一洞，洞内放一点偶极子 $\vec{p}$，求球外电势

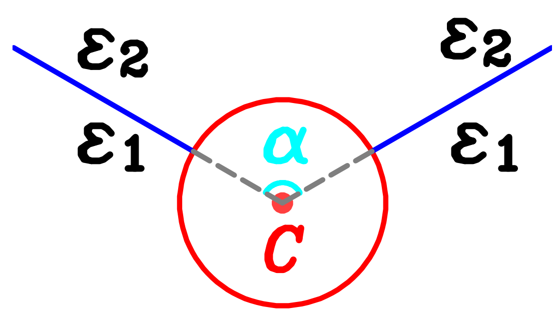
洞内放点偶极子，由 $\oint \vec{n}\cdot\vec{E}\,\mathrm{d}\sigma = Q_{enc}/\epsilon_0$ 知导体球内表面带电为 0，电量 Q 分布于外表面

对球外区，定解条件已给定，有唯一解　　球外，$\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ 满足定解条件，是其唯一解

例 3：如图电势为 V_0 半径为 R 的导体球放置于两种介质之间，C为球心，求空间各点电势。（$\alpha=\pi$ 对应于导体球一半在介质 1，一半在介质 2）

空间各点电势为：

$$\varphi(r) = \begin{cases} \dfrac{R}{r}V_0 & r > R \\ V_0 & r < R \end{cases}$$



是否正确？　　验证四个定解条件

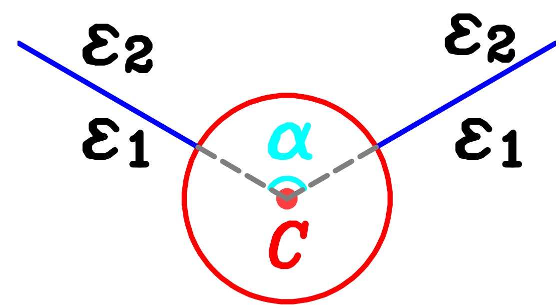
(1) $\varphi(r)$ 满足：　$\nabla^2\varphi(r) = -\rho_f/\epsilon = 0$

例 2：带电 Q 的导体球内挖一洞，洞内放一点偶极子 $\vec{p}$，求球外电势

洞内放点偶极子，由 $\oint \vec{n}\cdot\vec{E}\,\mathrm{d}\sigma = Q_{enc}/\epsilon_0$ 知导体球内表面带电为 0，电量 Q 分布于外表面

对球外区，定解条件已给定，有唯一解　　球外，$\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ 满足定解条件，是其唯一解

例 3：如图电势为 V_0 半径为 R 的导体球放置于两种介质之间，C为球心，求空间各点电势。（$\alpha=\pi$ 对应于导体球一半在介质 1，一半在介质 2）



空间各点电势为：

$$\varphi(r) = \begin{cases} \dfrac{R}{r}V_0 & r > R \\ V_0 & r < R \end{cases}$$

是否正确？　　验证四个定解条件

(1) $\varphi(r)$ 满足：　$\nabla^2\varphi(r) = -\rho_f/\epsilon = 0$

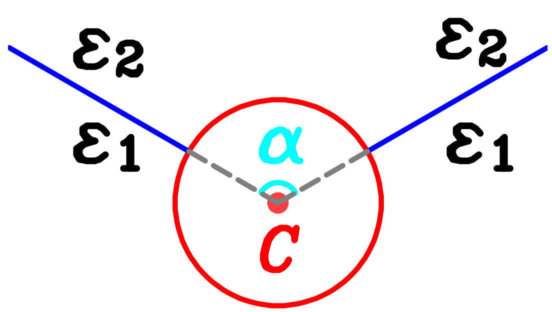
(2) 介质界面满足：　$\varphi_1 = \varphi_2$　且由 $\dfrac{\partial\varphi_1}{\partial n} = \dfrac{\partial\varphi_2}{\partial n} = 0$ 得

例 2：带电 Q 的导体球内挖一洞，洞内放一点偶极子 $\vec{p}$，求球外电势

洞内放点偶极子，由 $\oint \vec{n}\cdot\vec{E}\,\mathrm{d}\sigma = Q_{enc}/\epsilon_0$ 知导体球内表面带电为 0，电量 Q 分布于外表面

对球外区，定解条件已给定，有唯一解　　球外，$\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ 满足定解条件，是其唯一解

例 3：如图电势为 V_0 半径为 R 的导体球放置于两种介质之间，C为球心，求空间各点电势。（$\alpha=\pi$ 对应于导体球一半在介质 1，一半在介质 2）



空间各点电势为：

$$\varphi(r) = \begin{cases} \dfrac{R}{r}V_0 & r > R \\ V_0 & r < R \end{cases}$$

是否正确？　　验证四个定解条件

(1) $\varphi(r)$ 满足：　$\nabla^2\varphi(r) = -\rho_f/\epsilon = 0$

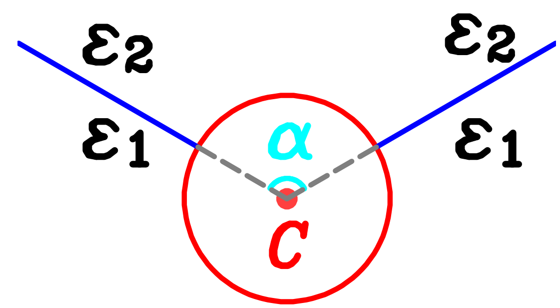
(2) 介质界面满足：　$\varphi_1 = \varphi_2$　且由 $\dfrac{\partial\varphi_1}{\partial n} = \dfrac{\partial\varphi_2}{\partial n} = 0$ 得　$\epsilon_1\dfrac{\partial\varphi_1}{\partial n} - \epsilon_2\dfrac{\partial\varphi_2}{\partial n} = \sigma_f = 0$

例 2：带电 Q 的导体球内挖一洞，洞内放一点偶极子 $\vec{p}$，求球外电势

洞内放点偶极子，由 $\oint \vec{n}\cdot\vec{E}\,\mathrm{d}\sigma = Q_{enc}/\epsilon_0$ 知导体球内表面带电为 0，电量 Q 分布于外表面

对球外区，定解条件已给定，有唯一解　　球外，$\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ 满足定解条件，是其唯一解

例 3：如图电势为 V_0 半径为 R 的导体球放置于两种介质之间，C为球心，求空间各点电势。（$\alpha=\pi$ 对应于导体球一半在介质 1，一半在介质 2）



空间各点电势为：
$$\varphi(r) = \begin{cases} \dfrac{R}{r}V_0 & r > R \\ V_0 & r < R \end{cases}$$

是否正确？　　验证四个定解条件

(1) $\varphi(r)$ 满足：　$\nabla^2\varphi(r) = -\rho_f/\epsilon = 0$

(2) 介质界面满足：　$\varphi_1 = \varphi_2$　且由 $\dfrac{\partial\varphi_1}{\partial n} = \dfrac{\partial\varphi_2}{\partial n} = 0$ 得　$\epsilon_1\dfrac{\partial\varphi_1}{\partial n} - \epsilon_2\dfrac{\partial\varphi_2}{\partial n} = \sigma_f = 0$

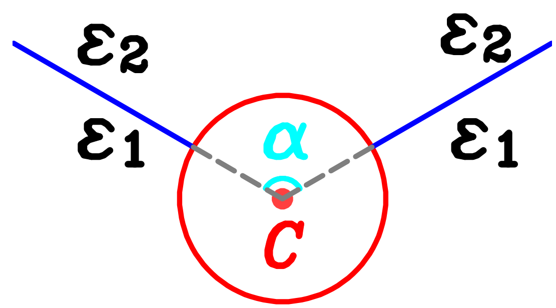
(3) 在导体上满足：　$\varphi(r) = V_0$

例 2：带电 Q 的导体球内挖一洞，洞内放一点偶极子 $\vec{p}$，求球外电势

洞内放点偶极子，由 $\oint \vec{n}\cdot\vec{E}\,\mathrm{d}\sigma = Q_{enc}/\epsilon_0$ 知导体球内表面带电为 0，电量 Q 分布于外表面

对球外区，定解条件已给定，有唯一解　　球外，$\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ 满足定解条件，是其唯一解

例 3：如图电势为 V_0 半径为 R 的导体球放置于两种介质之间，C为球心，求空间各点电势。（$\alpha=\pi$ 对应于导体球一半在介质 1，一半在介质 2）



空间各点电势为：

$$\varphi(r) = \begin{cases} \dfrac{R}{r} V_0 & r > R \\ V_0 & r < R \end{cases}$$

是否正确？　　验证四个定解条件

(1) $\varphi(r)$ 满足：　$\nabla^2\varphi(r) = -\rho_f/\epsilon = 0$

(2) 介质界面满足：　$\varphi_1 = \varphi_2$　且由 $\dfrac{\partial\varphi_1}{\partial n} = \dfrac{\partial\varphi_2}{\partial n} = 0$ 得　$\epsilon_1\dfrac{\partial\varphi_1}{\partial n} - \epsilon_2\dfrac{\partial\varphi_2}{\partial n} = \sigma_f = 0$

(3) 在导体上满足：　$\varphi(r) = V_0$

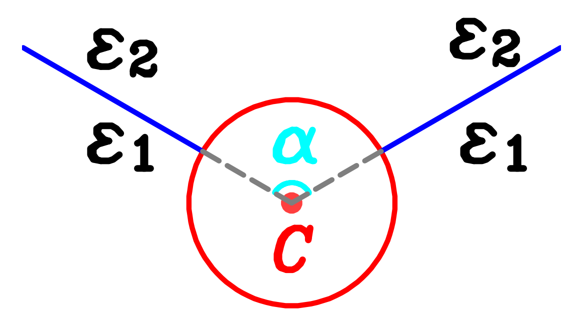
(4) 无穷远边界：　$\varphi(r) = 0$

例 2：带电 Q 的导体球内挖一洞，洞内放一点偶极子 $\vec{p}$，求球外电势

洞内放点偶极子，由 $\oint \vec{n}\cdot\vec{E}\,\mathrm{d}\sigma = Q_{enc}/\epsilon_0$ 知导体球内表面带电为 0，电量 Q 分布于外表面

对球外区，定解条件已给定，有唯一解　　球外，$\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ 满足定解条件，是其唯一解

例 3：如图电势为 V_0 半径为 R 的导体球放置于两种介质之间，C为球心，求空间各点电势。（$\alpha=\pi$ 对应于导体球一半在介质 1，一半在介质 2）



空间各点电势为：

$$\varphi(r) = \begin{cases} \dfrac{R}{r}V_0 & r > R \\ V_0 & r < R \end{cases}$$

是否正确？　　验证四个定解条件

(1) $\varphi(r)$ 满足：　$\nabla^2\varphi(r) = -\rho_f/\epsilon = 0$

(2) 介质界面满足：　$\varphi_1 = \varphi_2$　且由 $\dfrac{\partial\varphi_1}{\partial n} = \dfrac{\partial\varphi_2}{\partial n} = 0$ 得　$\epsilon_1\dfrac{\partial\varphi_1}{\partial n} - \epsilon_2\dfrac{\partial\varphi_2}{\partial n} = \sigma_f = 0$

(3) 在导体上满足：　$\varphi(r) = V_0$　　故：$\varphi(r)$ 是唯一正确的解。

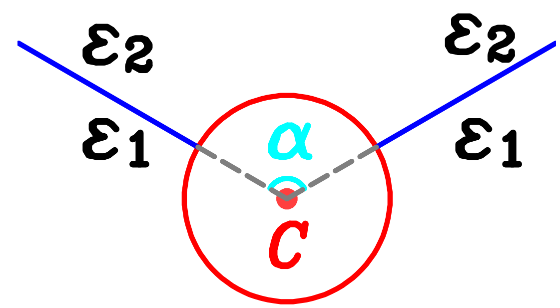
(4) 无穷远边界：　$\varphi(r) = 0$　　电势与导体球放在真空中相同！

例 2：带电 Q 的导体球内挖一洞，洞内放一点偶极子 $\vec{p}$，求球外电势

洞内放点偶极子，由 $\oint \vec{n}\cdot\vec{E}\,\mathrm{d}\sigma = Q_{enc}/\epsilon_0$ 知导体球内表面带电为 0，电量 Q 分布于外表面

对球外区，定解条件已给定，有唯一解　　球外，$\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ 满足定解条件，是其唯一解

例 3：如图电势为 V_0 半径为 R 的导体球放置于两种介质之间，C为球心，求空间各点电势。（$\alpha=\pi$ 对应于导体球一半在介质 1，一半在介质 2）



空间各点电势为：
$$\varphi(r) = \begin{cases} \dfrac{R}{r}V_0 & r > R \\ V_0 & r < R \end{cases}$$

是否正确？　　验证四个定解条件

(1) $\varphi(r)$ 满足：　$\nabla^2\varphi(r) = -\rho_f/\epsilon = 0$

(2) 介质界面满足：　$\varphi_1 = \varphi_2$　且由 $\dfrac{\partial\varphi_1}{\partial n} = \dfrac{\partial\varphi_2}{\partial n} = 0$ 得　$\epsilon_1\dfrac{\partial\varphi_1}{\partial n} - \epsilon_2\dfrac{\partial\varphi_2}{\partial n} = \sigma_f = 0$

(3) 在导体上满足：　$\varphi(r) = V_0$　　故：$\varphi(r)$ 是唯一正确的解。

(4) 无穷远边界：　$\varphi(r) = 0$　　电势与导体球放在真空中相同！

思考：导体球上的电荷分布与放在真空中相同吗？