§ 5.2 电磁波在非导电介质界面上的反射和折射

§5.2 电磁波在非导电介质界面上的反射和折射

反射、折射的物理图象：

§ 5.2 电磁波在非导电介质界面上的反射和折射

反射、折射的物理图象：

当电磁波在均匀介质的传播过程中遇到不同介质界面时，电磁波将在界面上激发面极化电荷、面极化电流、面磁化电流。这些被激发出来的电荷电流也会反过来再激发电磁波（称为次波），这些次波以及介质中体极化电荷、体极化电流和磁化电流所产生的次波就用所谓反射波、折射波等价地描述。

§ 5.2 电磁波在非导电介质界面上的反射和折射

反射、折射的物理图象：

当电磁波在均匀介质的传播过程中遇到不同介质界面时，电磁波将在界面上激发面极化电荷、面极化电流、面磁化电流。这些被激发出来的电荷电流也会反过来再激发电磁波（称为次波），这些次波以及介质中体极化电荷、体极化电流和磁化电流所产生的次波就用所谓反射波、折射波等价地描述。 能否这样做？看是否满足 Maxwell 方程和边界条件。

§ 5.2 电磁波在非导电介质界面上的反射和折射

反射、折射的物理图象：

当电磁波在均匀介质的传播过程中遇到不同介质界面时，电磁波将在界面上激发面极化电荷、面极化电流、面磁化电流。这些被激发出来的电荷电流也会反过来再激发电磁波（称为次波），这些次波以及介质中体极化电荷、体极化电流和磁化电流所产生的次波就用所谓反射波、折射波等价地描述。　　　　能否这样做？看是否满足 Maxwell 方程和边界条件。

反射、折射的数学处理：

§ 5.2 电磁波在非导电介质界面上的反射和折射

反射、折射的物理图象：

当电磁波在均匀介质的传播过程中遇到不同介质界面时，电磁波将在界面上激发面极化电荷、面极化电流、面磁化电流。这些被激发出来的电荷电流也会反过来再激发电磁波（称为次波），这些次波以及介质中体极化电荷、体极化电流和磁化电流所产生的次波就用所谓反射波、折射波等价地描述。　　　能否这样做？看是否满足 Maxwell 方程和边界条件。

反射、折射的数学处理：

由傅立叶分析知，任何随时间空间变化的场（波）都可分解单色平面波，因而，可将一般的入射反射折射波傅立叶分解成单色平面波之和。而单色平面波本身满足（无源区）的 Maxwell 方程，因此，只要对各单色平面电磁波应用边界条件，即可求得一般的入射反射折射波之关系。也即，任何波在两种不同介质界面上的反射和折射都可化为单色平面波的边值问题。

§ 5.2 电磁波在非导电介质界面上的反射和折射

反射、折射的物理图象：

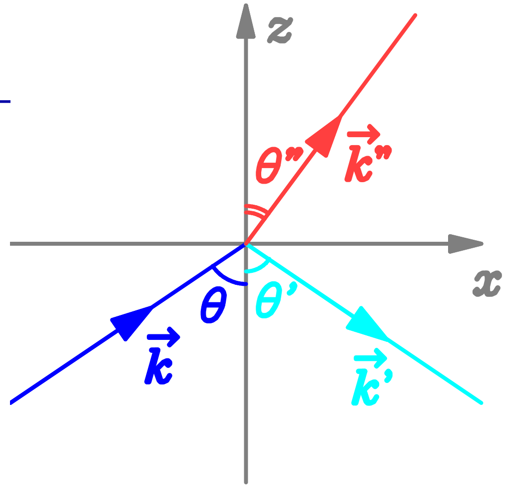
当电磁波在均匀介质的传播过程中遇到不同介质界面时，电磁波将在界面上激发面极化电荷、面极化电流、面磁化电流。这些被激发出来的电荷电流也会反过来再激发电磁波（称为次波），这些次波以及介质中体极化电荷、体极化电流和磁化电流所产生的次波就用所谓反射波、折射波等价地描述。 能否这样做？看是否满足 Maxwell 方程和边界条件。

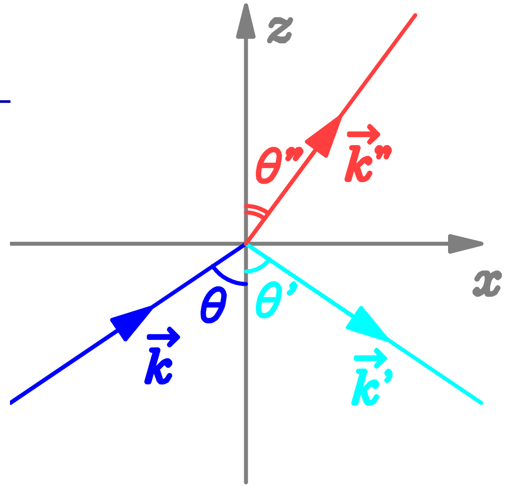
反射、折射的数学处理：

由傅立叶分析知，任何随时间空间变化的场（波）都可分解单色平面波，因而，可将一般的入射反射折射波傅立叶分解成单色平面波之和。而单色平面波本身满足（无源区）的 Maxwell 方程，因此，只要对各单色平面电磁波应用边界条件，即可求得一般的入射反射折射波之关系。也即，任何波在两种不同介质界面上的反射和折射都可化为单色平面波的边值问题。

本节讨论单色平面波在两种线性均匀各向同性非导电介质界面的反、折射。

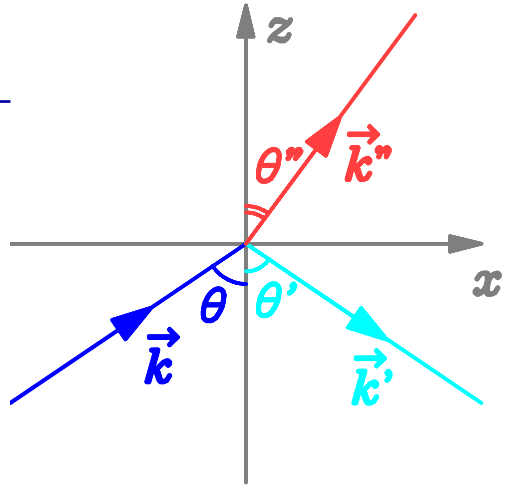
一、反射、折射基本定律





一、反射、折射基本定律

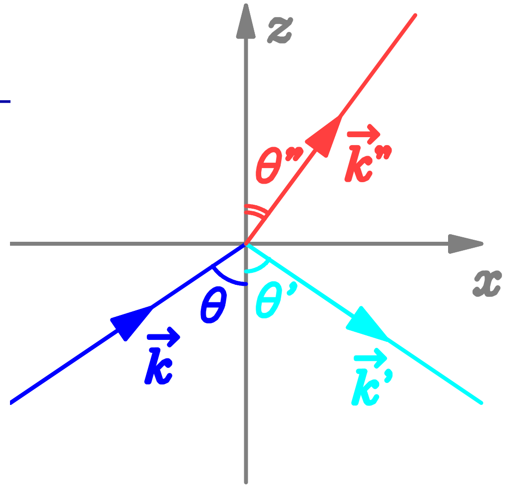
入射波、反射和折射波都是单色平面波形式。



一、反射、折射基本定律

入射波、反射和折射波都是单色平面波形式。

入射面： 由界面法向与入射波矢量构成的平面

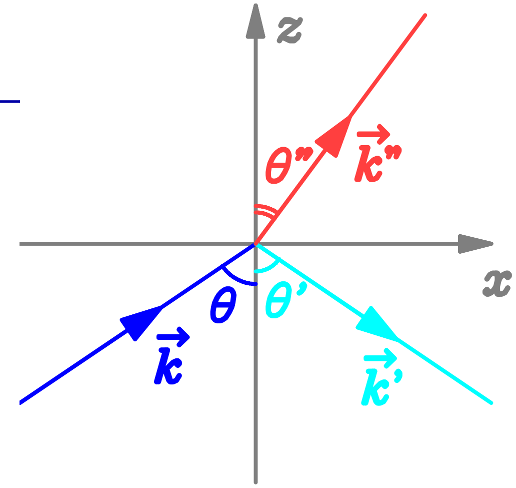


一、反射、折射基本定律

入射波、反射和折射波都是单色平面波形式。

入射面： 由界面法向与入射波矢量构成的平面

入射波： $\vec{\mathcal{E}}_i = \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)}$



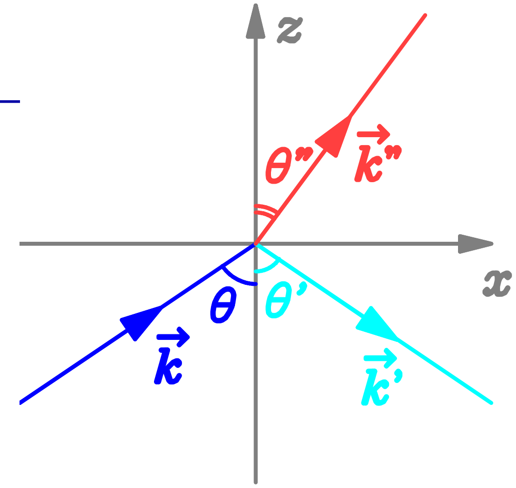
一、反射、折射基本定律

入射波、反射和折射波都是单色平面波形式。

入射面：　由界面法向与入射波矢量构成的平面

入射波：　$\vec{\mathcal{E}}_i = \vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$

反射波：　$\vec{\mathcal{E}}_r = \vec{\mathcal{E}}'(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}'_0 e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega' t)}$



一、反射、折射基本定律

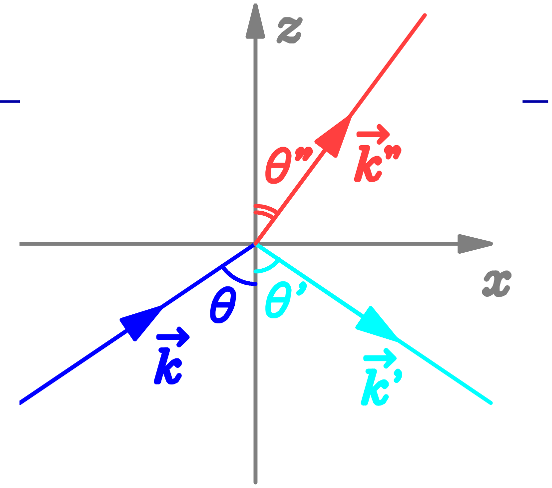
入射波、反射和折射波都是单色平面波形式。

入射面： 由界面法向与入射波矢量构成的平面

入射波： $\vec{\mathcal{E}}_i = \vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$

反射波： $\vec{\mathcal{E}}_r = \vec{\mathcal{E}}\,'(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}'_0 e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega' t)}$

折射波： $\vec{\mathcal{E}}_t = \vec{\mathcal{E}}\,''(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}''_0 e^{i(\vec{k}''\cdot\vec{r}-\omega'' t)}$



一、反射、折射基本定律

入射波、反射和折射波都是单色平面波形式。

入射面： 由界面法向与入射波矢量构成的平面

入射波： $\vec{\mathcal{E}}_i = \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$

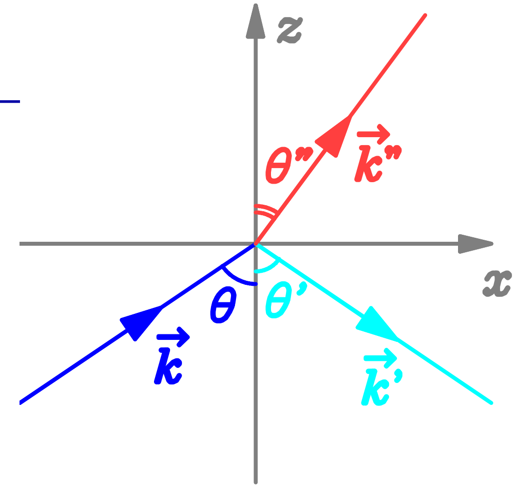
反射波： $\vec{\mathcal{E}}_r = \vec{\mathcal{E}}'(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{E}}'_0 e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega' t)}$

折射波： $\vec{\mathcal{E}}_t = \vec{\mathcal{E}}''(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{E}}''_0 e^{i(\vec{k}''\cdot\vec{r}-\omega'' t)}$

$\vec{\mathcal{E}}_0$，$\vec{\mathcal{E}}'_0$，$\vec{\mathcal{E}}''_0$ 为复常矢量。

在介质 1，场为入射波和反射波之叠加

在介质 2，场为折射（透射）波



一、反射、折射基本定律

入射波、反射和折射波都是单色平面波形式。

入射面：　由界面法向与入射波矢量构成的平面

入射波：　$\vec{\mathcal{E}}_i = \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$

反射波：　$\vec{\mathcal{E}}_r = \vec{\mathcal{E}}\,'(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{E}}_0' e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega' t)}$

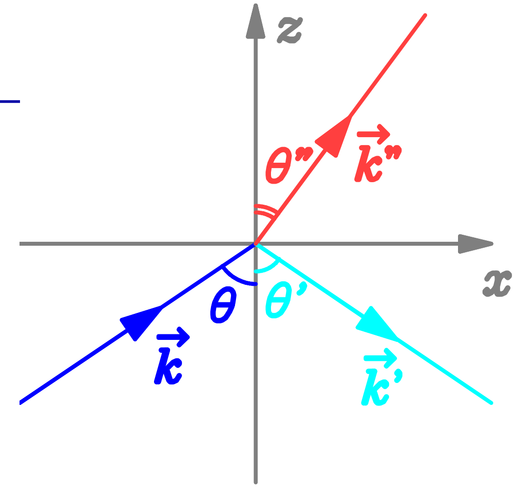
折射波：　$\vec{\mathcal{E}}_t = \vec{\mathcal{E}}\,''(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{E}}_0'' e^{i(\vec{k}''\cdot\vec{r}-\omega'' t)}$

$\vec{\mathcal{E}}_0$，$\vec{\mathcal{E}}_0'$，$\vec{\mathcal{E}}_0''$ 为复常矢量。

在介质 1，场为入射波和反射波之叠加

在介质 2，场为折射（透射）波

取界面为 $z=0$ 面，在 $z=0$ 面有：$\hat{e}_z \times (\vec{\mathcal{E}}_i + \vec{\mathcal{E}}_r) = \hat{e}_z \times \vec{\mathcal{E}}_t$



一、反射、折射基本定律

入射波、反射和折射波都是单色平面波形式。

入射面：　由界面法向与入射波矢量构成的平面

入射波：　$\vec{\mathcal{E}}_i = \vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$

反射波：　$\vec{\mathcal{E}}_r = \vec{\mathcal{E}}\,'(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}'_0 e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega' t)}$

折射波：　$\vec{\mathcal{E}}_t = \vec{\mathcal{E}}\,''(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}''_0 e^{i(\vec{k}''\cdot\vec{r}-\omega'' t)}$

$\vec{\mathcal{E}}_0$，$\vec{\mathcal{E}}'_0$，$\vec{\mathcal{E}}''_0$ 为复常矢量。

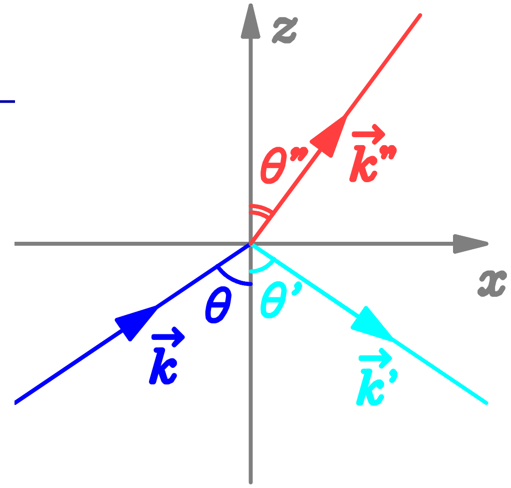
在介质 1，场为入射波和反射波之叠加

在介质 2，场为折射（透射）波

取界面为 $z=0$ 面，在 $z=0$ 面有：$\hat{e}_z \times (\vec{\mathcal{E}}_i + \vec{\mathcal{E}}_r) = \hat{e}_z \times \vec{\mathcal{E}}_t$　电场强度切向连续

$$\Longrightarrow \quad \hat{e}_z \times \left[\vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} + \vec{\mathcal{E}}'_0 e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega' t)}\right] = \hat{e}_z \times \vec{\mathcal{E}}''_0 e^{i(\vec{k}''\cdot\vec{r}-\omega'' t)}$$

一、反射、折射基本定律



入射波、反射和折射波都是单色平面波形式。

入射面：　由界面法向与入射波矢量构成的平面

入射波：　$\vec{\mathcal{E}}_i = \vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$

反射波：　$\vec{\mathcal{E}}_r = \vec{\mathcal{E}}\,'(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}_0' e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega' t)}$

折射波：　$\vec{\mathcal{E}}_t = \vec{\mathcal{E}}\,''(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}_0'' e^{i(\vec{k}''\cdot\vec{r}-\omega'' t)}$

$\vec{\mathcal{E}}_0$，$\vec{\mathcal{E}}_0'$，$\vec{\mathcal{E}}_0''$ 为复常矢量。

在介质 1，场为入射波和反射波之叠加

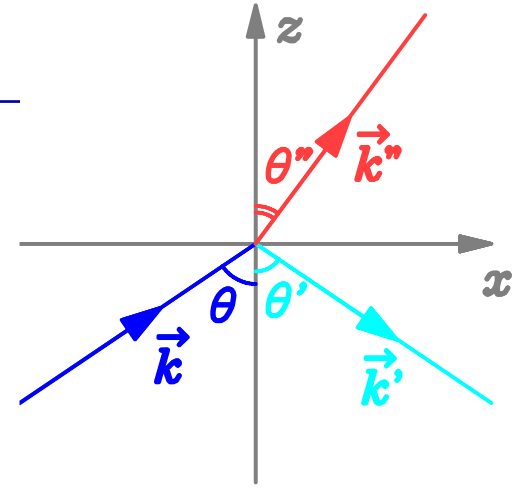
在介质 2，场为折射（透射）波

取界面为 $z=0$ 面，在 $z=0$ 面有：$\hat{e}_z \times (\vec{\mathcal{E}}_i + \vec{\mathcal{E}}_r) = \hat{e}_z \times \vec{\mathcal{E}}_t$　电场强度切向连续

$$\Longrightarrow \quad \hat{e}_z \times \left[\vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} + \vec{\mathcal{E}}_0' e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega' t)}\right] = \hat{e}_z \times \vec{\mathcal{E}}_0'' e^{i(\vec{k}''\cdot\vec{r}-\omega'' t)}$$

上式对任意 x，y，t 成立，从而在 $z=0$，有

$$\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t = \vec{k}'\cdot\vec{r} - \omega' t = \vec{k}''\cdot\vec{r} - \omega'' t$$



一、反射、折射基本定律

入射波、反射和折射波都是单色平面波形式。

入射面：　由界面法向与入射波矢量构成的平面

入射波：　$\vec{\mathcal{E}}_i = \vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$

反射波：　$\vec{\mathcal{E}}_r = \vec{\mathcal{E}}\,'(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}'_0 e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega' t)}$

折射波：　$\vec{\mathcal{E}}_t = \vec{\mathcal{E}}\,''(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}''_0 e^{i(\vec{k}''\cdot\vec{r}-\omega'' t)}$

$\vec{\mathcal{E}}_0$，$\vec{\mathcal{E}}'_0$，$\vec{\mathcal{E}}''_0$ 为复常矢量。

在介质 1，场为入射波和反射波之叠加

在介质 2，场为折射（透射）波

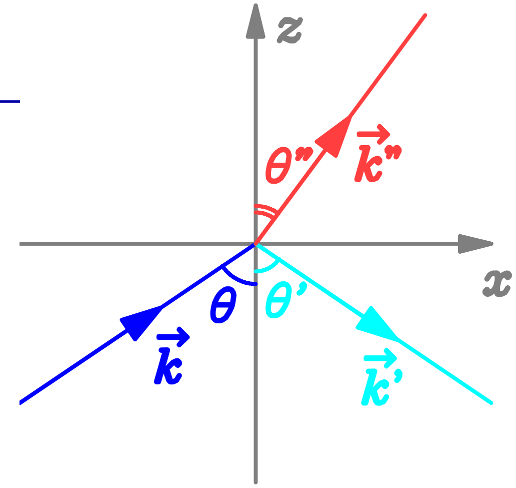
取界面为 $z=0$ 面，在 $z=0$ 面有：$\hat{e}_z \times (\vec{\mathcal{E}}_i + \vec{\mathcal{E}}_r) = \hat{e}_z \times \vec{\mathcal{E}}_t$　电场强度切向连续

$$\Longrightarrow \quad \hat{e}_z \times \left[\vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} + \vec{\mathcal{E}}'_0 e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega' t)}\right] = \hat{e}_z \times \vec{\mathcal{E}}''_0 e^{i(\vec{k}''\cdot\vec{r}-\omega'' t)}$$

上式对任意 x，y，t 成立，从而在 $z=0$，有

$$\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t = \vec{k}'\cdot\vec{r} - \omega' t = \vec{k}''\cdot\vec{r} - \omega'' t$$

对任意 x，y，t 成立



一、反射、折射基本定律

入射波、反射和折射波都是单色平面波形式。

入射面：　由界面法向与入射波矢量构成的平面

入射波：　$\vec{\mathcal{E}}_i = \vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$

反射波：　$\vec{\mathcal{E}}_r = \vec{\mathcal{E}}'(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}'_0 e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega' t)}$

折射波：　$\vec{\mathcal{E}}_t = \vec{\mathcal{E}}''(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}''_0 e^{i(\vec{k}''\cdot\vec{r}-\omega'' t)}$

$\vec{\mathcal{E}}_0$，$\vec{\mathcal{E}}'_0$，$\vec{\mathcal{E}}''_0$ 为复常矢量。

在介质 1，场为入射波和反射波之叠加

在介质 2，场为折射（透射）波

取界面为 $z=0$ 面，在 $z=0$ 面有：$\hat{e}_z \times (\vec{\mathcal{E}}_i + \vec{\mathcal{E}}_r) = \hat{e}_z \times \vec{\mathcal{E}}_t$　电场强度切向连续

$$\Longrightarrow \quad \hat{e}_z \times \left[\vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} + \vec{\mathcal{E}}'_0 e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega' t)}\right] = \hat{e}_z \times \vec{\mathcal{E}}''_0 e^{i(\vec{k}''\cdot\vec{r}-\omega'' t)}$$

上式对任意 x，y，t 成立，从而在 $z=0$，有

$$\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t = \vec{k}'\cdot\vec{r} - \omega' t = \vec{k}''\cdot\vec{r} - \omega'' t$$

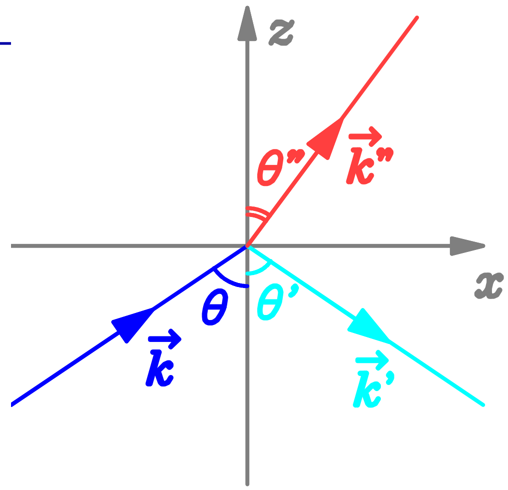
对任意 x，y，t 成立

$$\Longrightarrow \quad k_x = k'_x = k''_x, \quad k_y = k'_y = k''_y, \quad \omega = \omega' = \omega''$$

$$k_x = k'_x = k''_x, \quad k_y = k'_y = k''_y, \quad \omega = \omega' = \omega''$$

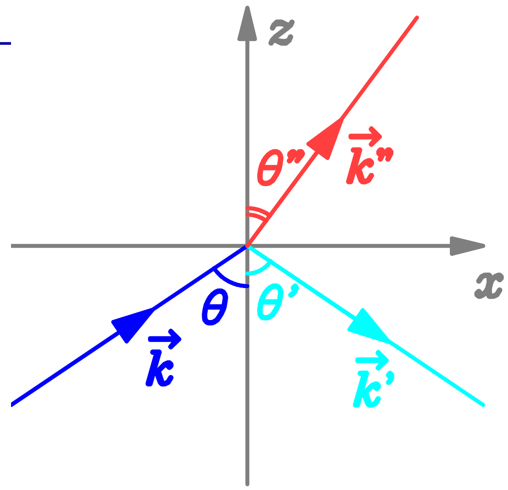
Let there be light

$$k_x = k'_x = k''_x, \quad k_y = k'_y = k''_y, \quad \omega = \omega' = \omega''$$



结论：

Let there be light

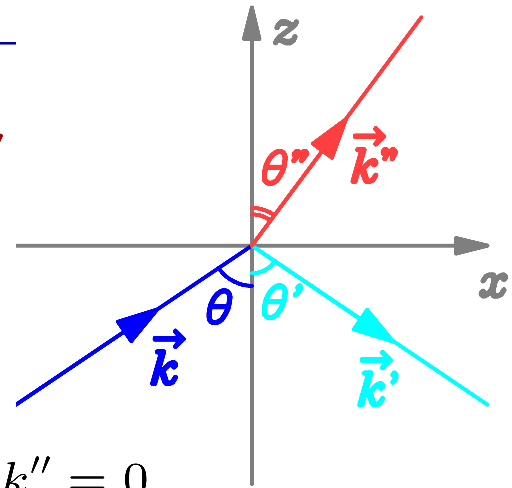


$$k_x = k'_x = k''_x, \quad k_y = k'_y = k''_y, \quad \omega = \omega' = \omega''$$

结论：

(1) 入射、反射、折射波频率相同：$\omega = \omega' = \omega''$

Let there be light



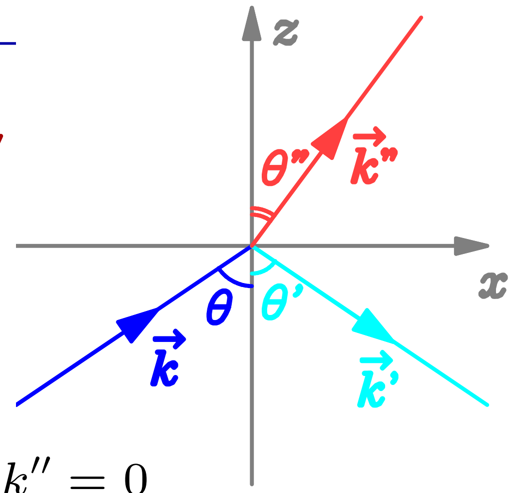
$$k_x = k'_x = k''_x, \quad k_y = k'_y = k''_y, \quad \omega = \omega' = \omega''$$

结论：

(1) 入射、反射、折射波频率相同：$\omega = \omega' = \omega''$

(2) 若取入射面为 xz 平面（如图），则 $k_y = 0 \quad \Longrightarrow \quad k'_y = 0,\ k''_y = 0$

入射、反射、折射波矢共面，同在入射面内



$$k_x = k'_x = k''_x, \quad k_y = k'_y = k''_y, \quad \omega = \omega' = \omega''$$

结论：

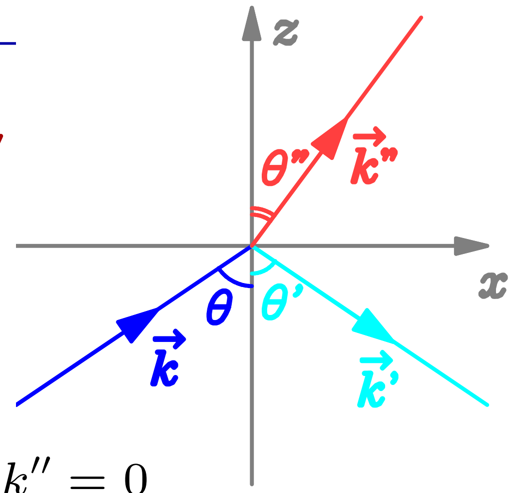
(1) 入射、反射、折射波频率相同：$\omega = \omega' = \omega''$

(2) 若取入射面为 xz 平面（如图），则 $k_y = 0 \quad \Longrightarrow \quad k'_y = 0,\ k''_y = 0$

入射、反射、折射波矢共面，同在入射面内

(3) $k_x = k'_x \quad \Longrightarrow \quad k\sin\theta = k'\sin\theta'$ 由于：$k = k' = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$

$\Longrightarrow \quad \sin\theta = \sin\theta' \quad \Longrightarrow \quad \theta = \theta'$ 入射角 = 反射角



$$k_x = k'_x = k''_x, \quad k_y = k'_y = k''_y, \quad \omega = \omega' = \omega''$$

结论：

(1) 入射、反射、折射波频率相同：$\omega = \omega' = \omega''$

(2) 若取入射面为 xz 平面（如图），则 $k_y = 0 \quad \Longrightarrow \quad k'_y = 0,\ k''_y = 0$

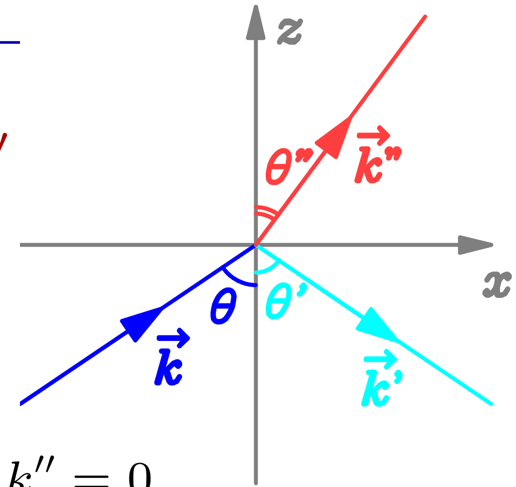
入射、反射、折射波矢共面，同在入射面内

(3) $k_x = k'_x \quad \Longrightarrow \quad k\sin\theta = k'\sin\theta'$ 由于：$k = k' = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$

$$\Longrightarrow \quad \sin\theta = \sin\theta' \quad \Longrightarrow \quad \theta = \theta'$$ 入射角 = 反射角

(4) $k_x = k''_x \quad \Longrightarrow \quad k\sin\theta = k''\sin\theta''$ 由于：$k'' = \omega''\sqrt{\epsilon_2\mu_2}$

$$\Longrightarrow \quad \sqrt{\epsilon_1\mu_1}\sin\theta = \sqrt{\epsilon_2\mu_2}\sin\theta'' \quad \Longrightarrow \quad \frac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \frac{\sqrt{\epsilon_2\mu_2}}{\sqrt{\epsilon_1\mu_1}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$



$$k_x = k'_x = k''_x, \quad k_y = k'_y = k''_y, \quad \omega = \omega' = \omega''$$

结论：

(1) 入射、反射、折射波频率相同：$\omega = \omega' = \omega''$

(2) 若取入射面为 xz 平面（如图），则 $k_y = 0 \implies k'_y = 0,\ k''_y = 0$

入射、反射、折射波矢共面，同在入射面内

(3) $k_x = k'_x \implies k\sin\theta = k'\sin\theta'$ 由于：$k = k' = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$

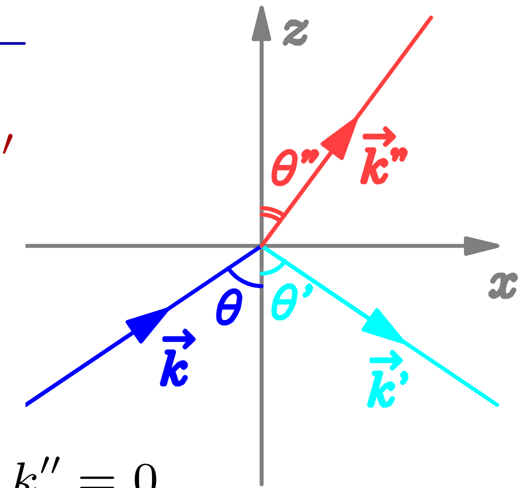
$\implies \sin\theta = \sin\theta' \implies \theta = \theta'$ 入射角 $=$ 反射角

(4) $k_x = k''_x \implies k\sin\theta = k''\sin\theta''$ 由于：$k'' = \omega''\sqrt{\epsilon_2\mu_2}$

$$\implies \sqrt{\epsilon_1\mu_1}\sin\theta = \sqrt{\epsilon_2\mu_2}\sin\theta'' \implies \frac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \frac{\sqrt{\epsilon_2\mu_2}}{\sqrt{\epsilon_1\mu_1}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

$n = \sqrt{\dfrac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}}$ 称为折射率 $\qquad \dfrac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \dfrac{n_2}{n_1} = n_{21}$ — 光学折射定律，Snell's law

Let there be light



$$k_x = k'_x = k''_x,\quad k_y = k'_y = k''_y,\quad \omega = \omega' = \omega''$$

结论：

(1) 入射、反射、折射波频率相同：$\omega = \omega' = \omega''$

(2) 若取入射面为 xz 平面（如图），则 $k_y = 0 \implies k'_y = 0,\ k''_y = 0$

入射、反射、折射波矢共面，同在入射面内

(3) $k_x = k'_x \implies k\sin\theta = k'\sin\theta'$ 由于：$k = k' = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$

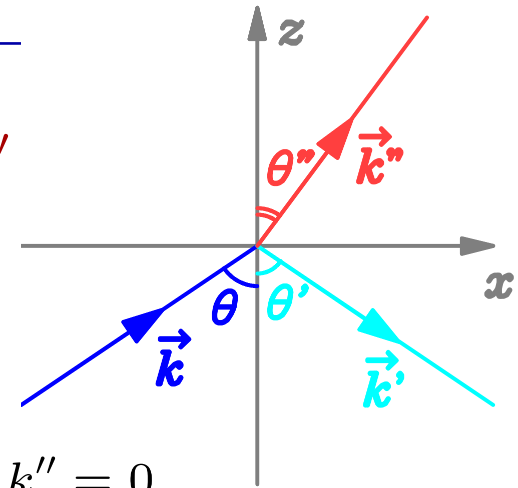
$\implies \sin\theta = \sin\theta' \implies \theta = \theta'$ 入射角 = 反射角

(4) $k_x = k''_x \implies k\sin\theta = k''\sin\theta''$ 由于：$k'' = \omega''\sqrt{\epsilon_2\mu_2}$

$$\implies \sqrt{\epsilon_1\mu_1}\sin\theta = \sqrt{\epsilon_2\mu_2}\sin\theta'' \implies \frac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \frac{\sqrt{\epsilon_2\mu_2}}{\sqrt{\epsilon_1\mu_1}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

$n = \sqrt{\dfrac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}}$ 称为折射率 $\qquad \dfrac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \dfrac{n_2}{n_1} = n_{21}$ — 光学折射定律，Snell's law

(5) $k_x = k'_x = k''_x,\ k_y = k'_y = k''_y \implies \vec{\boldsymbol{k}}_\tau = \vec{\boldsymbol{k}}'_\tau = \vec{\boldsymbol{k}}''_\tau$



$$k_x = k'_x = k''_x, \quad k_y = k'_y = k''_y, \quad \omega = \omega' = \omega''$$

结论：

(1) 入射、反射、折射波频率相同：$\omega = \omega' = \omega''$

(2) 若取入射面为 xz 平面（如图），则 $k_y = 0 \quad \Longrightarrow \quad k'_y = 0, \; k''_y = 0$

入射、反射、折射波矢共面，同在入射面内

(3) $k_x = k'_x \quad \Longrightarrow \quad k\sin\theta = k'\sin\theta'$ 由于：$k = k' = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$

$\Longrightarrow \quad \sin\theta = \sin\theta' \quad \Longrightarrow \quad \theta = \theta'$ 入射角 $=$ 反射角

(4) $k_x = k''_x \quad \Longrightarrow \quad k\sin\theta = k''\sin\theta''$ 由于：$k'' = \omega''\sqrt{\epsilon_2\mu_2}$

$$\Longrightarrow \quad \sqrt{\epsilon_1\mu_1}\sin\theta = \sqrt{\epsilon_2\mu_2}\sin\theta'' \quad \Longrightarrow \quad \frac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \frac{\sqrt{\epsilon_2\mu_2}}{\sqrt{\epsilon_1\mu_1}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

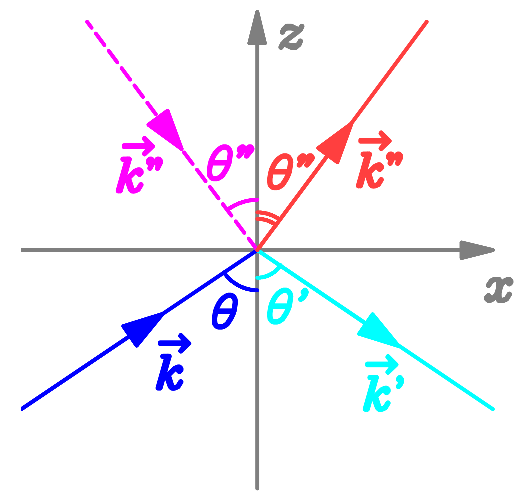
$n = \sqrt{\dfrac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}}$ 称为折射率 $\quad \dfrac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \dfrac{n_2}{n_1} = n_{21}$ — 光学折射定律，Snell's law

(5) $k_x = k'_x = k''_x, \; k_y = k'_y = k''_y \quad \Longrightarrow \quad \vec{k}_\tau = \vec{k}'_\tau = \vec{k}''_\tau$

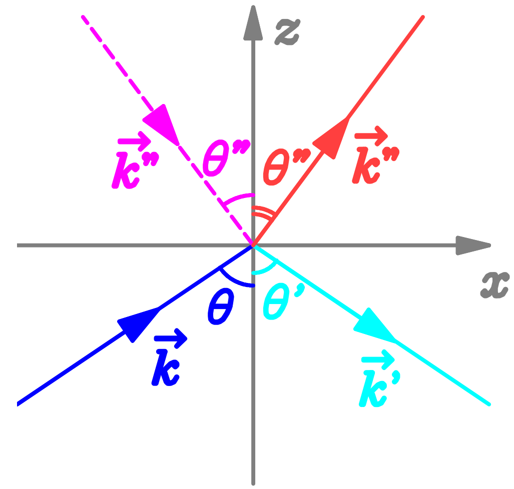
物理意义：光子切向动量守恒

(6) 负折射 (Science **292** 77; 5514)

思考：如图虚线所示的折射波也满足边值关系 $\vec{k}_\tau = \vec{k}''_\tau$



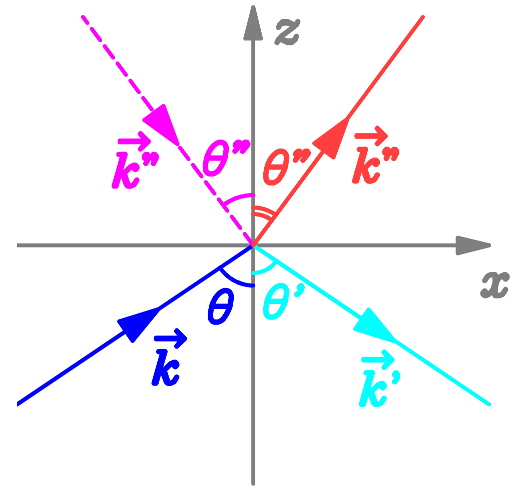
(6) 负折射 (Science **292** 77; 5514)



思考：如图虚线所示的折射波也满足边值关系 $\vec{k}_\tau = \vec{k}''_\tau$

是否存在 虚线所示的折射波？

(6) 负折射 (Science **292** 77; 5514)



思考：如图虚线所示的折射波也满足边值关系 $\vec{k}_\tau = \vec{k}''_\tau$

是否存在 虚线所示的折射波？

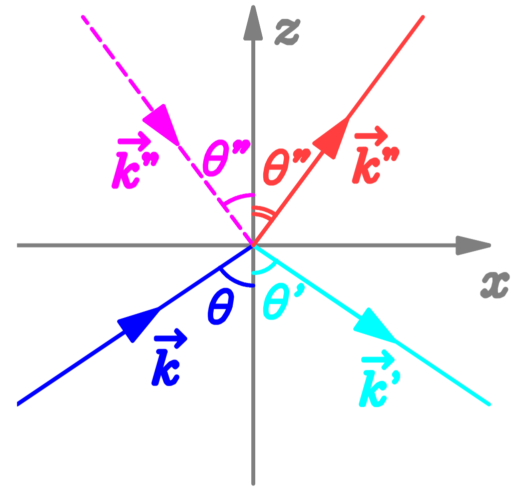
$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}} \times \vec{\mathcal{B}}^*\right] = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}_0 \times \frac{1}{\omega}(\vec{k} \times \vec{\mathcal{E}}_0^*)\right]$$

$$= \frac{1}{2\omega\,\mu}|\vec{\mathcal{E}}_0|^2\vec{k}$$ 当 $\mu > 0$ 时，$\langle \vec{S} \rangle$ 与 $\vec{k}$ 同向

(6) 负折射 (Science **292** 77; 5514)

思考：如图虚线所示的折射波也满足边值关系 $\vec{k}_\tau = \vec{k}''_\tau$

是否存在 虚线所示的折射波?

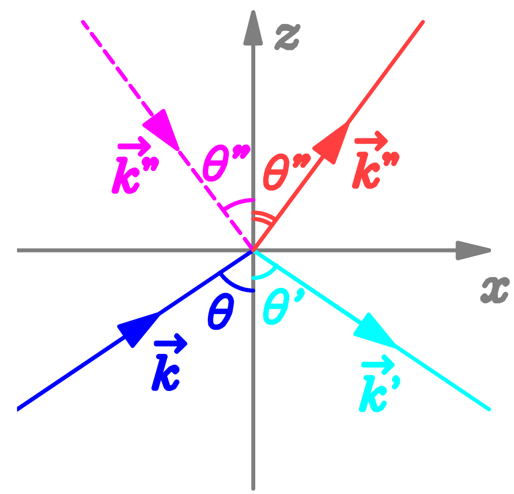


$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}} \times \vec{\mathcal{B}}^*\right] = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}_0 \times \frac{1}{\omega}(\vec{k} \times \vec{\mathcal{E}}_0^*)\right]$$

$$= \frac{1}{2\omega\,\mu}|\vec{\mathcal{E}}_0|^2\vec{k}$$ 当 $\mu > 0$ 时，$\langle \vec{S} \rangle$ 与 $\vec{k}$ 同向

图示虚线所示的折射波能流会聚于界面，违背因果律

(6) 负折射 (Science **292** 77; 5514)



思考：如图虚线所示的折射波也满足边值关系 $\vec{k}_\tau = \vec{k}''_\tau$

是否存在 虚线所示的折射波？

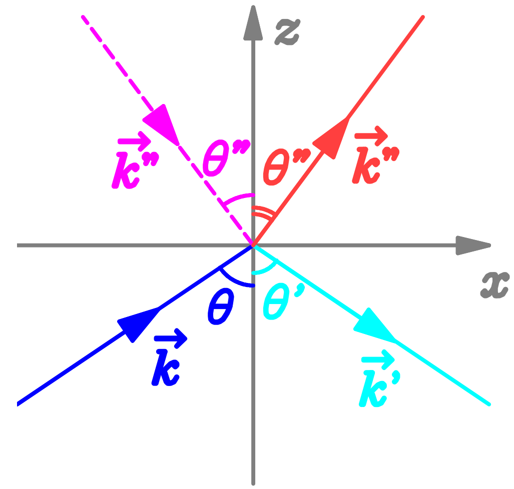
$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}} \times \vec{\mathcal{B}}^*\right] = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}_0 \times \frac{1}{\omega}(\vec{k} \times \vec{\mathcal{E}}_0^*)\right]$$

$$= \frac{1}{2\omega\,\mu}|\vec{\mathcal{E}}_0|^2\vec{k}$$ 当 $\mu > 0$ 时，$\langle \vec{S} \rangle$ 与 $\vec{k}$ 同向

图示虚线所示的折射波能流会聚于界面，违背因果律

如果 $\mu < 0$，能流与 $\vec{k}$ 反向，则虚线所示的折射波满足因果律

(6) 负折射 (Science **292** 77; 5514)



思考：如图虚线所示的折射波也满足边值关系 $\vec{k}_\tau = \vec{k}''_\tau$

是否存在 虚线所示的折射波？

$$\langle\vec{S}\rangle = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}\times\vec{\mathcal{B}}^*\right] = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}_0\times\frac{1}{\omega}(\vec{k}\times\vec{\mathcal{E}}_0^*)\right]$$

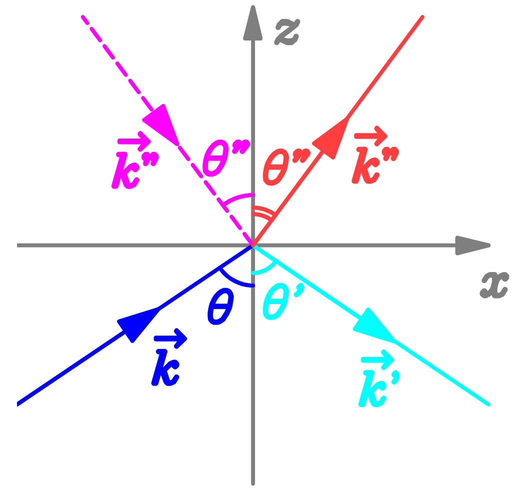
$$= \frac{1}{2\omega\,\mu}|\vec{\mathcal{E}}_0|^2\vec{k}$$ 当 $\mu > 0$ 时，$\langle\vec{S}\rangle$ 与 $\vec{k}$ 同向

图示虚线所示的折射波能流会聚于界面，违背因果律

如果 $\mu < 0$，能流与 $\vec{k}$ 反向，则虚线所示的折射波满足因果律

反而是实线所示的折射波违背因果律

(6) 负折射 (Science **292** 77; 5514)



思考：如图虚线所示的折射波也满足边值关系 $\vec{k}_\tau = \vec{k}''_\tau$

是否存在 虚线所示的折射波？

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}} \times \vec{\mathcal{B}}^*\right] = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}_0 \times \frac{1}{\omega}(\vec{k} \times \vec{\mathcal{E}}_0^*)\right]$$

$$= \frac{1}{2\omega\,\mu}|\vec{\mathcal{E}}_0|^2\vec{k} \quad \text{当 } \mu > 0 \text{ 时，} \langle \vec{S} \rangle \text{ 与 } \vec{k} \text{ 同向}$$

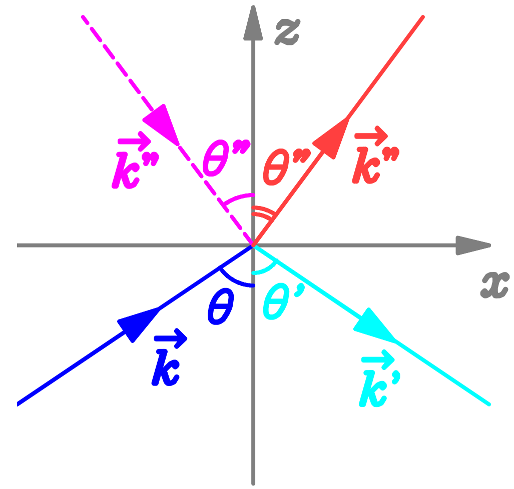
图示虚线所示的折射波能流会聚于界面，违背因果律

如果 $\mu < 0$，能流与 $\vec{k}$ 反向，则虚线所示的折射波满足因果律

反而是实线所示的折射波违背因果律

以上讨论是对于实数波矢的所谓非渐逝波情况，问题：$\mu < 0$ 时是否存在非渐逝波

(6) 负折射 (Science **292** 77; 5514)



思考：如图虚线所示的折射波也满足边值关系 $\vec{k}_\tau = \vec{k}''_\tau$

是否存在 虚线所示的折射波？

$$\langle\vec{S}\rangle = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}\times\vec{\mathcal{B}}^*\right] = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}_0\times\frac{1}{\omega}(\vec{k}\times\vec{\mathcal{E}}_0^*)\right]$$

$$= \frac{1}{2\omega\,\mu}|\vec{\mathcal{E}}_0|^2\vec{k}$$ 当 $\mu > 0$ 时，$\langle\vec{S}\rangle$ 与 $\vec{k}$ 同向

图示虚线所示的折射波能流会聚于界面，违背因果律

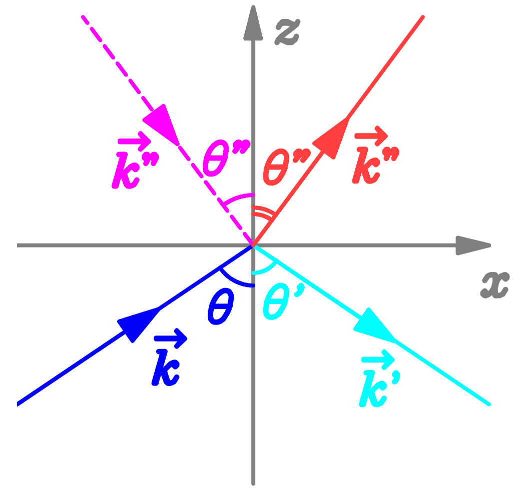
如果 $\mu < 0$，能流与 $\vec{k}$ 反向，则虚线所示的折射波满足因果律

反而是实线所示的折射波违背因果律

以上讨论是对于实数波矢的所谓非渐逝波情况，问题：$\mu < 0$ 时是否存在非渐逝波

均匀各向同性介质，单色波满足 Helmholtz 方程：$\nabla^2\vec{\mathcal{E}} + \omega^2\epsilon\mu\vec{\mathcal{E}} = 0$

(6) 负折射 (Science **292** 77; 5514)



思考：如图虚线所示的折射波也满足边值关系 $\vec{k}_\tau = \vec{k}''_\tau$

是否存在 虚线所示的折射波？

$$\langle\vec{S}\rangle = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}\times\vec{\mathcal{B}}^*\right] = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}_0\times\frac{1}{\omega}(\vec{k}\times\vec{\mathcal{E}}_0^*)\right]$$

$$= \frac{1}{2\omega\,\mu}|\vec{\mathcal{E}}_0|^2\vec{k}$$ 当 $\mu>0$ 时，$\langle\vec{S}\rangle$ 与 $\vec{k}$ 同向

图示虚线所示的折射波能流会聚于界面，违背因果律

如果 $\mu<0$，能流与 $\vec{k}$ 反向，则虚线所示的折射波满足因果律

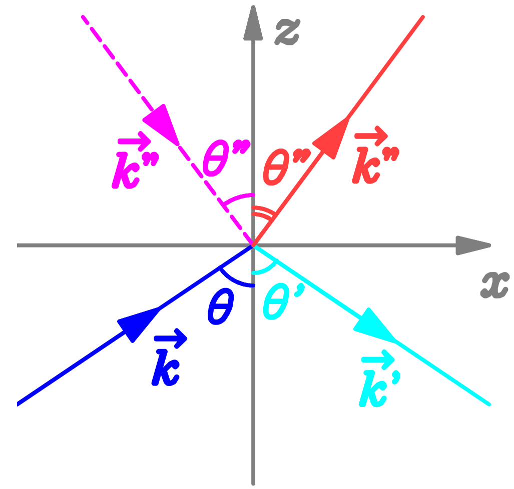
反而是实线所示的折射波违背因果律

以上讨论是对于实数波矢的所谓非渐逝波情况，问题：$\mu<0$ 时是否存在非渐逝波

均匀各向同性介质，单色波满足 Helmholtz 方程：$\nabla^2\vec{\mathcal{E}}+\omega^2\epsilon\mu\vec{\mathcal{E}}=0$

$k^2=\omega^2\epsilon\mu \quad\Longrightarrow\quad$ 如果 $\mu<0$ 且 $\epsilon<0$，则 Helmholtz 方程仍有非渐逝波解。

(6) 负折射 (Science **292** 77; 5514)



思考：如图虚线所示的折射波也满足边值关系 $\vec{k}_\tau = \vec{k}''_\tau$

是否存在 虚线所示的折射波？

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}} \times \vec{\mathcal{B}}^*\right] = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}_0 \times \frac{1}{\omega}(\vec{k} \times \vec{\mathcal{E}}_0^*)\right]$$

$$= \frac{1}{2\omega\,\mu}|\vec{\mathcal{E}}_0|^2\vec{k}$$ 当 $\mu > 0$ 时，$\langle \vec{S} \rangle$ 与 $\vec{k}$ 同向

图示虚线所示的折射波能流会聚于界面，违背因果律

如果 $\mu < 0$，能流与 $\vec{k}$ 反向，则虚线所示的折射波满足因果律

反而是实线所示的折射波违背因果律

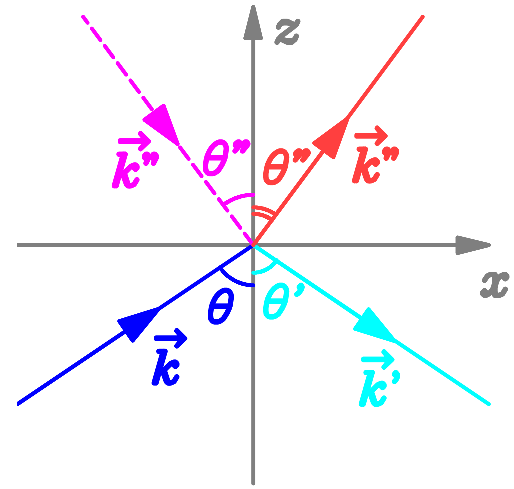
以上讨论是对于实数波矢的所谓非渐逝波情况，问题：$\mu < 0$ 时是否存在非渐逝波

均匀各向同性介质，单色波满足 Helmholtz 方程：$\nabla^2\vec{\mathcal{E}} + \omega^2\epsilon\mu\vec{\mathcal{E}} = 0$

$k^2 = \omega^2\epsilon\mu \quad \Longrightarrow \quad$ 如果 $\mu < 0$ 且 $\epsilon < 0$，则 Helmholtz 方程仍有非渐逝波解。

如果某介质在某一频率 $\mu < 0$ 且 $\epsilon < 0$，则在该介质中可以存在$\langle \vec{S} \rangle$ 与 $\vec{k}$ 反向的非渐逝波

(6) 负折射 (Science **292** 77; 5514)



思考：如图虚线所示的折射波也满足边值关系 $\vec{k}_\tau = \vec{k}''_\tau$

是否存在 虚线所示的折射波？

$$\langle\vec{S}\rangle = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}\times\vec{\mathcal{B}}^*\right] = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}_0\times\frac{1}{\omega}(\vec{k}\times\vec{\mathcal{E}}_0^*)\right]$$

$$= \frac{1}{2\omega\,\mu}|\vec{\mathcal{E}}_0|^2\vec{k}$$ 当 $\mu > 0$ 时，$\langle\vec{S}\rangle$ 与 $\vec{k}$ 同向

图示虚线所示的折射波能流会聚于界面，违背因果律

如果 $\mu < 0$，能流与 $\vec{k}$ 反向，则虚线所示的折射波满足因果律

反而是实线所示的折射波违背因果律

以上讨论是对于实数波矢的所谓非渐逝波情况，问题：$\mu < 0$ 时是否存在非渐逝波

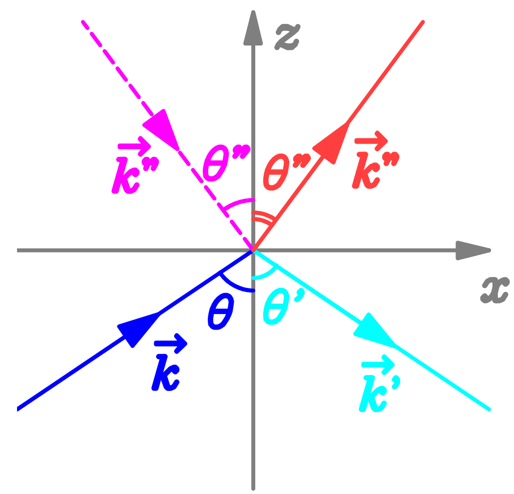
均匀各向同性介质，单色波满足 Helmholtz 方程：$\nabla^2\vec{\mathcal{E}} + \omega^2\epsilon\mu\vec{\mathcal{E}} = 0$

$k^2 = \omega^2\epsilon\mu \quad \Longrightarrow$ 如果 $\mu < 0$ 且 $\epsilon < 0$，则 Helmholtz 方程仍有非渐逝波解。

如果某介质在某一频率 $\mu < 0$ 且 $\epsilon < 0$，则在该介质中可以存在$\langle\vec{S}\rangle$ 与 $\vec{k}$ 反向的非渐逝波

该介质称为双负介质。若介质 1 是常规绝缘介质，介质 2 是双负介质，则

(6) 负折射 (Science **292** 77; 5514)



思考：如图虚线所示的折射波也满足边值关系 $\vec{k}_\tau = \vec{k}''_\tau$

是否存在 虚线所示的折射波？

$$\langle\vec{S}\rangle = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}\times\vec{\mathcal{B}}^*\right] = \frac{1}{2}\mu^{-1}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}_0\times\frac{1}{\omega}(\vec{k}\times\vec{\mathcal{E}}_0^*)\right]$$

$$= \frac{1}{2\omega\,\mu}|\vec{\mathcal{E}}_0|^2\vec{k}$$ 当 $\mu > 0$ 时，$\langle\vec{S}\rangle$ 与 $\vec{k}$ 同向

图示虚线所示的折射波能流会聚于界面，违背因果律

如果 $\mu < 0$，能流与 $\vec{k}$ 反向，则虚线所示的折射波满足因果律

反而是实线所示的折射波违背因果律

以上讨论是对于实数波矢的所谓非渐逝波情况，问题：$\mu < 0$ 时是否存在非渐逝波

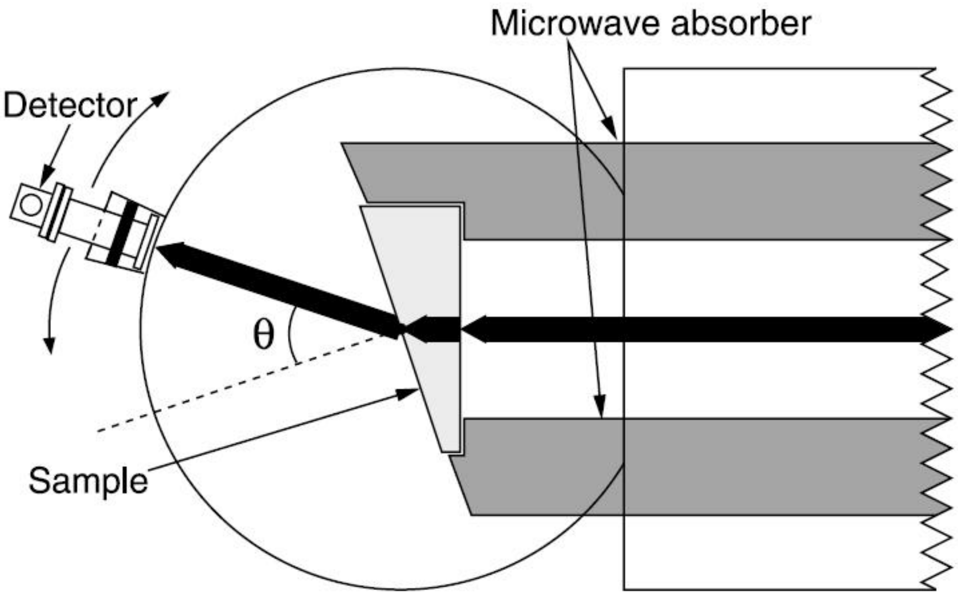
均匀各向同性介质，单色波满足 Helmholtz 方程：$\nabla^2\vec{\mathcal{E}} + \omega^2\epsilon\mu\vec{\mathcal{E}} = 0$

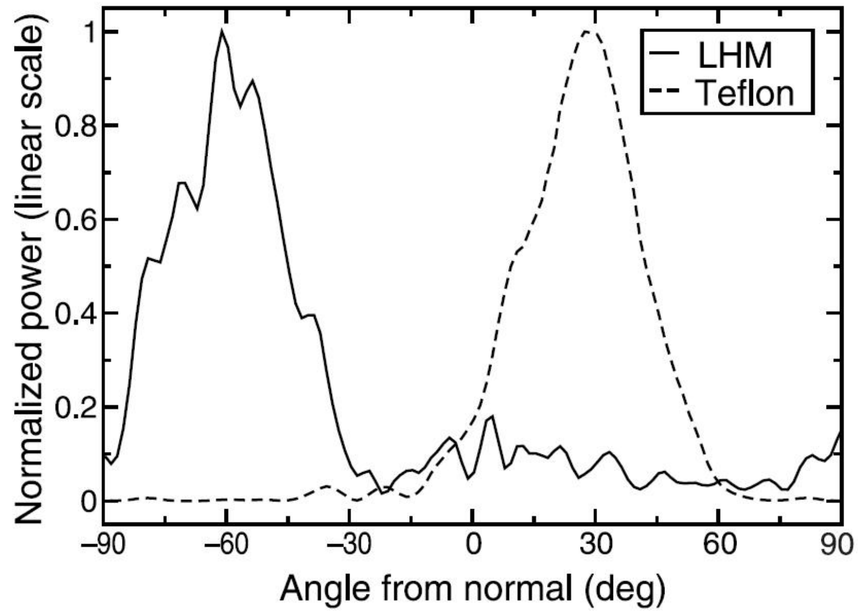
$k^2 = \omega^2\epsilon\mu \quad\Longrightarrow\quad$ 如果 $\mu < 0$ 且 $\epsilon < 0$，则 Helmholtz 方程仍有非渐逝波解。

如果某介质在某一频率 $\mu < 0$ 且 $\epsilon < 0$，则在该介质中可以存在 $\langle\vec{S}\rangle$ 与 $\vec{k}$ 反向的非渐逝波

该介质称为双负介质。若介质 1 是常规绝缘介质，介质 2 是双负介质，则

折射波的确如图虚线所示。这种折射称为负（反常）折射，因而双负介质也称负折射材料





负折射的实验装置示意图及实验结果　　Science **292** 77(2001)

二、Fresnel 公式

二、Fresnel 公式

入射波、反射波、折射波振幅之间的关系。

二、Fresnel 公式

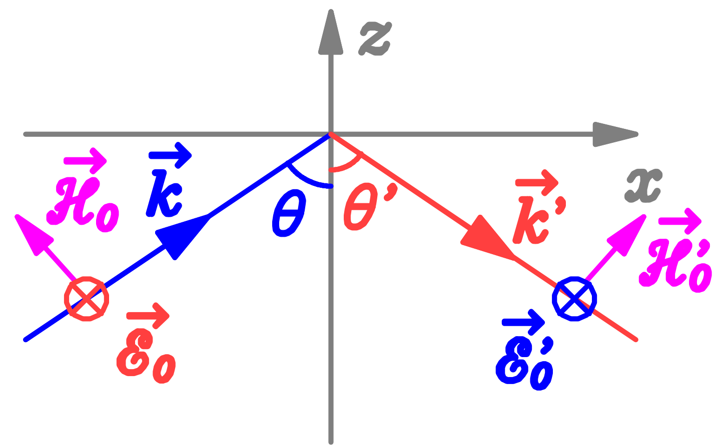
入射波、反射波、折射波振幅之间的关系。

任意平面波都可以分解成两线偏振波，因此可分别讨论电场垂直于入射面的线偏振波和电场在入射面内（仍然垂直于入射波矢 $\vec{k}_i$）的线偏振波。

二、Fresnel 公式

入射波、反射波、折射波振幅之间的关系。

任意平面波都可以分解成两线偏振波，因此可分别讨论电场垂直于入射面的线偏振波和电场在入射面内（仍然垂直于入射波矢 $\vec{k}_i$）的线偏振波。

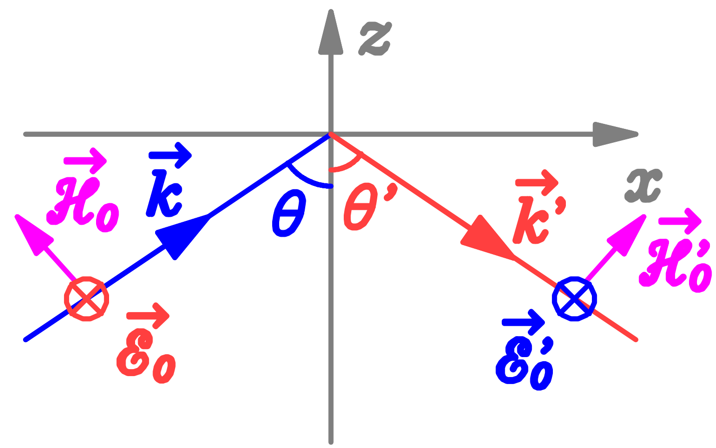


二、Fresnel 公式

入射波、反射波、折射波振幅之间的关系。

任意平面波都可以分解成两线偏振波，因此可分别讨论电场垂直于入射面的线偏振波和电场在入射面内（仍然垂直于入射波矢 $\vec{k}_i$）的线偏振波。

1. 电场垂直于入射面 (s 波，TE 波)

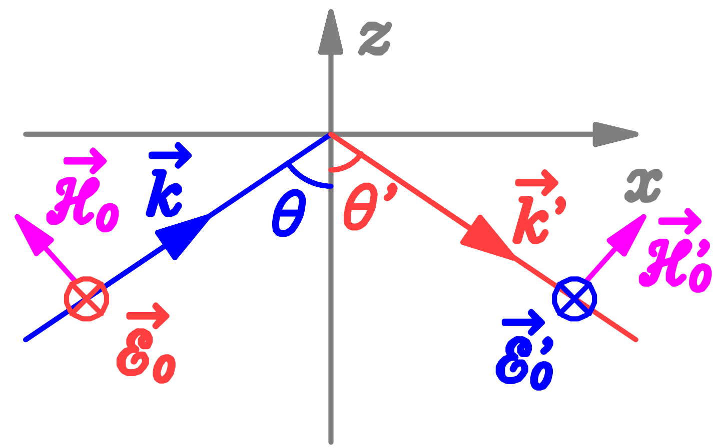


二、Fresnel 公式

入射波、反射波、折射波振幅之间的关系。

任意平面波都可以分解成两线偏振波，因此可分别讨论电场垂直于入射面的线偏振波和电场在入射面内（仍然垂直于入射波矢 $\vec{k}_i$）的线偏振波。

1. 电场垂直于入射面 (s 波，TE 波)



取入射面为 xz 平面： 界面为：$z = 0$

二、Fresnel 公式

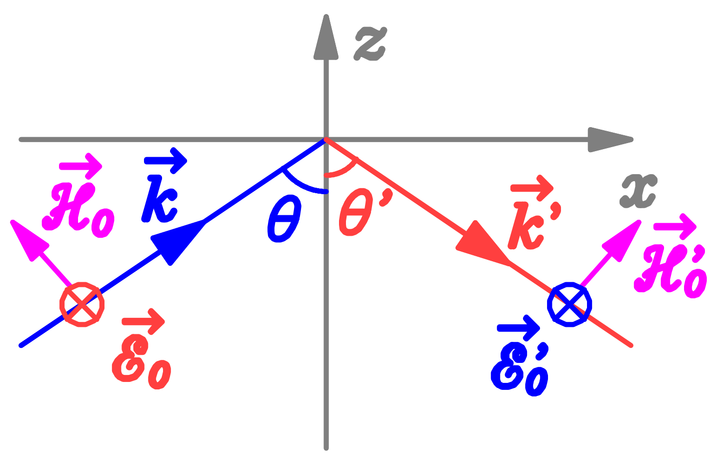
入射波、反射波、折射波振幅之间的关系。

任意平面波都可以分解成两线偏振波，因此可分别讨论电场垂直于入射面的线偏振波和电场在入射面内（仍然垂直于入射波矢 $\vec{k}_i$）的线偏振波。

1. 电场垂直于入射面 (s 波，TE 波)

取入射面为 xz 平面：　　界面为：$z=0$

$$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}} = \mathcal{E}_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)},\qquad \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}' = \mathcal{E}_0'\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)},$$

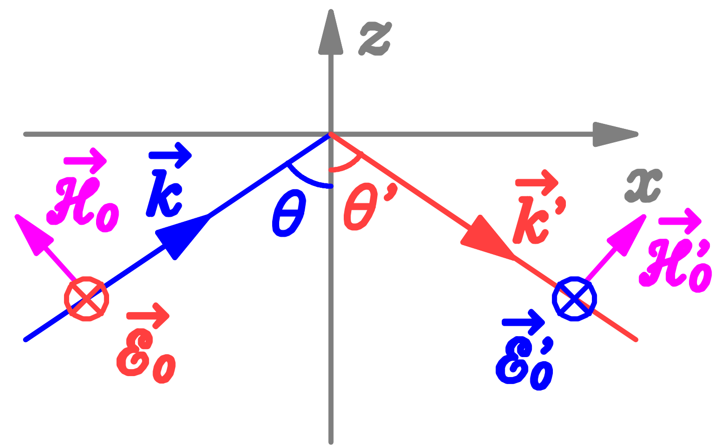


二、Fresnel 公式

入射波、反射波、折射波振幅之间的关系。

任意平面波都可以分解成两线偏振波，因此可分别讨论电场垂直于入射面的线偏振波和电场在入射面内（仍然垂直于入射波矢 $\vec{k}_i$）的线偏振波。

1. 电场垂直于入射面 (s 波，TE 波)



取入射面为 xz 平面： 界面为：$z=0$

$$\vec{\mathcal{E}} = \mathcal{E}_0\, \hat{e}_y e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}, \qquad \vec{\mathcal{E}}' = \mathcal{E}_0'\, \hat{e}_y e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega t)},$$

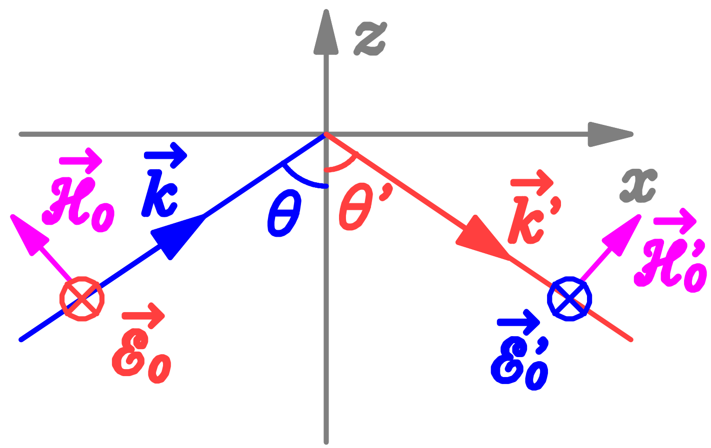
$$\vec{\mathcal{E}}'' = \mathcal{E}_0''\, \hat{e}_y e^{i(\vec{k}''\cdot\vec{r}-\omega t)},$$

二、Fresnel 公式

入射波、反射波、折射波振幅之间的关系。

任意平面波都可以分解成两线偏振波，因此可分别讨论电场垂直于入射面的线偏振波和电场在入射面内（仍然垂直于入射波矢 $\vec{k}_i$）的线偏振波。

1. 电场垂直于入射面 (s 波，TE 波)



取入射面为 xz 平面：　　界面为：$z=0$

$$\vec{\mathcal{E}} = \mathcal{E}_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}, \qquad \vec{\mathcal{E}}' = \mathcal{E}_0'\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega t)},$$

$$\vec{\mathcal{E}}'' = \mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{k}''\cdot\vec{r}-\omega t)},$$

利用：$\vec{\mathcal{H}} = \dfrac{\vec{k}\times\vec{\mathcal{E}}}{\omega\mu_1}$ 得

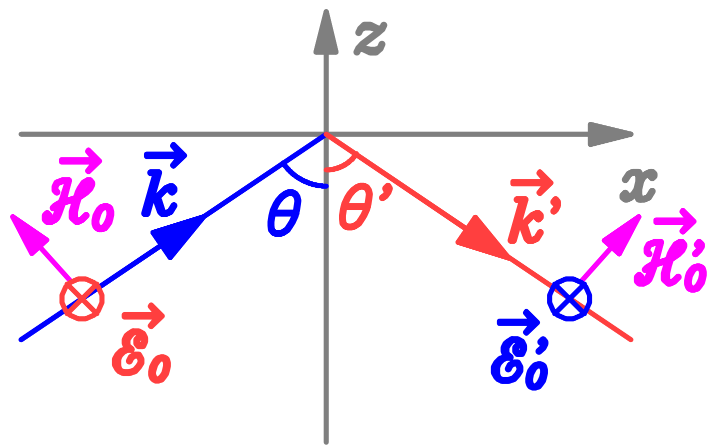
$$\mathcal{H}_{0x} = -\frac{1}{\omega\mu_1}k_z\mathcal{E}_0, \qquad \mathcal{H}_{0x}' = -\frac{1}{\omega\mu_1}k_z'\mathcal{E}_0', \qquad \mathcal{H}_{0x}'' = -\frac{1}{\omega\mu_2}k_z''\mathcal{E}_0'',$$

二、Fresnel 公式

入射波、反射波、折射波振幅之间的关系。

任意平面波都可以分解成两线偏振波，因此可分别讨论电场垂直于入射面的线偏振波和电场在入射面内（仍然垂直于入射波矢 $\vec{k}_i$）的线偏振波。

1. 电场垂直于入射面 (s 波，TE 波)



取入射面为 xz 平面：　　界面为：$z = 0$

$$\vec{\mathcal{E}} = \mathcal{E}_0\, \hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}, \qquad \vec{\mathcal{E}}' = \mathcal{E}_0'\, \hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega t)},$$

$$\vec{\mathcal{E}}'' = \mathcal{E}_0''\, \hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{k}''\cdot\vec{r}-\omega t)},$$ 利用：$\vec{\mathcal{H}} = \dfrac{\vec{k}\times\vec{\mathcal{E}}}{\omega\mu_1}$ 得

$$\mathcal{H}_{0x} = -\frac{1}{\omega\mu_1} k_z \mathcal{E}_0, \qquad \mathcal{H}_{0x}' = -\frac{1}{\omega\mu_1} k_z' \mathcal{E}_0', \qquad \mathcal{H}_{0x}'' = -\frac{1}{\omega\mu_2} k_z'' \mathcal{E}_0'',$$

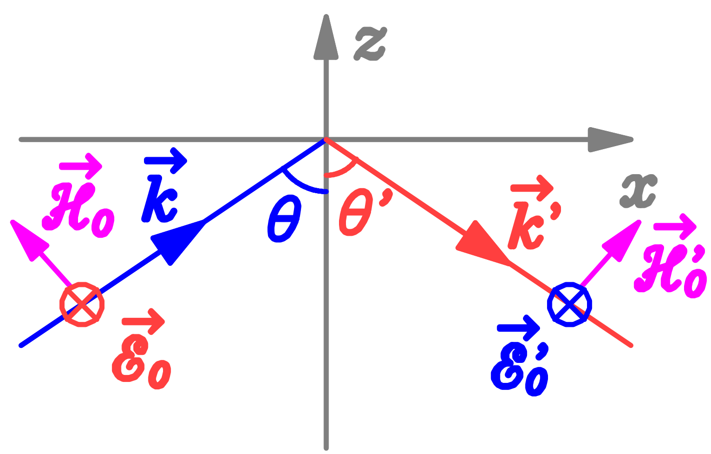
其中：$k_z = k\cos\theta,\ k_z' = -k\cos\theta' = -k_z,\quad k_z'' = \sqrt{k''^2 - k_x''^2} = \sqrt{k''^2 - k^2\sin^2\theta}$

二、Fresnel 公式

入射波、反射波、折射波振幅之间的关系。

任意平面波都可以分解成两线偏振波，因此可分别讨论电场垂直于入射面的线偏振波和电场在入射面内（仍然垂直于入射波矢 $\vec{k}_i$）的线偏振波。

1. 电场垂直于入射面 (s 波，TE 波)



取入射面为 xz 平面：　　界面为：$z = 0$

$$\vec{\mathcal{E}} = \mathcal{E}_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}, \qquad \vec{\mathcal{E}}' = \mathcal{E}_0'\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)},$$

$$\vec{\mathcal{E}}'' = \mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)},$$

利用：$\vec{\mathcal{H}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}\times\vec{\mathcal{E}}}{\omega\mu_1}$ 得

$$\mathcal{H}_{0x} = -\frac{1}{\omega\mu_1}k_z\mathcal{E}_0, \qquad \mathcal{H}_{0x}' = -\frac{1}{\omega\mu_1}k_z'\mathcal{E}_0', \qquad \mathcal{H}_{0x}'' = -\frac{1}{\omega\mu_2}k_z''\mathcal{E}_0'',$$

其中：$k_z = k\cos\theta,\ k_z' = -k\cos\theta' = -k_z,\quad k_z'' = \sqrt{k''^2 - k_x''^2} = \sqrt{k''^2 - k^2\sin^2\theta}$

界面 $z = 0$：

$$\mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_0' = \mathcal{E}_0'' \qquad \text{电场切向分量连续}$$

$$\mathcal{H}_{0x} + \mathcal{H}_{0x}' = \mathcal{H}_{0x}'' \qquad \text{磁场切向分量连续}$$

解得:

$$r_s = \frac{\mathcal{E}_0'}{\mathcal{E}_0} = \frac{k\mu_2 \cos\theta - k_z''\mu_1}{k\mu_2\ \cos\theta + k_z''\mu_1}$$

$$t_s = \frac{\mathcal{E}_0''}{\mathcal{E}_0} = \frac{2k\mu_2 \cos\theta}{k\mu_2\ \cos\theta + k_z''\mu_1}$$

解得：

$$r_s = \frac{\mathcal{E}_0'}{\mathcal{E}_0} = \frac{k\mu_2 \cos\theta - k_z''\mu_1}{k\mu_2 \cos\theta + k_z''\mu_1}$$

$$t_s = \frac{\mathcal{E}_0''}{\mathcal{E}_0} = \frac{2k\mu_2 \cos\theta}{k\mu_2 \cos\theta + k_z''\mu_1}$$

其中

$$k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}, \qquad k_z'' = k''\sqrt{1-s^2},$$

$$k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \qquad s = \frac{k_x''}{k''} = \frac{k_x}{k''} = \frac{k\sin\theta}{k''}$$

解得：

$$r_s = \frac{\mathcal{E}_0'}{\mathcal{E}_0} = \frac{k\mu_2\cos\theta - k_z''\mu_1}{k\mu_2\ \cos\theta + k_z''\mu_1}$$

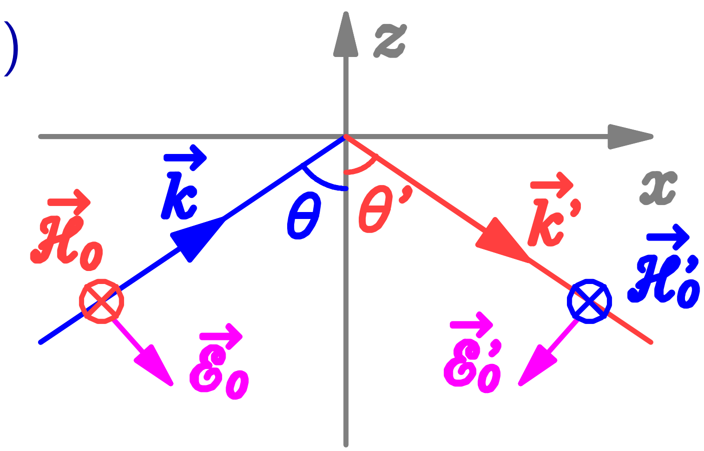
$$t_s = \frac{\mathcal{E}_0''}{\mathcal{E}_0} = \frac{2k\mu_2\cos\theta}{k\mu_2\ \cos\theta + k_z''\mu_1}$$

其中

$$k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}, \qquad k_z'' = k''\sqrt{1-s^2},$$

$$k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \qquad s = \frac{k_x''}{k''} = \frac{k_x}{k''} = \frac{k\sin\theta}{k''}$$

2. 磁场垂直于（电场平行于）入射面 (p 波，TM 波)



取入射面为 xz 平面：　　界面为：$z=0$

解得：

$$r_s = \frac{\mathcal{E}_0'}{\mathcal{E}_0} = \frac{k\mu_2\cos\theta - k_z''\mu_1}{k\mu_2\,\cos\theta + k_z''\mu_1}$$

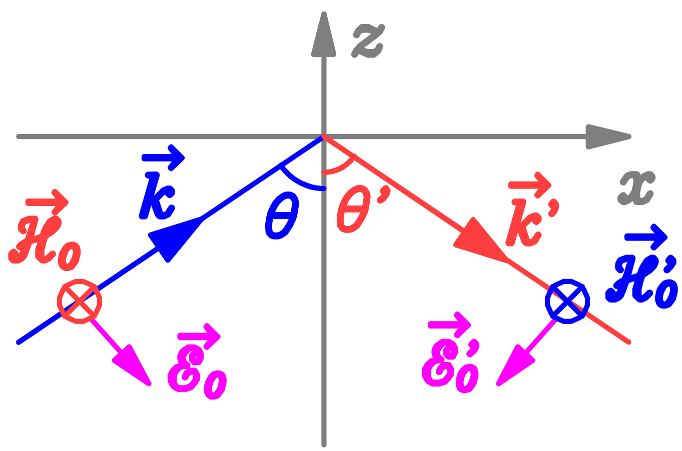
$$t_s = \frac{\mathcal{E}_0''}{\mathcal{E}_0} = \frac{2k\mu_2\cos\theta}{k\mu_2\,\cos\theta + k_z''\mu_1}$$

其中

$$k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}, \qquad k_z'' = k''\sqrt{1-s^2},$$

$$k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \qquad s = \frac{k_x''}{k''} = \frac{k_x}{k''} = \frac{k\sin\theta}{k''}$$

2. 磁场垂直于（电场平行于）入射面 (p 波，TM 波)



取入射面为 xz 平面：　　　界面为：$z = 0$

$$\vec{\mathcal{H}} = \mathcal{H}_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}, \qquad \vec{\mathcal{H}}' = \mathcal{H}_0'\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)},$$

解得：

$$r_s = \frac{\mathcal{E}_0'}{\mathcal{E}_0} = \frac{k\mu_2\cos\theta - k_z''\mu_1}{k\mu_2\ \cos\theta + k_z''\mu_1}$$

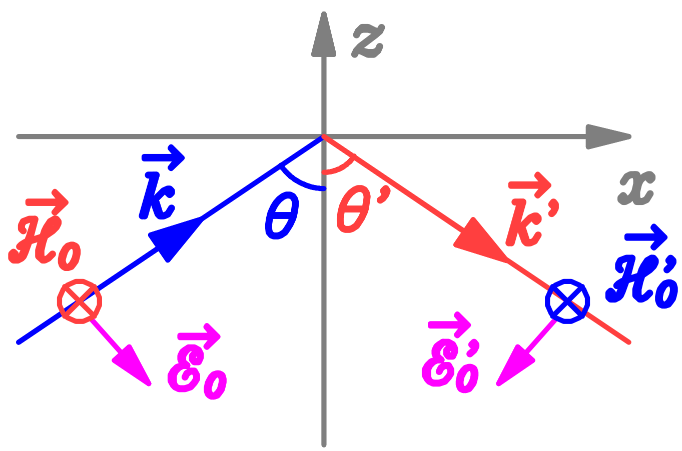
$$t_s = \frac{\mathcal{E}_0''}{\mathcal{E}_0} = \frac{2k\mu_2\cos\theta}{k\mu_2\ \cos\theta + k_z''\mu_1}$$

其中

$$k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}, \qquad k_z'' = k''\sqrt{1-s^2},$$

$$k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \qquad s = \frac{k_x''}{k''} = \frac{k_x}{k''} = \frac{k\sin\theta}{k''}$$

2. 磁场垂直于（电场平行于）入射面 (p 波，TM 波)



取入射面为 xz 平面：　　　　界面为：$z=0$

$$\vec{\mathcal{H}} = \mathcal{H}_0\,\hat{e}_y e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}, \qquad \vec{\mathcal{H}}' = \mathcal{H}_0'\,\hat{e}_y e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega t)},$$

$$\vec{\mathcal{H}}'' = \mathcal{H}_0''\,\hat{e}_y e^{i(\vec{k}''\cdot\vec{r}-\omega t)},$$

解得：

$$r_s = \frac{\mathcal{E}_0'}{\mathcal{E}_0} = \frac{k\mu_2 \cos\theta - k_z''\mu_1}{k\mu_2\ \cos\theta + k_z''\mu_1}$$

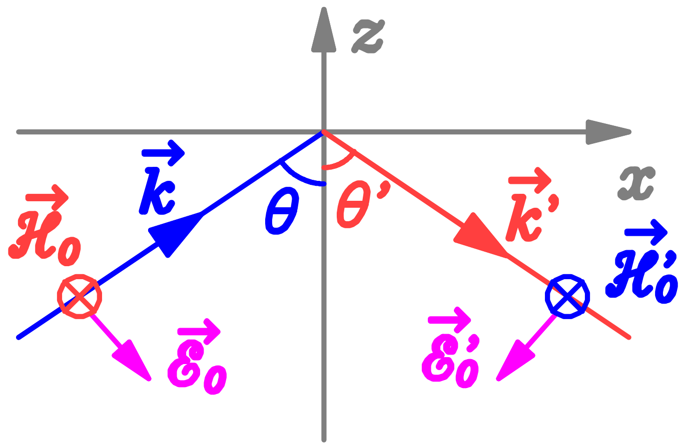
$$t_s = \frac{\mathcal{E}_0''}{\mathcal{E}_0} = \frac{2k\mu_2 \cos\theta}{k\mu_2\ \cos\theta + k_z''\mu_1}$$

其中

$$k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}, \qquad k_z'' = k''\sqrt{1-s^2},$$

$$k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \qquad s = \frac{k_x''}{k''} = \frac{k_x}{k''} = \frac{k\sin\theta}{k''}$$

2. 磁场垂直于（电场平行于）入射面 (p 波，TM 波)



取入射面为 xz 平面：　　界面为：$z=0$

$$\vec{\mathcal{H}} = \mathcal{H}_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}, \qquad \vec{\mathcal{H}}' = \mathcal{H}_0'\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)},$$

$$\vec{\mathcal{H}}'' = \mathcal{H}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)},$$

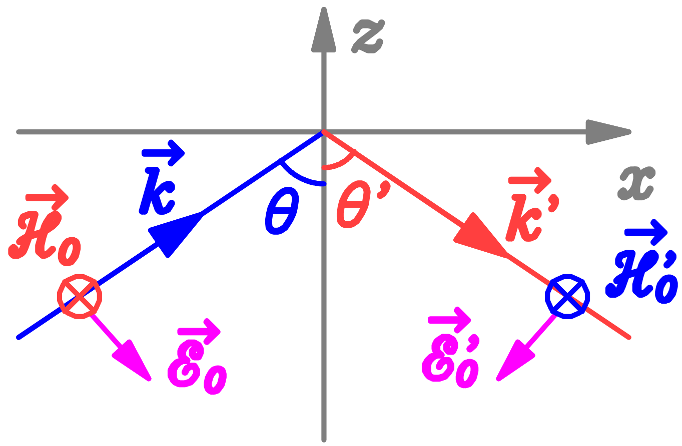
利用：$\vec{\mathcal{E}} = -\dfrac{\vec{k}\times\vec{\mathcal{H}}}{\omega\epsilon_1}$ 得

$$\mathcal{E}_{0x} = \frac{1}{\omega\epsilon_1}k_z\mathcal{H}_0, \qquad \mathcal{E}_{0x}' = \frac{1}{\omega\epsilon_1}k_z'\mathcal{H}_0', \qquad \mathcal{E}_{0x}'' = \frac{1}{\omega\epsilon_2}k_z''\mathcal{H}_0'',$$

解得：
$$r_s = \frac{\mathcal{E}_0'}{\mathcal{E}_0} = \frac{k\mu_2 \cos\theta - k_z''\mu_1}{k\mu_2 \cos\theta + k_z''\mu_1}$$
$$t_s = \frac{\mathcal{E}_0''}{\mathcal{E}_0} = \frac{2k\mu_2 \cos\theta}{k\mu_2 \cos\theta + k_z''\mu_1}$$

其中
$$k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}, \qquad k_z'' = k''\sqrt{1-s^2},$$
$$k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \qquad s = \frac{k_x''}{k''} = \frac{k_x}{k''} = \frac{k\sin\theta}{k''}$$

2. 磁场垂直于（电场平行于）入射面 (p 波，TM 波)



取入射面为 xz 平面：　　界面为：$z = 0$

$$\vec{\mathcal{H}} = \mathcal{H}_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}, \qquad \vec{\mathcal{H}}' = \mathcal{H}_0'\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega t)},$$

$$\vec{\mathcal{H}}'' = \mathcal{H}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{k}''\cdot\vec{r}-\omega t)},$$ 利用：$\vec{\mathcal{E}} = -\dfrac{\vec{k}\times\vec{\mathcal{H}}}{\omega\epsilon_1}$ 得

$$\mathcal{E}_{0x} = \frac{1}{\omega\epsilon_1}k_z\mathcal{H}_0, \qquad \mathcal{E}_{0x}' = \frac{1}{\omega\epsilon_1}k_z'\mathcal{H}_0', \qquad \mathcal{E}_{0x}'' = \frac{1}{\omega\epsilon_2}k_z''\mathcal{H}_0'',$$

其中：$k_z = k\cos\theta$，$k_z' = -k\cos\theta' = -k_z$，$k_z'' = \sqrt{k''^2 - k_x''^2} = \sqrt{k''^2 - k^2\sin^2\theta}$

解得：

$$r_s=\frac{\mathcal{E}_0'}{\mathcal{E}_0}=\frac{k\mu_2\cos\theta-k_z''\mu_1}{k\mu_2\ \cos\theta+k_z''\mu_1}$$

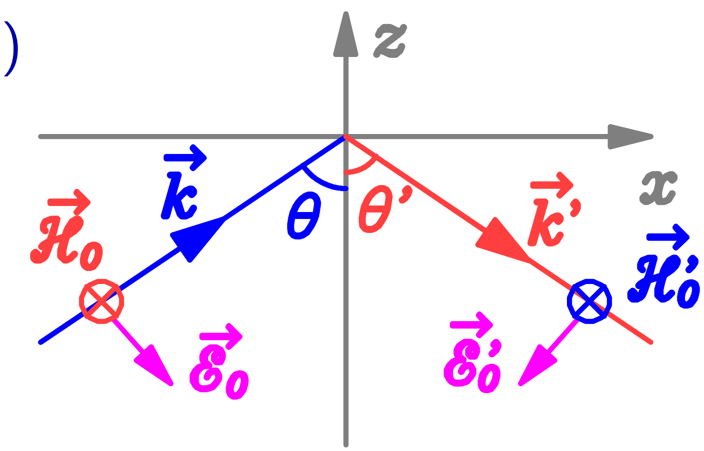
$$t_s=\frac{\mathcal{E}_0''}{\mathcal{E}_0}=\frac{2k\mu_2\cos\theta}{k\mu_2\ \cos\theta+k_z''\mu_1}$$

其中

$$k=\omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1},\qquad k_z''=k''\sqrt{1-s^2},$$

$$k''=\omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2},\qquad s=\frac{k_x''}{k''}=\frac{k_x}{k''}=\frac{k\sin\theta}{k''}$$

2. 磁场垂直于（电场平行于）入射面 (p 波，TM 波)



取入射面为 xz 平面：　　界面为：$z=0$

$$\vec{\mathcal{H}}=\mathcal{H}_0\,\hat{e}_y e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)},\qquad \vec{\mathcal{H}}'=\mathcal{H}_0'\,\hat{e}_y e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega t)},$$

$$\vec{\mathcal{H}}''=\mathcal{H}_0''\,\hat{e}_y e^{i(\vec{k}''\cdot\vec{r}-\omega t)},$$

利用：$\vec{\mathcal{E}}=-\dfrac{\vec{k}\times\vec{\mathcal{H}}}{\omega\epsilon_1}$ 得

$$\mathcal{E}_{0x}=\frac{1}{\omega\epsilon_1}k_z\mathcal{H}_0,\qquad \mathcal{E}_{0x}'=\frac{1}{\omega\epsilon_1}k_z'\mathcal{H}_0',\qquad \mathcal{E}_{0x}''=\frac{1}{\omega\epsilon_2}k_z''\mathcal{H}_0'',$$

其中：　$k_z=k\cos\theta,\ k_z'=-k\cos\theta'=-k_z,\quad k_z''=\sqrt{k''^2-k_x''^2}=\sqrt{k''^2-k^2\sin^2\theta}$

界面 $z=0$：

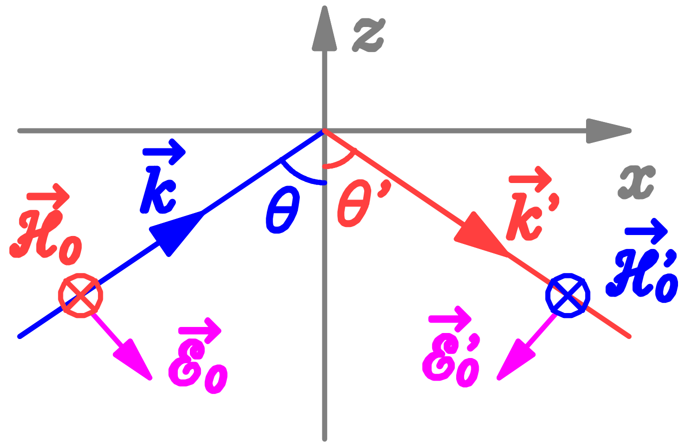
$$\mathcal{H}_0+\mathcal{H}_0'=\mathcal{H}_0''\qquad \text{磁场切向分量连续}$$

$$\mathcal{E}_{0x}+\mathcal{E}_{0x}'=\mathcal{E}_{0x}''\qquad \text{电场切向分量连续}$$

解得：

$$\tilde{r}_p = \frac{\mathcal{H}_0'}{\mathcal{H}_0} = \frac{k\epsilon_2 \cos\theta - k_z''\epsilon_1}{k\epsilon_2\ \cos\theta + k_z''\epsilon_1}$$

$$\tilde{t}_p = \frac{\mathcal{H}_0''}{\mathcal{H}_0} = \frac{2k\epsilon_2\ \cos\theta}{k\epsilon_2 \cos\theta + k_z''\epsilon_1}$$



解得：

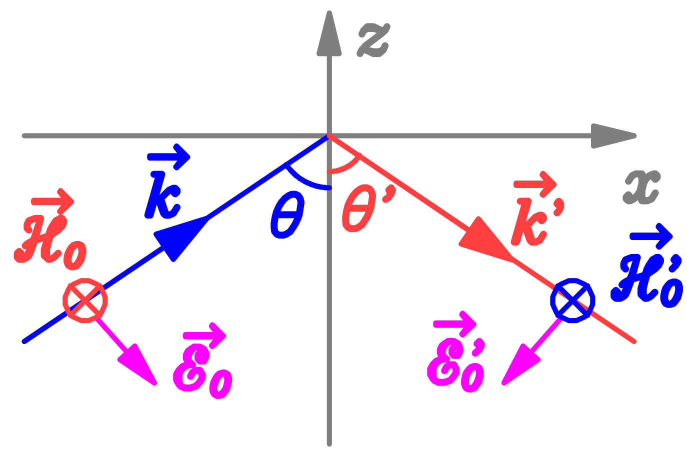
$$\tilde{r}_p = \frac{\mathcal{H}_0'}{\mathcal{H}_0} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - k_z''\epsilon_1}{k\epsilon_2\ \cos\theta + k_z''\epsilon_1}$$

$$\tilde{t}_p = \frac{\mathcal{H}_0''}{\mathcal{H}_0} = \frac{2k\epsilon_2\ \cos\theta}{k\epsilon_2\cos\theta + k_z''\epsilon_1}$$

其中

$$k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}, \qquad k_z'' = k''\sqrt{1-s^2},$$

$$k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \quad s = \frac{k_x''}{k''} = \frac{k_x}{k''} = \frac{k\sin\theta}{k''}$$



解得：

$$\tilde{r}_p = \frac{\mathcal{H}'_0}{\mathcal{H}_0} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - k''_z\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + k''_z\epsilon_1}$$

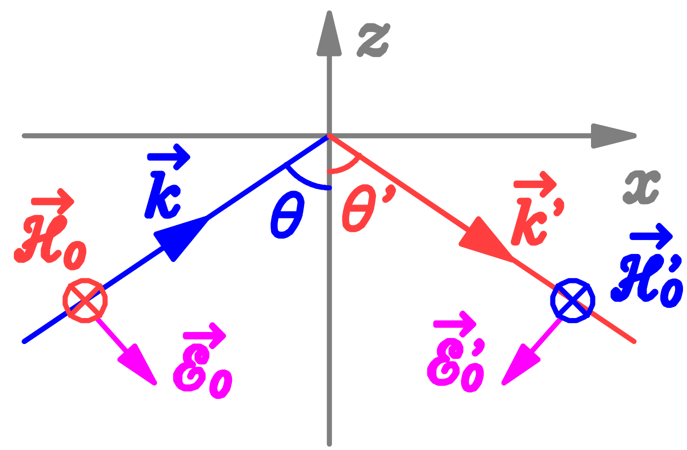
$$\tilde{t}_p = \frac{\mathcal{H}''_0}{\mathcal{H}_0} = \frac{2k\epsilon_2\cos\theta}{k\epsilon_2\cos\theta + k''_z\epsilon_1}$$

其中

$$k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}, \qquad k''_z = k''\sqrt{1-s^2},$$

$$k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \qquad s = \frac{k''_x}{k''} = \frac{k_x}{k''} = \frac{k\sin\theta}{k''}$$

又：$\mathcal{E}_{0x} = \mathcal{E}_0\cos\theta = \dfrac{1}{\omega\epsilon_1}k_z\mathcal{H}_0 \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{E}_0 = \dfrac{k}{\omega\epsilon_1}\mathcal{H}_0$ 利用了：$k_z = k\cos\theta$

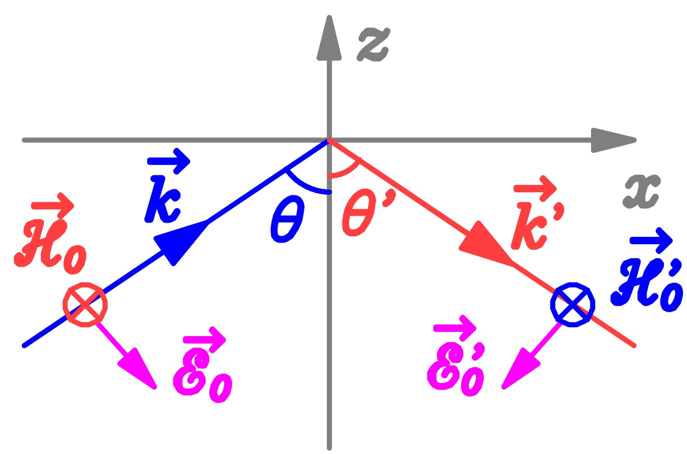


解得：
$$\tilde{r}_p = \frac{\mathcal{H}_0'}{\mathcal{H}_0} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - k_z''\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + k_z''\epsilon_1}$$
$$\tilde{t}_p = \frac{\mathcal{H}_0''}{\mathcal{H}_0} = \frac{2k\epsilon_2\cos\theta}{k\epsilon_2\cos\theta + k_z''\epsilon_1}$$

其中
$$k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}, \quad k_z'' = k''\sqrt{1-s^2},$$
$$k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \quad s = \frac{k_x''}{k''} = \frac{k_x}{k''} = \frac{k\sin\theta}{k''}$$

又：$\mathcal{E}_{0x} = \mathcal{E}_0\cos\theta = \dfrac{1}{\omega\epsilon_1}k_z\mathcal{H}_0 \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{E}_0 = \dfrac{k}{\omega\epsilon_1}\mathcal{H}_0$ 利用了：$k_z = k\cos\theta$

$\mathcal{E}_{0x}' = -\mathcal{E}_0'\cos\theta' = \dfrac{1}{\omega\epsilon_1}k_z'\mathcal{H}_0' \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{E}_0' = \dfrac{k}{\omega\epsilon_1}\mathcal{H}_0'$ 利用了：$k_z' = -k\cos\theta'$



解得：

$$\tilde{r}_p = \frac{\mathcal{H}_0'}{\mathcal{H}_0} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - k_z''\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + k_z''\epsilon_1}$$

$$\tilde{t}_p = \frac{\mathcal{H}_0''}{\mathcal{H}_0} = \frac{2k\epsilon_2\cos\theta}{k\epsilon_2\cos\theta + k_z''\epsilon_1}$$

其中

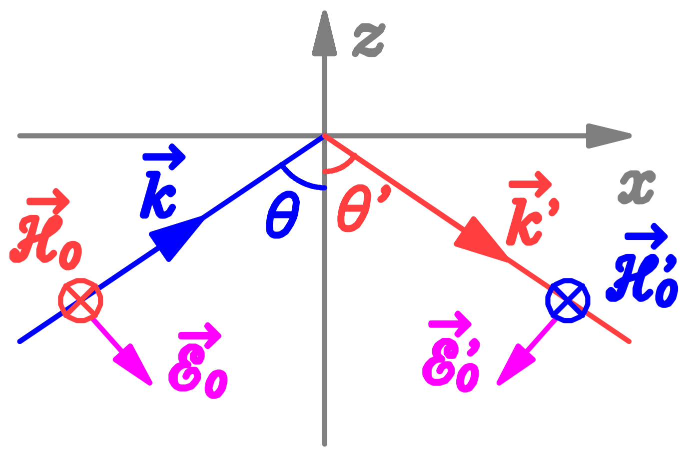
$$k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}, \qquad k_z'' = k''\sqrt{1-s^2},$$

$$k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \qquad s = \frac{k_x''}{k''} = \frac{k_x}{k''} = \frac{k\sin\theta}{k''}$$

又：$\mathcal{E}_{0x} = \mathcal{E}_0\cos\theta = \frac{1}{\omega\epsilon_1}k_z\mathcal{H}_0 \quad\Longrightarrow\quad \mathcal{E}_0 = \frac{k}{\omega\epsilon_1}\mathcal{H}_0$ 　利用了：$k_z = k\cos\theta$

$\mathcal{E}_{0x}' = -\mathcal{E}_0'\cos\theta' = \frac{1}{\omega\epsilon_1}k_z'\mathcal{H}_0' \quad\Longrightarrow\quad \mathcal{E}_0' = \frac{k}{\omega\epsilon_1}\mathcal{H}_0'$ 　利用了：$k_z' = -k\cos\theta'$

由：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = -\frac{\vec{\boldsymbol{k}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}''}{\omega\epsilon_2}$



解得：

$$\tilde{r}_p = \frac{\mathcal{H}_0'}{\mathcal{H}_0} = \frac{k\epsilon_2 \cos\theta - k_z''\epsilon_1}{k\epsilon_2 \cos\theta + k_z''\epsilon_1}$$

$$\tilde{t}_p = \frac{\mathcal{H}_0''}{\mathcal{H}_0} = \frac{2k\epsilon_2 \cos\theta}{k\epsilon_2 \cos\theta + k_z''\epsilon_1}$$

其中

$$k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}, \qquad k_z'' = k''\sqrt{1-s^2},$$

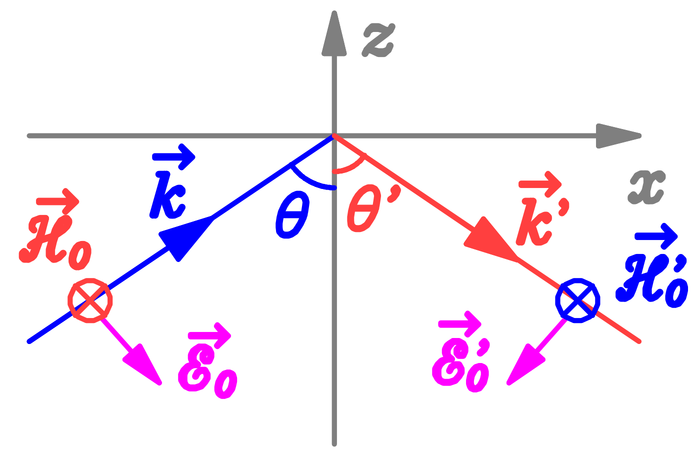
$$k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \qquad s = \frac{k_x''}{k''} = \frac{k_x}{k''} = \frac{k\sin\theta}{k''}$$

又：$\mathcal{E}_{0x} = \mathcal{E}_0\cos\theta = \frac{1}{\omega\epsilon_1}k_z\mathcal{H}_0 \implies \mathcal{E}_0 = \frac{k}{\omega\epsilon_1}\mathcal{H}_0$ 利用了：$k_z = k\cos\theta$

$\mathcal{E}_{0x}' = -\mathcal{E}_0'\cos\theta' = \frac{1}{\omega\epsilon_1}k_z'\mathcal{H}_0' \implies \mathcal{E}_0' = \frac{k}{\omega\epsilon_1}\mathcal{H}_0'$ 利用了：$k_z' = -k\cos\theta'$

由：$\vec{\mathcal{E}}'' = -\frac{\vec{k}''\times\vec{\mathcal{H}}''}{\omega\epsilon_2}$ 得 $\begin{cases} \mathcal{E}_{0x}'' = \frac{1}{\omega\epsilon_2}k_z''\mathcal{H}_0'' \\ \mathcal{E}_{0z}'' = \frac{-1}{\omega\epsilon_2}k_x''\mathcal{H}_0'' \end{cases} \implies \mathcal{E}_0'' = \sqrt{\mathcal{E}_{0x}''^2 + \mathcal{E}_{0z}''^2} = \frac{k''H_0''}{\omega\epsilon_2}$

(取正号根 why?)



解得：

$$\tilde{r}_p = \frac{\mathcal{H}_0'}{\mathcal{H}_0} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - k_z''\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + k_z''\epsilon_1}$$

$$\tilde{t}_p = \frac{\mathcal{H}_0''}{\mathcal{H}_0} = \frac{2k\epsilon_2\cos\theta}{k\epsilon_2\cos\theta + k_z''\epsilon_1}$$

其中

$$k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}, \qquad k_z'' = k''\sqrt{1-s^2},$$

$$k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \qquad s = \frac{k_x''}{k''} = \frac{k_x}{k''} = \frac{k\sin\theta}{k''}$$

又：$\mathcal{E}_{0x} = \mathcal{E}_0\cos\theta = \dfrac{1}{\omega\epsilon_1}k_z\mathcal{H}_0 \implies \mathcal{E}_0 = \dfrac{k}{\omega\epsilon_1}\mathcal{H}_0$ 利用了：$k_z = k\cos\theta$

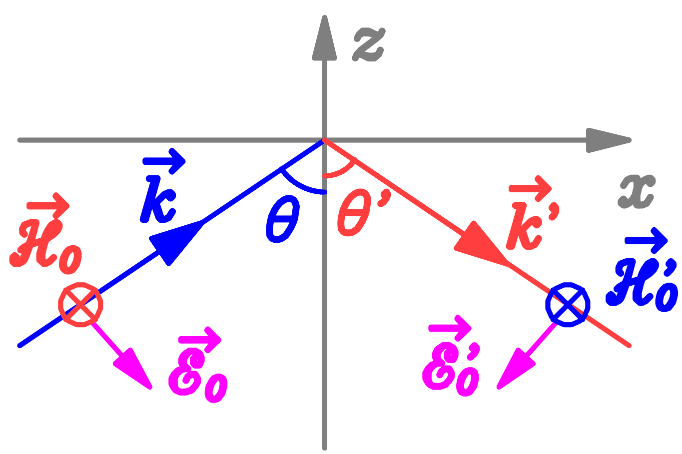
$\mathcal{E}_{0x}' = -\mathcal{E}_0'\cos\theta' = \dfrac{1}{\omega\epsilon_1}k_z'\mathcal{H}_0' \implies \mathcal{E}_0' = \dfrac{k}{\omega\epsilon_1}\mathcal{H}_0'$ 利用了：$k_z' = -k\cos\theta'$

由：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = -\dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}''}{\omega\epsilon_2}$ 得 $\begin{cases}\mathcal{E}_{0x}'' = \dfrac{1}{\omega\epsilon_2}k_z''\mathcal{H}_0'' \\ \mathcal{E}_{0z}'' = \dfrac{-1}{\omega\epsilon_2}k_x''\mathcal{H}_0''\end{cases} \implies \mathcal{E}_0'' = \sqrt{\mathcal{E}_{0x}''^2 + \mathcal{E}_{0z}''^2} = \dfrac{k''H_0''}{\omega\epsilon_2}$

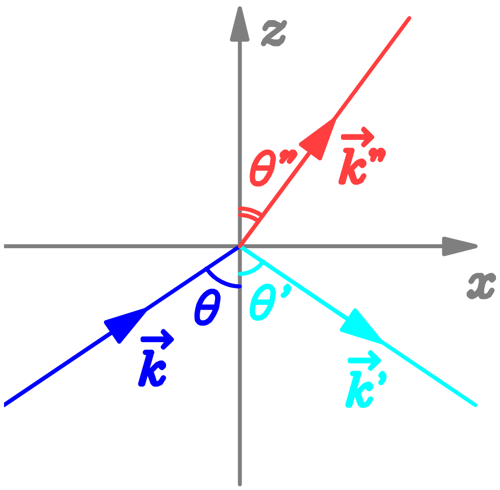
(取正号根 why?)

$$r_p = \frac{\mathcal{E}_0'}{\mathcal{E}_0} = \frac{\mathcal{H}_0'}{\mathcal{H}_0} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - k_z''\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + k_z''\epsilon_1}$$

$$t_p = \frac{\mathcal{E}_0''}{\mathcal{E}_0} = \frac{\epsilon_1\,k''}{\epsilon_2\,k}\frac{\mathcal{H}_0''}{\mathcal{H}_0} = \frac{2k''\epsilon_1\cos\theta}{k\epsilon_2\cos\theta + k_z''\epsilon_1}$$

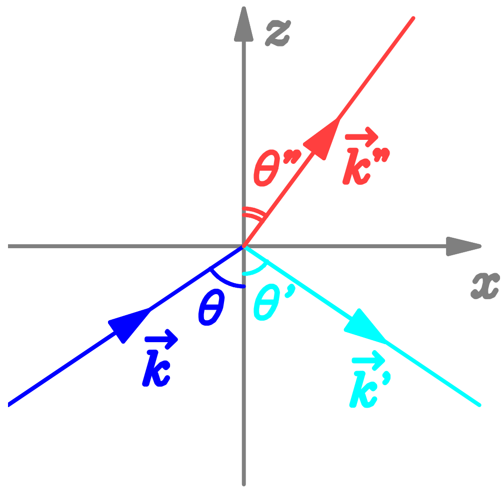


$$
\begin{cases}
r_s = \dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \dfrac{k\mu_2\ \cos\theta - k''_z\mu_1}{k\mu_2\ \cos\theta + k''_z\mu_1}, \\[2ex]
t_s = \dfrac{\mathcal{E}''_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \dfrac{2\,k\mu_2\ \cos\theta}{k\mu_2\ \cos\theta + k''_z\mu_1},
\end{cases}
$$



$$\begin{cases} r_s = \dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \dfrac{k\mu_2\ \cos\theta - k''_z\mu_1}{k\mu_2\ \cos\theta + k''_z\mu_1}, \\[2ex] t_s = \dfrac{\mathcal{E}''_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \dfrac{2\,k\mu_2\ \cos\theta}{k\mu_2\ \cos\theta + k''_z\mu_1}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_p = \dfrac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \dfrac{\mathcal{H}'_0}{\mathcal{H}_0} = \dfrac{k\epsilon_2\ \cos\theta - k''_z\epsilon_1}{k\epsilon_2\ \cos\theta + k''_z\epsilon_1} \\[2ex] t_p = \dfrac{\mathcal{E}''_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \dfrac{\epsilon_1\,k''}{\epsilon_2\,k}\ \dfrac{\mathcal{H}''_0}{\mathcal{H}_0} = \dfrac{2\,k''\epsilon_1\ \cos\theta}{k\epsilon_2\ \cos\theta + k''_z\epsilon_1} \end{cases}$$

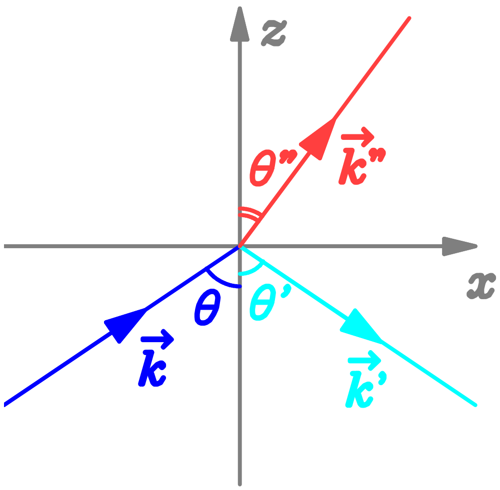


Let there be light

$$\begin{cases} r_s = \dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \dfrac{k\mu_2 \cos\theta - k''_z\mu_1}{k\mu_2 \cos\theta + k''_z\mu_1}, \\ t_s = \dfrac{\mathcal{E}''_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \dfrac{2\,k\mu_2 \cos\theta}{k\mu_2 \cos\theta + k''_z\mu_1}, \end{cases}$$

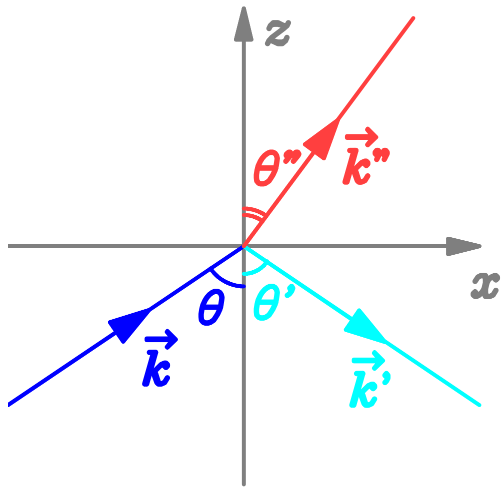
$$\begin{cases} r_p = \dfrac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \dfrac{\mathcal{H}'_0}{\mathcal{H}_0} = \dfrac{k\epsilon_2 \cos\theta - k''_z\epsilon_1}{k\epsilon_2 \cos\theta + k''_z\epsilon_1} \\ t_p = \dfrac{\mathcal{E}''_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \dfrac{\epsilon_1\,k''}{\epsilon_2\,k}\,\dfrac{\mathcal{H}''_0}{\mathcal{H}_0} = \dfrac{2\,k''\epsilon_1 \cos\theta}{k\epsilon_2 \cos\theta + k''_z\epsilon_1} \end{cases}$$

$$k''_z = k''\sqrt{1-s^2}, \quad s = \frac{k\sin\theta}{k''}, \quad k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \quad k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$$



$$\begin{cases} r_s = \dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \dfrac{k\mu_2\,\cos\theta - k''_z\mu_1}{k\mu_2\,\cos\theta + k''_z\mu_1}, \\[2ex] t_s = \dfrac{\mathcal{E}''_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \dfrac{2\,k\mu_2\,\cos\theta}{k\mu_2\,\cos\theta + k''_z\mu_1}, \end{cases} \qquad \begin{cases} r_p = \dfrac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \dfrac{\mathcal{H}'_0}{\mathcal{H}_0} = \dfrac{k\epsilon_2\,\cos\theta - k''_z\epsilon_1}{k\epsilon_2\,\cos\theta + k''_z\epsilon_1} \\[2ex] t_p = \dfrac{\mathcal{E}''_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \dfrac{\epsilon_1\,k''}{\epsilon_2\,k}\,\dfrac{\mathcal{H}''_0}{\mathcal{H}_0} = \dfrac{2\,k''\epsilon_1\,\cos\theta}{k\epsilon_2\,\cos\theta + k''_z\epsilon_1} \end{cases}$$

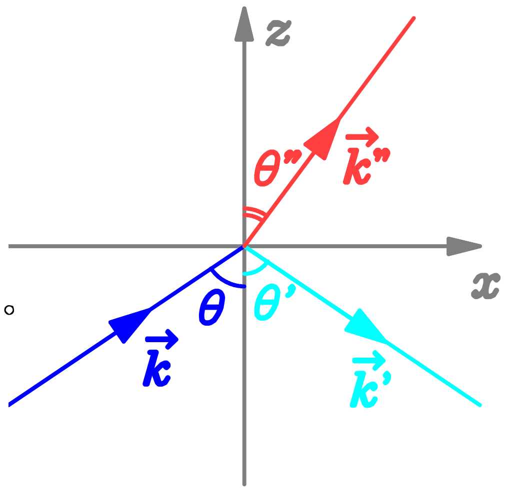
$$k''_z = k''\sqrt{1-s^2}, \quad s = \frac{k\sin\theta}{k''}, \quad k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \quad k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$$



讨论：

$$\begin{cases} r_s = \dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \dfrac{k\mu_2\ \cos\theta - k''_z\mu_1}{k\mu_2\ \cos\theta + k''_z\mu_1}, \\ t_s = \dfrac{\mathcal{E}''_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \dfrac{2\,k\mu_2\ \cos\theta}{k\mu_2\ \cos\theta + k''_z\mu_1}, \end{cases} \qquad \begin{cases} r_p = \dfrac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \dfrac{\mathcal{H}'_0}{\mathcal{H}_0} = \dfrac{k\epsilon_2\ \cos\theta - k''_z\epsilon_1}{k\epsilon_2\ \cos\theta + k''_z\epsilon_1} \\ t_p = \dfrac{\mathcal{E}''_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \dfrac{\epsilon_1\,k''}{\epsilon_2\,k}\,\dfrac{\mathcal{H}''_0}{\mathcal{H}_0} = \dfrac{2\,k''\epsilon_1\ \cos\theta}{k\epsilon_2\ \cos\theta + k''_z\epsilon_1} \end{cases}$$

$$k''_z = k''\sqrt{1-s^2}, \quad s = \frac{k\sin\theta}{k''}, \quad k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \quad k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$$

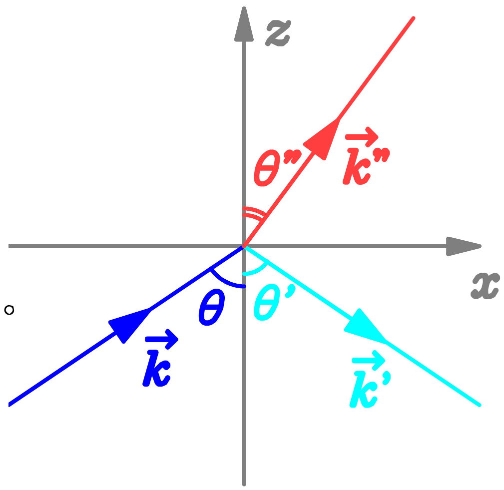


讨论：

(1) 在推导中只引入 $s = \dfrac{\overbrace{k\sin\theta}^{k_x}}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta$，不涉及 θ'' 的角度意义。从而，r_p，r_s，t_p，t_s 的表达式对任意 θ，n_1，n_2 都成立。

$$\begin{cases} r_s = \dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \dfrac{k\mu_2\ \cos\theta - k''_z\mu_1}{k\mu_2\ \cos\theta + k''_z\mu_1}, \\[2ex] t_s = \dfrac{\mathcal{E}''_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \dfrac{2\,k\mu_2\ \cos\theta}{k\mu_2\ \cos\theta + k''_z\mu_1}, \end{cases} \qquad \begin{cases} r_p = \dfrac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \dfrac{\mathcal{H}'_0}{\mathcal{H}_0} = \dfrac{k\epsilon_2\ \cos\theta - k''_z\epsilon_1}{k\epsilon_2\ \cos\theta + k''_z\epsilon_1} \\[2ex] t_p = \dfrac{\mathcal{E}''_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \dfrac{\epsilon_1\,k''}{\epsilon_2\,k}\,\dfrac{\mathcal{H}''_0}{\mathcal{H}_0} = \dfrac{2\,k''\epsilon_1\ \cos\theta}{k\epsilon_2\ \cos\theta + k''_z\epsilon_1} \end{cases}$$

$$k''_z = k''\sqrt{1-s^2}, \quad s = \frac{k\sin\theta}{k''}, \quad k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \quad k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$$



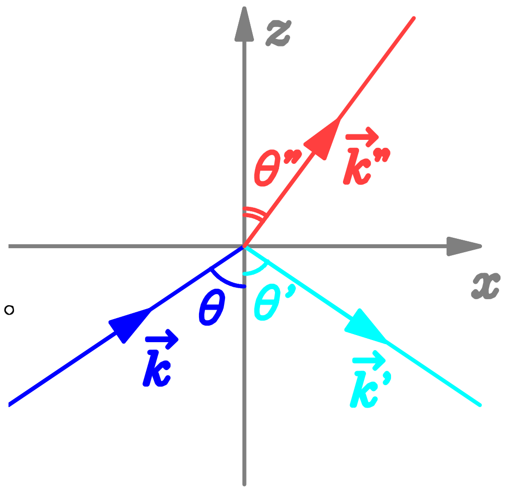
讨论：

(1) 在推导中只引入 $s = \dfrac{\overbrace{k\sin\theta}^{k_x}}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta$，不涉及 θ'' 的角度意义。从而，r_p，r_s，t_p，t_s 的表达式对任意 θ，n_1，n_2 都成立。

(2) 若 $s = \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta < 1$，则 $\sin\theta'' = s$，$k''_z = k''\cos\theta''$，这时称发生了折射。θ'' 为折射角。

$$\begin{cases} r_s = \dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \dfrac{k\mu_2\ \cos\theta - k''_z\mu_1}{k\mu_2\ \cos\theta + k''_z\mu_1}, \\ t_s = \dfrac{\mathcal{E}''_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \dfrac{2\,k\mu_2\ \cos\theta}{k\mu_2\ \cos\theta + k''_z\mu_1}, \end{cases} \qquad \begin{cases} r_p = \dfrac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \dfrac{\mathcal{H}'_0}{\mathcal{H}_0} = \dfrac{k\epsilon_2\ \cos\theta - k''_z\epsilon_1}{k\epsilon_2\ \cos\theta + k''_z\epsilon_1} \\ t_p = \dfrac{\mathcal{E}''_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \dfrac{\epsilon_1\, k''}{\epsilon_2\, k}\dfrac{\mathcal{H}''_0}{\mathcal{H}_0} = \dfrac{2\,k''\epsilon_1\ \cos\theta}{k\epsilon_2\ \cos\theta + k''_z\epsilon_1} \end{cases}$$

$$k''_z = k''\sqrt{1-s^2}, \quad s = \frac{k\sin\theta}{k''}, \quad k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \quad k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$$



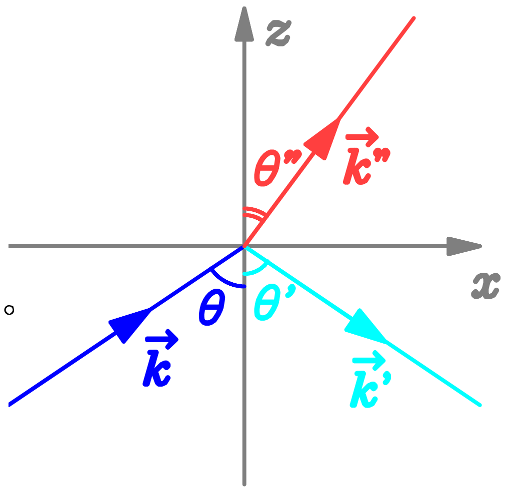
讨论：

(1) 在推导中只引入 $s = \dfrac{\overbrace{k\sin\theta}^{k_x}}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta$，不涉及 θ'' 的角度意义。从而，r_p，r_s，t_p，t_s 的表达式对任意 θ，n_1，n_2 都成立。

(2) 若 $s = \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta < 1$，则 $\sin\theta'' = s$，$k''_z = k''\cos\theta''$，这时称发生了折射。θ'' 为折射角。注意到对一般介质，$\mu_1 \sim \mu_2 \sim \mu_0$，则发生折射时 r_p，r_s，t_p，t_s 简化为

$$\begin{cases} r_s = \dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \dfrac{k\mu_2\cos\theta - k''_z\mu_1}{k\mu_2\cos\theta + k''_z\mu_1}, \\[2ex] t_s = \dfrac{\mathcal{E}''_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \dfrac{2\,k\mu_2\cos\theta}{k\mu_2\cos\theta + k''_z\mu_1}, \end{cases} \qquad \begin{cases} r_p = \dfrac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \dfrac{\mathcal{H}'_0}{\mathcal{H}_0} = \dfrac{k\epsilon_2\cos\theta - k''_z\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + k''_z\epsilon_1} \\[2ex] t_p = \dfrac{\mathcal{E}''_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \dfrac{\epsilon_1 k''}{\epsilon_2 k}\dfrac{\mathcal{H}''_0}{\mathcal{H}_0} = \dfrac{2\,k''\epsilon_1\cos\theta}{k\epsilon_2\cos\theta + k''_z\epsilon_1} \end{cases}$$

$$k''_z = k''\sqrt{1-s^2}, \quad s = \frac{k\sin\theta}{k''}, \quad k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \quad k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$$



讨论：

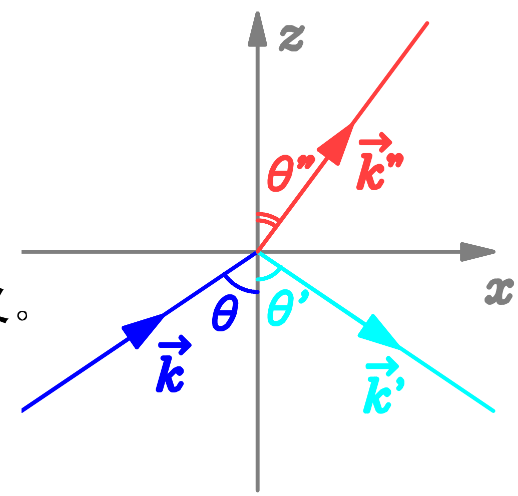
(1) 在推导中只引入 $s = \dfrac{\overbrace{k\sin\theta}^{k_x}}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta$，不涉及 θ'' 的角度意义。从而，r_p，r_s，t_p，t_s 的表达式对任意 θ，n_1，n_2 都成立。

(2) 若 $s = \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta < 1$，则 $\sin\theta'' = s$，$k''_z = k''\cos\theta''$，这时称发生了折射。θ'' 为折射角。注意到对一般介质，$\mu_1 \sim \mu_2 \sim \mu_0$，则发生折射时 r_p，r_s，t_p，t_s 简化为

Fresnel 公式：
$$\begin{cases} r_s = -\dfrac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')} \\[2ex] t_s = \dfrac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')} \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_s = \dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \dfrac{k\mu_2\,\cos\theta - k''_z\mu_1}{k\mu_2\,\cos\theta + k''_z\mu_1}, \\[2ex] t_s = \dfrac{\mathcal{E}''_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \dfrac{2\,k\mu_2\,\cos\theta}{k\mu_2\,\cos\theta + k''_z\mu_1}, \end{cases} \qquad \begin{cases} r_p = \dfrac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \dfrac{\mathcal{H}'_0}{\mathcal{H}_0} = \dfrac{k\epsilon_2\,\cos\theta - k''_z\epsilon_1}{k\epsilon_2\,\cos\theta + k''_z\epsilon_1} \\[2ex] t_p = \dfrac{\mathcal{E}''_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \dfrac{\epsilon_1\,k''}{\epsilon_2\,k}\,\dfrac{\mathcal{H}''_0}{\mathcal{H}_0} = \dfrac{2\,k''\epsilon_1\,\cos\theta}{k\epsilon_2\,\cos\theta + k''_z\epsilon_1} \end{cases}$$

$$k''_z = k''\sqrt{1-s^2}, \quad s = \frac{k\sin\theta}{k''}, \quad k'' = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}, \quad k = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$$



讨论：

(1) 在推导中只引入 $s = \dfrac{\overbrace{k\sin\theta}^{k_x}}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta$，不涉及 θ'' 的角度意义。从而，r_p，r_s，t_p，t_s 的表达式对任意 θ，n_1，n_2 都成立。

(2) 若 $s = \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta < 1$，则 $\sin\theta'' = s$，$k''_z = k''\cos\theta''$，这时称发生了折射。θ'' 为折射角。注意到对一般介质，$\mu_1 \sim \mu_2 \sim \mu_0$，则发生折射时 r_p，r_s，t_p，t_s 简化为

Fresnel 公式：
$$\begin{cases} r_s = -\dfrac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')} \\[2ex] t_s = \dfrac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')} \end{cases} \qquad \begin{cases} r_p = \dfrac{\tan(\theta-\theta'')}{\tan(\theta+\theta'')} \\[2ex] t_p = \dfrac{2\cos\theta\,\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')\cos(\theta-\theta'')} \end{cases}$$

(3) 对 s (p) 波，入射波的电（磁）场 $\perp$ 入射面，反射和透射波的电（磁）场是否也 $\perp$ 入射面？

(3) 对 s (p) 波，入射波的电（磁）场 $\perp$ 入射面，反射和透射波的电（磁）场是否也 $\perp$ 入射面？

回答是肯定的，下以 s 波为例加以说明。取入射面为 xz 平面，界面为：$z = 0$

(3) 对 s (p) 波，入射波的电（磁）场 $\perp$ 入射面，反射和透射波的电（磁）场是否也 $\perp$ 入射面？

回答是肯定的，下以 s 波为例加以说明。取入射面为 xz 平面，界面为：$z=0$

入射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}} = \mathcal{E}_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$， 入射波电场垂直于入射面

反射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}' = (\mathcal{E}_0'\,\hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}_{0x}'\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_{0z}'\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$,

透射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = (\mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}_{0x}''\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_{0z}''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$,

(3) 对 s (p) 波，入射波的电（磁）场 $\perp$ 入射面，反射和透射波的电（磁）场是否也 $\perp$ 入射面？

回答是肯定的，下以 s 波为例加以说明。取入射面为 xz 平面，界面为：$z = 0$

入射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}} = \mathcal{E}_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$， 入射波电场垂直于入射面

反射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}' = (\mathcal{E}_0'\,\hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}_{0x}'\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_{0z}'\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$，

透射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = (\mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}_{0x}''\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_{0z}''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$，

利用：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}{\omega\mu_1}$ 得

(3) 对 s (p) 波，入射波的电（磁）场 $\perp$ 入射面，反射和透射波的电（磁）场是否也 $\perp$ 入射面？

回答是肯定的，下以 s 波为例加以说明。取入射面为 xz 平面，界面为：$z=0$

入射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}} = \mathcal{E}_0\, \hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$，　入射波电场垂直于入射面

反射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}' = (\mathcal{E}_0'\, \hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}_{0x}'\, \hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_{0z}'\, \hat{\boldsymbol{e}}_z) e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$,

透射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = (\mathcal{E}_0''\, \hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}_{0x}''\, \hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_{0z}''\, \hat{\boldsymbol{e}}_z) e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$,

利用：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}} \times \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}{\omega\mu_1}$ 得

$\mathcal{H}_{0y} = 0$，　入射波电场垂直于入射面，因为 $\vec{\boldsymbol{E}} \perp \vec{\boldsymbol{H}}$，故磁场必平行于入射面

$$\mathcal{H}_{0y}' = \frac{1}{\omega\mu_1}(k_z'\mathcal{E}_{0x}' - k_x'\mathcal{E}_{0z}'), \qquad \mathcal{H}_{0y}'' = \frac{1}{\omega\mu_2}(k_z''\mathcal{E}_{0x}'' - k_x''\mathcal{E}_{0z}'')$$

(3) 对 s (p) 波，入射波的电（磁）场 $\perp$ 入射面，反射和透射波的电（磁）场是否也 $\perp$ 入射面？

回答是肯定的，下以 s 波为例加以说明。取入射面为 xz 平面，界面为：$z=0$

入射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}} = \mathcal{E}_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$，　入射波电场垂直于入射面

反射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}' = (\mathcal{E}'_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}'_{0x}\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}'_{0z}\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$，

透射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = (\mathcal{E}''_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}''_{0x}\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}''_{0z}\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$，

利用：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}{\omega\mu_1}$ 得

$\mathcal{H}_{0y}=0$，　入射波电场垂直于入射面，因为 $\vec{\boldsymbol{E}}\perp\vec{\boldsymbol{H}}$，故磁场必平行于入射面

$$\mathcal{H}'_{0y} = \frac{1}{\omega\mu_1}(k'_z\mathcal{E}'_{0x} - k'_x\mathcal{E}'_{0z}), \qquad \mathcal{H}''_{0y} = \frac{1}{\omega\mu_2}(k''_z\mathcal{E}''_{0x} - k''_x\mathcal{E}''_{0z})$$

界面

$$\mathcal{E}_{0x}+\mathcal{E}'_{0x} = \mathcal{E}''_{0x} \quad\Longrightarrow\quad \mathcal{E}'_{0x} = \mathcal{E}''_{0x} \tag{1}$$

$$\mathcal{H}_{0y}+\mathcal{H}'_{0y} = \mathcal{H}''_{0y} \quad\Longrightarrow\quad \tfrac{1}{\mu_1}(k'_z\mathcal{E}'_{0x} - k'_x\mathcal{E}'_{0z}) = \tfrac{1}{\mu_2}(k''_z\mathcal{E}''_{0x} - k''_x\mathcal{E}''_{0z}) \tag{2}$$

(3) 对 s (p) 波，入射波的电（磁）场 $\perp$ 入射面，反射和透射波的电（磁）场是否也 $\perp$ 入射面？

回答是肯定的，下以 s 波为例加以说明。取入射面为 xz 平面，界面为：$z=0$

入射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}} = \mathcal{E}_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$，　入射波电场垂直于入射面

反射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}' = (\mathcal{E}_0'\,\hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}_{0x}'\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_{0z}'\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$,

透射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = (\mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}_{0x}''\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_{0z}''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$,

利用：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}{\omega\mu_1}$ 得

$\mathcal{H}_{0y}=0$，　入射波电场垂直于入射面，因为 $\vec{\boldsymbol{E}}\perp\vec{\boldsymbol{H}}$，故磁场必平行于入射面

$$\mathcal{H}_{0y}' = \frac{1}{\omega\mu_1}(k_z'\mathcal{E}_{0x}' - k_x'\mathcal{E}_{0z}'),\qquad \mathcal{H}_{0y}'' = \frac{1}{\omega\mu_2}(k_z''\mathcal{E}_{0x}'' - k_x''\mathcal{E}_{0z}'')$$

界面

$$\mathcal{E}_{0x}+\mathcal{E}_{0x}' = \mathcal{E}_{0x}'' \quad\Longrightarrow\quad \mathcal{E}_{0x}' = \mathcal{E}_{0x}'' \tag{1}$$

$$\mathcal{H}_{0y}+\mathcal{H}_{0y}' = \mathcal{H}_{0y}'' \quad\Longrightarrow\quad \tfrac{1}{\mu_1}(k_z'\mathcal{E}_{0x}' - k_x'\mathcal{E}_{0z}') = \tfrac{1}{\mu_2}(k_z''\mathcal{E}_{0x}'' - k_x''\mathcal{E}_{0z}'') \tag{2}$$

横波条件

$$\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'=0 \quad\Longrightarrow\quad k_x'\mathcal{E}_{0x}' + k_z'\mathcal{E}_{0z}' = 0 \tag{3}$$

$$\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''=0 \quad\Longrightarrow\quad k_x''\mathcal{E}_{0x}'' + k_z''\mathcal{E}_{0z}'' = 0 \tag{4}$$

(3) 对 s (p) 波，入射波的电（磁）场 $\perp$ 入射面，反射和透射波的电（磁）场是否也 $\perp$ 入射面？

回答是肯定的，下以 s 波为例加以说明。取入射面为 xz 平面，界面为：$z=0$

入射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}} = \mathcal{E}_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$，　入射波电场垂直于入射面

反射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}' = (\mathcal{E}_0'\,\hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}_{0x}'\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_{0z}'\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$，　利用：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}{\omega\mu_1}$ 得

透射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = (\mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}_{0x}''\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_{0z}''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$，

$\mathcal{H}_{0y} = 0$，　入射波电场垂直于入射面，因为 $\vec{\boldsymbol{E}} \perp \vec{\boldsymbol{H}}$，故磁场必平行于入射面

$$\mathcal{H}_{0y}' = \frac{1}{\omega\mu_1}(k_z'\mathcal{E}_{0x}' - k_x'\mathcal{E}_{0z}'), \qquad \mathcal{H}_{0y}'' = \frac{1}{\omega\mu_2}(k_z''\mathcal{E}_{0x}'' - k_x''\mathcal{E}_{0z}'')$$

界面

$$\mathcal{E}_{0x} + \mathcal{E}_{0x}' = \mathcal{E}_{0x}'' \quad\Longrightarrow\quad \mathcal{E}_{0x}' = \mathcal{E}_{0x}'' \tag{1}$$

$$\mathcal{H}_{0y} + \mathcal{H}_{0y}' = \mathcal{H}_{0y}'' \quad\Longrightarrow\quad \tfrac{1}{\mu_1}(k_z'\mathcal{E}_{0x}' - k_x'\mathcal{E}_{0z}') = \tfrac{1}{\mu_2}(k_z''\mathcal{E}_{0x}'' - k_x''\mathcal{E}_{0z}'') \tag{2}$$

横波条件

$$\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}' = 0 \quad\Longrightarrow\quad k_x'\mathcal{E}_{0x}' + k_z'\mathcal{E}_{0z}' = 0 \tag{3}$$

$$\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = 0 \quad\Longrightarrow\quad k_x''\mathcal{E}_{0x}'' + k_z''\mathcal{E}_{0z}'' = 0 \tag{4}$$

若 $k_x' = k_x'' \neq 0$，由 (1,3,4) 式得　$k_z'\mathcal{E}_{0z}' = k_z''\mathcal{E}_{0z}''$

(2,3,4) 式消去 $\mathcal{E}_{0x}'$，$\mathcal{E}_{0x}''$ 得　$\mu_2 k'^2\mathcal{E}_{0z}' = \mu_1 k''^2\mathcal{E}_{0z}''$

(3) 对 s (p) 波，入射波的电（磁）场 $\perp$ 入射面，反射和透射波的电（磁）场是否也 $\perp$ 入射面？

回答是肯定的，下以 s 波为例加以说明。取入射面为 xz 平面，界面为：$z=0$

入射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}} = \mathcal{E}_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$，　入射波电场垂直于入射面

反射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}' = (\mathcal{E}'_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}'_{0x}\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}'_{0z}\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$，　利用：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}{\omega\mu_1}$ 得

透射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = (\mathcal{E}''_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}''_{0x}\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}''_{0z}\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$，

$\mathcal{H}_{0y} = 0$，　入射波电场垂直于入射面，因为 $\vec{\boldsymbol{E}} \perp \vec{\boldsymbol{H}}$，故磁场必平行于入射面

$$\mathcal{H}'_{0y} = \frac{1}{\omega\mu_1}(k'_z\mathcal{E}'_{0x} - k'_x\mathcal{E}'_{0z}), \qquad \mathcal{H}''_{0y} = \frac{1}{\omega\mu_2}(k''_z\mathcal{E}''_{0x} - k''_x\mathcal{E}''_{0z})$$

界面

$$\mathcal{E}_{0x} + \mathcal{E}'_{0x} = \mathcal{E}''_{0x} \quad\Longrightarrow\quad \mathcal{E}'_{0x} = \mathcal{E}''_{0x} \tag{1}$$

$$\mathcal{H}_{0y} + \mathcal{H}'_{0y} = \mathcal{H}''_{0y} \quad\Longrightarrow\quad \frac{1}{\mu_1}(k'_z\mathcal{E}'_{0x} - k'_x\mathcal{E}'_{0z}) = \frac{1}{\mu_2}(k''_z\mathcal{E}''_{0x} - k''_x\mathcal{E}''_{0z}) \tag{2}$$

横波条件

$$\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}' = 0 \quad\Longrightarrow\quad k'_x\mathcal{E}'_{0x} + k'_z\mathcal{E}'_{0z} = 0 \tag{3}$$

$$\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = 0 \quad\Longrightarrow\quad k''_x\mathcal{E}''_{0x} + k''_z\mathcal{E}''_{0z} = 0 \tag{4}$$

若 $k'_x = k''_x \neq 0$，由 (1,3,4) 式得　$k'_z\mathcal{E}'_{0z} = k''_z\mathcal{E}''_{0z}$

(2,3,4) 式消去 $\mathcal{E}'_{0x}$，$\mathcal{E}''_{0x}$ 得　$\mu_2 k'^2\mathcal{E}'_{0z} = \mu_1 k''^2\mathcal{E}''_{0z}$

$$\Longrightarrow\quad \mathcal{E}'_{0z} = \mathcal{E}''_{0z} = 0$$

(3) 对 s (p) 波，入射波的电（磁）场 ⊥ 入射面，反射和透射波的电（磁）场是否也 ⊥ 入射面?

回答是肯定的，下以 s 波为例加以说明。取入射面为 xz 平面，界面为：$z=0$

入射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}} = \mathcal{E}_0\, \hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$， 入射波电场垂直于入射面

反射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}' = (\mathcal{E}_0'\, \hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}_{0x}'\, \hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_{0z}'\, \hat{\boldsymbol{e}}_z)e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$，

透射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = (\mathcal{E}_0''\, \hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}_{0x}''\, \hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_{0z}''\, \hat{\boldsymbol{e}}_z)e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$，

利用：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}{\omega\mu_1}$ 得

$\mathcal{H}_{0y}=0$， 入射波电场垂直于入射面，因为 $\vec{\boldsymbol{E}}\perp\vec{\boldsymbol{H}}$，故磁场必平行于入射面

$$\mathcal{H}_{0y}' = \frac{1}{\omega\mu_1}(k_z'\mathcal{E}_{0x}' - k_x'\mathcal{E}_{0z}'), \qquad \mathcal{H}_{0y}'' = \frac{1}{\omega\mu_2}(k_z''\mathcal{E}_{0x}'' - k_x''\mathcal{E}_{0z}'')$$

界面

$$\mathcal{E}_{0x} + \mathcal{E}_{0x}' = \mathcal{E}_{0x}'' \quad\Longrightarrow\quad \mathcal{E}_{0x}' = \mathcal{E}_{0x}'' \qquad (1)$$

$$\mathcal{H}_{0y} + \mathcal{H}_{0y}' = \mathcal{H}_{0y}'' \quad\Longrightarrow\quad \tfrac{1}{\mu_1}(k_z'\mathcal{E}_{0x}' - k_x'\mathcal{E}_{0z}') = \tfrac{1}{\mu_2}(k_z''\mathcal{E}_{0x}'' - k_x''\mathcal{E}_{0z}'') \qquad (2)$$

横波条件

$$\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}' = 0 \quad\Longrightarrow\quad k_x'\mathcal{E}_{0x}' + k_z'\mathcal{E}_{0z}' = 0 \qquad (3)$$

$$\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = 0 \quad\Longrightarrow\quad k_x''\mathcal{E}_{0x}'' + k_z''\mathcal{E}_{0z}'' = 0 \qquad (4)$$

若 $k_x' = k_x'' \neq 0$，由 (1,3,4) 式得 $k_z'\mathcal{E}_{0z}' = k_z''\mathcal{E}_{0z}''$

(2,3,4) 式消去 $\mathcal{E}_{0x}'$，$\mathcal{E}_{0x}''$ 得 $\mu_2 k'^2\mathcal{E}_{0z}' = \mu_1 k''^2\mathcal{E}_{0z}''$

$\Longrightarrow$ $\mathcal{E}_{0z}' = \mathcal{E}_{0z}'' = 0$ 再用 (3,4)

(3) 对 s (p) 波，入射波的电（磁）场 $\perp$ 入射面，反射和透射波的电（磁）场是否也 $\perp$ 入射面？

回答是肯定的，下以 s 波为例加以说明。取入射面为 xz 平面，界面为：$z=0$

入射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}} = \mathcal{E}_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$，　入射波电场垂直于入射面

反射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}' = (\mathcal{E}'_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}'_{0x}\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}'_{0z}\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega t)}$，

透射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = (\mathcal{E}''_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}''_{0x}\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}''_{0z}\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)e^{i(\vec{k}''\cdot\vec{r}-\omega t)}$，

利用：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}{\omega\mu_1}$ 得

$\mathcal{H}_{0y}=0$，　入射波电场垂直于入射面，因为 $\vec{\boldsymbol{E}}\perp\vec{\boldsymbol{H}}$，故磁场必平行于入射面

$$\mathcal{H}'_{0y} = \frac{1}{\omega\mu_1}(k'_z\mathcal{E}'_{0x} - k'_x\mathcal{E}'_{0z}), \qquad \mathcal{H}''_{0y} = \frac{1}{\omega\mu_2}(k''_z\mathcal{E}''_{0x} - k''_x\mathcal{E}''_{0z})$$

界面

$$\mathcal{E}_{0x} + \mathcal{E}'_{0x} = \mathcal{E}''_{0x} \quad\Longrightarrow\quad \mathcal{E}'_{0x} = \mathcal{E}''_{0x} \qquad (1)$$

$$\mathcal{H}_{0y} + \mathcal{H}'_{0y} = \mathcal{H}''_{0y} \quad\Longrightarrow\quad \tfrac{1}{\mu_1}(k'_z\mathcal{E}'_{0x} - k'_x\mathcal{E}'_{0z}) = \tfrac{1}{\mu_2}(k''_z\mathcal{E}''_{0x} - k''_x\mathcal{E}''_{0z}) \qquad (2)$$

横波条件

$$\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}' = 0 \quad\Longrightarrow\quad k'_x\mathcal{E}'_{0x} + k'_z\mathcal{E}'_{0z} = 0 \qquad (3)$$

$$\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = 0 \quad\Longrightarrow\quad k''_x\mathcal{E}''_{0x} + k''_z\mathcal{E}''_{0z} = 0 \qquad (4)$$

若 $k'_x = k''_x \neq 0$，由 (1,3,4) 式得　$k'_z\mathcal{E}'_{0z} = k''_z\mathcal{E}''_{0z}$

(2,3,4) 式消去 $\mathcal{E}'_{0x}$，$\mathcal{E}''_{0x}$ 得　$\mu_2 k'^2\mathcal{E}'_{0z} = \mu_1 k''^2\mathcal{E}''_{0z}$

$\Longrightarrow$ $\mathcal{E}'_{0z} = \mathcal{E}''_{0z} = 0$ 再用 (3,4) $\mathcal{E}'_{0x} = \mathcal{E}''_{0x} = 0$

(3) 对 s (p) 波，入射波的电（磁）场 $\perp$ 入射面，反射和透射波的电（磁）场是否也 $\perp$ 入射面？

回答是肯定的，下以 s 波为例加以说明。取入射面为 xz 平面，界面为：$z=0$

入射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}} = \mathcal{E}_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$，　入射波电场垂直于入射面

反射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}' = (\mathcal{E}_0'\,\hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}_{0x}'\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_{0z}'\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$，　利用：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}{\omega\mu_1}$ 得

透射波：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = (\mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathcal{E}_{0x}''\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_{0z}''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}$，

$\mathcal{H}_{0y}=0$，　入射波电场垂直于入射面，因为 $\vec{\boldsymbol{E}}\perp\vec{\boldsymbol{H}}$，故磁场必平行于入射面

$$\mathcal{H}_{0y}' = \frac{1}{\omega\mu_1}(k_z'\mathcal{E}_{0x}' - k_x'\mathcal{E}_{0z}'),\qquad \mathcal{H}_{0y}'' = \frac{1}{\omega\mu_2}(k_z''\mathcal{E}_{0x}'' - k_x''\mathcal{E}_{0z}'')$$

界面

$$\mathcal{E}_{0x} + \mathcal{E}_{0x}' = \mathcal{E}_{0x}'' \quad\Longrightarrow\quad \mathcal{E}_{0x}' = \mathcal{E}_{0x}'' \qquad (1)$$

$$\mathcal{H}_{0y} + \mathcal{H}_{0y}' = \mathcal{H}_{0y}'' \quad\Longrightarrow\quad \frac{1}{\mu_1}(k_z'\mathcal{E}_{0x}' - k_x'\mathcal{E}_{0z}') = \frac{1}{\mu_2}(k_z''\mathcal{E}_{0x}'' - k_x''\mathcal{E}_{0z}'') \qquad (2)$$

横波条件

$$\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}' = 0 \quad\Longrightarrow\quad k_x'\mathcal{E}_{0x}' + k_z'\mathcal{E}_{0z}' = 0 \qquad (3)$$

$$\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = 0 \quad\Longrightarrow\quad k_x''\mathcal{E}_{0x}'' + k_z''\mathcal{E}_{0z}'' = 0 \qquad (4)$$

若 $k_x' = k_x'' \neq 0$，由 (1,3,4) 式得　$k_z'\mathcal{E}_{0z}' = k_z''\mathcal{E}_{0z}''$

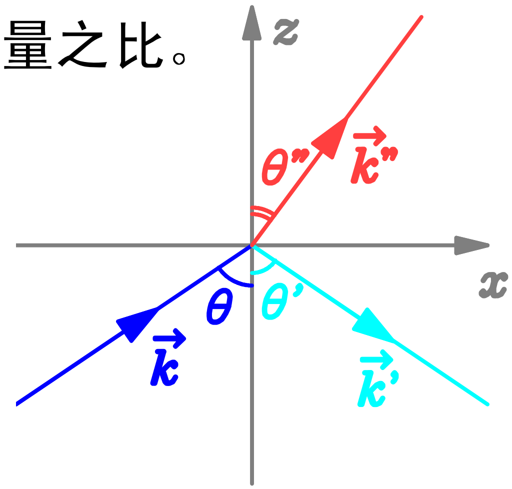
(2,3,4) 式消去 $\mathcal{E}_{0x}'$，$\mathcal{E}_{0x}''$ 得　$\mu_2 k'^2\mathcal{E}_{0z}' = \mu_1 k''^2\mathcal{E}_{0z}''$

$\Longrightarrow$ $\mathcal{E}_{0z}' = \mathcal{E}_{0z}'' = 0$ 再用 (3,4) $\mathcal{E}_{0x}' = \mathcal{E}_{0x}'' = 0$

若 $k_x' = k_x'' = 0$，由 (1, 2) 式得：$\mathcal{E}_{0x}' = \mathcal{E}_{0x}'' = 0$，　由 (3, 4) 式得：$\mathcal{E}_{0z}' = \mathcal{E}_{0z}'' = 0$

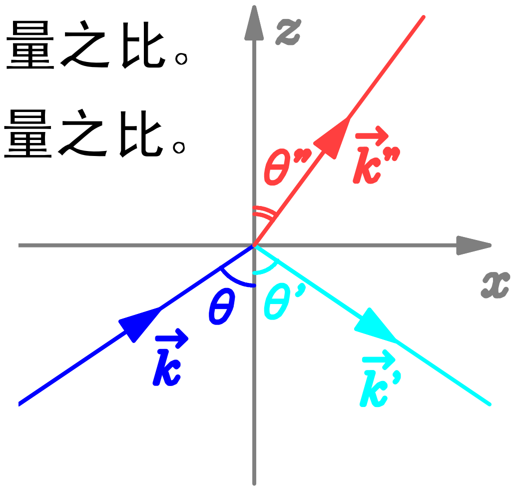
三、反射系数和透射系数

三、反射系数和透射系数



反射系数 R： 反射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。

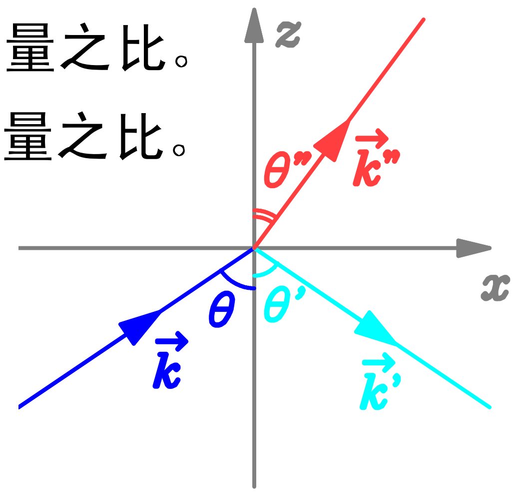
三、反射系数和透射系数



反射系数 R： 反射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。

透射系数 T： 折射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。

三、反射系数和透射系数

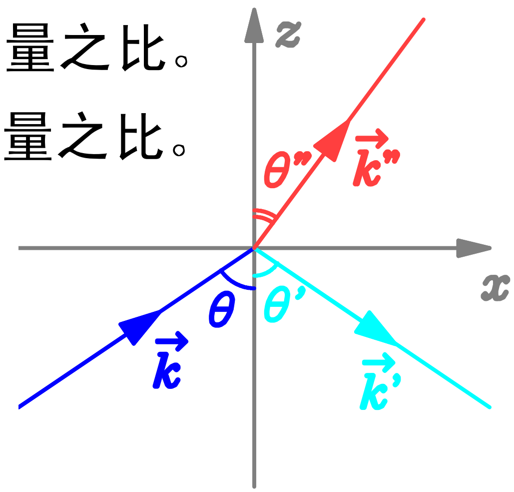


反射系数 R： 反射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。

透射系数 T： 折射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。

$$R = \frac{\left|\langle\vec{S}'\rangle\cdot\vec{n}\right|}{\left|\langle\vec{S}\rangle\cdot\vec{n}\right|}, \quad \langle\vec{S}\rangle = \frac{1}{2}\epsilon_1\left|\vec{\mathcal{E}}_0\right|^2\vec{v}_p, \quad \langle\vec{S}'\rangle = \frac{1}{2}\epsilon_1\left|\vec{\mathcal{E}}_0'\right|^2\vec{v}_p',$$

三、反射系数和透射系数



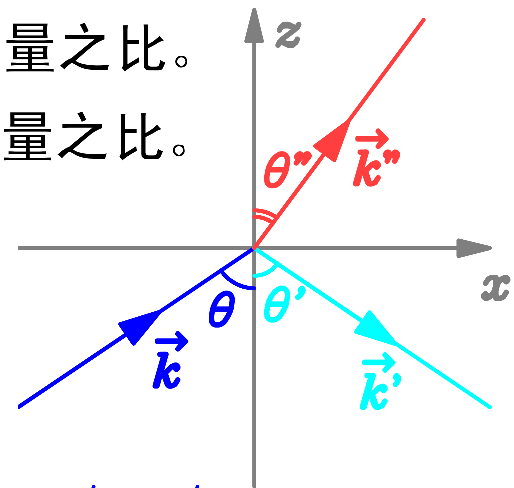
反射系数 R： 反射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。

透射系数 T： 折射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。

$$R = \frac{\left|\langle \vec{S}' \rangle \cdot \vec{n}\right|}{\left|\langle \vec{S} \rangle \cdot \vec{n}\right|}, \quad \langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2}\epsilon_1 \,|\vec{\mathcal{E}}_0|^2\, \vec{v}_p, \quad \langle \vec{S}\,' \rangle = \frac{1}{2}\epsilon_1 \,|\vec{\mathcal{E}}_0^{\,\prime}|^2\, \vec{v}_p^{\,\prime},$$

$$R = \frac{|\vec{\mathcal{E}}_0^{\,\prime}|^2 \,|\vec{v}_p^{\,\prime} \cdot \vec{n}|}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2 \,|\vec{v}_p \cdot \vec{n}|} = \frac{|\vec{\mathcal{E}}_0^{\,\prime}|^2 v_p^{\prime} \cos\theta'}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2 v_p \cos\theta} = \frac{|\vec{\mathcal{E}}_0^{\,\prime}|^2}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2} = |r|^2$$

三、反射系数和透射系数



反射系数 R： 反射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。

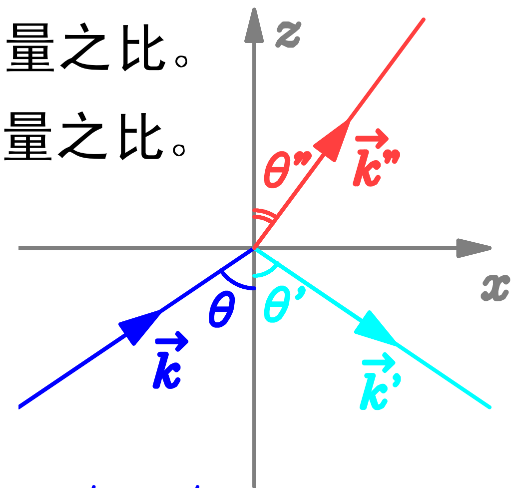
透射系数 T： 折射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。

$$R = \frac{\left|\langle \vec{S}' \rangle \cdot \vec{n}\right|}{\left|\langle \vec{S} \rangle \cdot \vec{n}\right|}, \quad \langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2}\epsilon_1 \left|\vec{\mathcal{E}}_0\right|^2 \vec{v}_p, \quad \langle \vec{S}\,' \rangle = \frac{1}{2}\epsilon_1 \left|\vec{\mathcal{E}}_0^{\,\prime}\right|^2 \vec{v}_p^{\,\prime},$$

$$R = \frac{|\vec{\mathcal{E}}_0^{\,\prime}|^2\, |\vec{v}_p^{\,\prime} \cdot \vec{n}|}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2\, |\vec{v}_p \cdot \vec{n}|} = \frac{|\vec{\mathcal{E}}_0^{\,\prime}|^2 v_p^{\prime} \cos\theta'}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2 v_p \cos\theta} = \frac{|\vec{\mathcal{E}}_0^{\,\prime}|^2}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2} = |r|^2$$

利用了：$v_p = v_p'$， $\theta' = \theta$

三、反射系数和透射系数



反射系数 R： 反射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。

透射系数 T： 折射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。

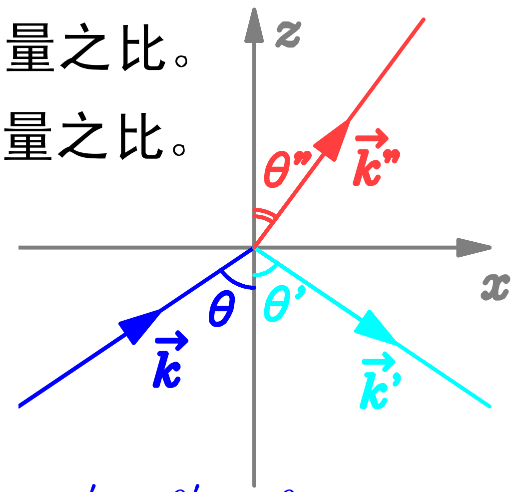
$$R = \frac{\left|\langle \vec{S}' \rangle \cdot \vec{n}\right|}{\left|\langle \vec{S} \rangle \cdot \vec{n}\right|}, \quad \langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2}\epsilon_1 |\vec{\mathcal{E}}_0|^2 \vec{v}_p, \quad \langle \vec{S}' \rangle = \frac{1}{2}\epsilon_1 |\vec{\mathcal{E}}_0'|^2 \vec{v}_p',$$

$$R = \frac{|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2 \, |\vec{v}_p' \cdot \vec{n}|}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2 \, |\vec{v}_p \cdot \vec{n}|} = \frac{|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2 v_p' \cos\theta'}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2 v_p \cos\theta} = \frac{|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2} = |r|^2$$

利用了：$v_p = v_p'$，$\theta' = \theta$

$$R_s = \frac{\sin^2(\theta - \theta'')}{\sin^2(\theta + \theta'')}, \qquad R_p = \frac{\tan^2(\theta - \theta'')}{\tan^2(\theta + \theta'')},$$

三、反射系数和透射系数



反射系数 R：反射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。

透射系数 T：折射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。

$$R = \frac{\left|\langle \vec{S}' \rangle \cdot \vec{n}\right|}{\left|\langle \vec{S} \rangle \cdot \vec{n}\right|}, \quad \langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2}\epsilon_1 |\vec{\mathcal{E}}_0|^2 \vec{v}_p, \quad \langle \vec{S}' \rangle = \frac{1}{2}\epsilon_1 |\vec{\mathcal{E}}_0'|^2 \vec{v}_p',$$

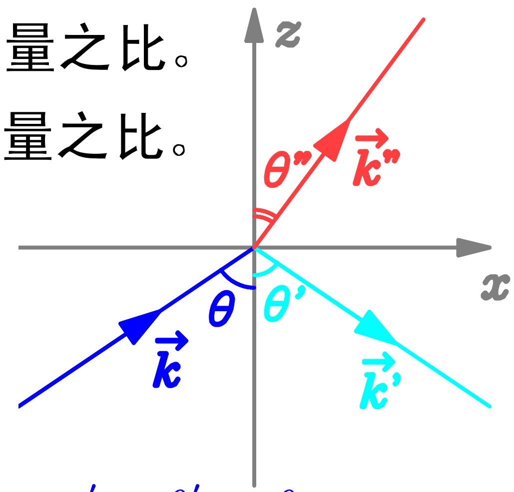
$$R = \frac{|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2 \, |\vec{v}_p' \cdot \vec{n}|}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2 \, |\vec{v}_p \cdot \vec{n}|} = \frac{|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2 v_p' \cos\theta'}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2 v_p \cos\theta} = \frac{|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2} = |r|^2$$

利用了：$v_p = v_p'$, $\theta' = \theta$

$$R_s = \frac{\sin^2(\theta - \theta'')}{\sin^2(\theta + \theta'')}, \qquad R_p = \frac{\tan^2(\theta - \theta'')}{\tan^2(\theta + \theta'')},$$

$\langle \vec{S} \rangle = \frac{\epsilon_1}{2}\left|\vec{\mathcal{E}}_0\right|^2 \vec{v}_p$ 仅在均匀平面波下导出

三、反射系数和透射系数



反射系数 R：反射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。

透射系数 T：折射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。

$$R=\frac{\left|\langle\vec{S}'\rangle\cdot\vec{n}\right|}{\left|\langle\vec{S}\rangle\cdot\vec{n}\right|},\quad \langle\vec{S}\rangle=\frac{1}{2}\epsilon_1\,|\vec{\mathcal{E}}_0|^2\,\vec{v}_p,\quad \langle\vec{S}'\rangle=\frac{1}{2}\epsilon_1\,|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2\,\vec{v}_p',$$

$$R=\frac{|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2\,|\vec{v}_p'\cdot\vec{n}|}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2\,|\vec{v}_p\cdot\vec{n}|}=\frac{|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2 v_p'\cos\theta'}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2 v_p\cos\theta}=\frac{|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2}=|r|^2$$

利用了：$v_p=v_p',\quad \theta'=\theta$

$$R_s=\frac{\sin^2(\theta-\theta'')}{\sin^2(\theta+\theta'')},\qquad R_p=\frac{\tan^2(\theta-\theta'')}{\tan^2(\theta+\theta'')},$$

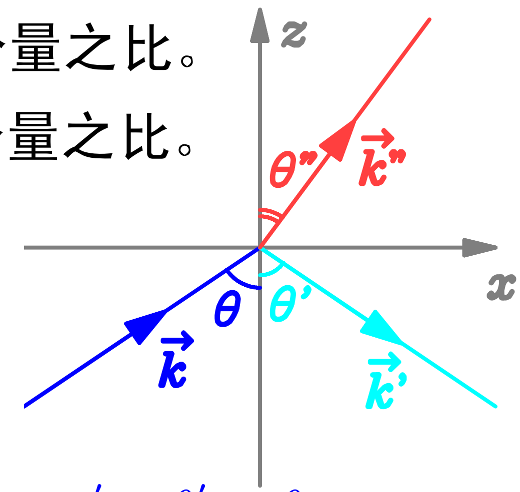
$\langle\vec{S}\rangle=\frac{\epsilon_1}{2}\left|\vec{\mathcal{E}}_0\right|^2\vec{v}_p$ 仅在均匀平面波下导出

$\vec{\mathcal{E}}_0e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}-i\omega t}$，$\vec{\mathcal{E}}_0$ 为复常矢量，$\vec{k}$ 实矢量。

三、反射系数和透射系数

反射系数 R： 反射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。

透射系数 T： 折射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。



$$R=\frac{\left|\langle\vec{S}'\rangle\cdot\vec{n}\right|}{\left|\langle\vec{S}\rangle\cdot\vec{n}\right|},\quad \langle\vec{S}\rangle=\frac{1}{2}\epsilon_1\left|\vec{\mathcal{E}}_0\right|^2\vec{v}_p,\quad \langle\vec{S}'\rangle=\frac{1}{2}\epsilon_1\left|\vec{\mathcal{E}}_0'\right|^2\vec{v}_p',$$

$$R=\frac{|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2\,|\vec{v}_p'\cdot\vec{n}|}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2\,|\vec{v}_p\cdot\vec{n}|}=\frac{|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2 v_p'\cos\theta'}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2 v_p\cos\theta}=\frac{|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2}=|r|^2$$

利用了：$v_p=v_p'$， $\theta'=\theta$

$$R_s=\frac{\sin^2(\theta-\theta'')}{\sin^2(\theta+\theta'')},\qquad R_p=\frac{\tan^2(\theta-\theta'')}{\tan^2(\theta+\theta'')},$$

$\langle\vec{S}\rangle=\frac{\epsilon_1}{2}\left|\vec{\mathcal{E}}_0\right|^2\vec{v}_p$ 仅在均匀平面波下导出

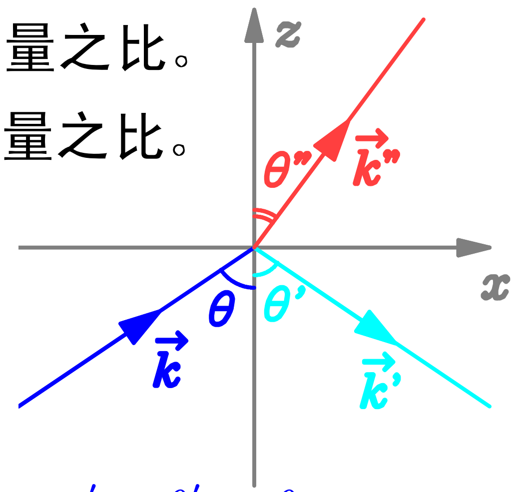
$\vec{\mathcal{E}}_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}-i\omega t}$，$\vec{\mathcal{E}}_0$ 为复常矢量，$\vec{k}$ 实矢量。

$$T=\frac{\left|\langle\vec{S}''\rangle\cdot\vec{n}\right|}{\left|\langle\vec{S}\rangle\cdot\vec{n}\right|},\quad \langle\vec{S}\rangle=\frac{1}{2}\epsilon_1\left|\vec{\mathcal{E}}_0\right|^2\vec{v}_p,\quad \langle\vec{S}''\rangle=\frac{1}{2}\epsilon_2\left|\vec{\mathcal{E}}_0''\right|^2\vec{v}_p'',$$

三、反射系数和透射系数

反射系数 R：反射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。

透射系数 T：折射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。



$$R = \frac{\left|\langle \vec{S}'\rangle \cdot \vec{n}\right|}{\left|\langle \vec{S}\rangle \cdot \vec{n}\right|}, \quad \langle \vec{S}\rangle = \frac{1}{2}\epsilon_1 |\vec{\mathcal{E}}_0|^2 \vec{v}_p, \quad \langle \vec{S}'\rangle = \frac{1}{2}\epsilon_1 |\vec{\mathcal{E}}_0'|^2 \vec{v}_p',$$

$$R = \frac{|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2 \, |\vec{v}_p' \cdot \vec{n}|}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2 \, |\vec{v}_p \cdot \vec{n}|} = \frac{|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2 v_p' \cos\theta'}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2 v_p \cos\theta} = \frac{|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2} = |r|^2$$

利用了：$v_p = v_p'$，$\theta' = \theta$

$$R_s = \frac{\sin^2(\theta-\theta'')}{\sin^2(\theta+\theta'')}, \qquad R_p = \frac{\tan^2(\theta-\theta'')}{\tan^2(\theta+\theta'')},$$

$\langle \vec{S}\rangle = \frac{\epsilon_1}{2}\left|\vec{\mathcal{E}}_0\right|^2 \vec{v}_p$ 仅在均匀平面波下导出

$\vec{\mathcal{E}}_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}-i\omega t}$，$\vec{\mathcal{E}}_0$ 为复常矢量，$\vec{k}$ 实矢量。

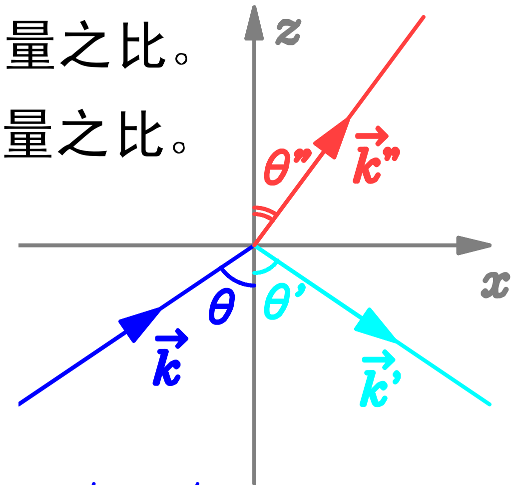
$$T = \frac{\left|\langle \vec{S}''\rangle \cdot \vec{n}\right|}{\left|\langle \vec{S}\rangle \cdot \vec{n}\right|}, \quad \langle \vec{S}\rangle = \frac{1}{2}\epsilon_1 |\vec{\mathcal{E}}_0|^2 \vec{v}_p, \quad \langle \vec{S}''\rangle = \frac{1}{2}\epsilon_2 |\vec{\mathcal{E}}_0''|^2 \vec{v}_p'',$$

$$T = \frac{\epsilon_2 \, |\vec{\mathcal{E}}_0''|^2 \, |\vec{v}_p'' \cdot \vec{n}|}{\epsilon_1 \, |\vec{\mathcal{E}}_0|^2 \, |\vec{v}_p \cdot \vec{n}|} = \frac{\epsilon_2 \, |\vec{\mathcal{E}}_0''|^2 \, v_p'' \cos\theta''}{\epsilon_1 \, |\vec{\mathcal{E}}_0|^2 \, v_p \cos\theta} = \frac{\sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1}} \frac{\cos\theta''}{\cos\theta} |t|^2 = \frac{\sin\theta}{\sin\theta''} \frac{\cos\theta''}{\cos\theta} |t|^2$$

三、反射系数和透射系数

反射系数 R： 反射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。

透射系数 T： 折射波能流的法向分量和入射波能流的法向分量之比。



$$R = \frac{\left|\langle \vec{S}'\rangle \cdot \vec{n}\right|}{\left|\langle \vec{S}\rangle \cdot \vec{n}\right|}, \quad \langle \vec{S}\rangle = \frac{1}{2}\epsilon_1 |\vec{\mathcal{E}}_0|^2 \vec{v}_p, \quad \langle \vec{S}'\rangle = \frac{1}{2}\epsilon_1 |\vec{\mathcal{E}}_0'|^2 \vec{v}_p',$$

$$R = \frac{|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2 \, |\vec{v}_p' \cdot \vec{n}|}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2 \, |\vec{v}_p \cdot \vec{n}|} = \frac{|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2 v_p' \cos\theta'}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2 v_p \cos\theta} = \frac{|\vec{\mathcal{E}}_0'|^2}{|\vec{\mathcal{E}}_0|^2} = |r|^2$$

利用了：$v_p = v_p'$， $\theta' = \theta$

$$R_s = \frac{\sin^2(\theta - \theta'')}{\sin^2(\theta + \theta'')}, \qquad R_p = \frac{\tan^2(\theta - \theta'')}{\tan^2(\theta + \theta'')},$$

$\langle \vec{S}\rangle = \frac{\epsilon_1}{2}|\vec{\mathcal{E}}_0|^2 \vec{v}_p$ 仅在均匀平面波下导出

$\vec{\mathcal{E}}_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r} - i\omega t}$， $\vec{\mathcal{E}}_0$ 为复常矢量，$\vec{k}$ 实矢量。

$$T = \frac{\left|\langle \vec{S}''\rangle \cdot \vec{n}\right|}{\left|\langle \vec{S}\rangle \cdot \vec{n}\right|}, \quad \langle \vec{S}\rangle = \frac{1}{2}\epsilon_1 |\vec{\mathcal{E}}_0|^2 \vec{v}_p, \quad \langle \vec{S}''\rangle = \frac{1}{2}\epsilon_2 |\vec{\mathcal{E}}_0''|^2 \vec{v}_p'',$$

$$T = \frac{\epsilon_2 \, |\vec{\mathcal{E}}_0''|^2 \, |\vec{v}_p'' \cdot \vec{n}|}{\epsilon_1 \, |\vec{\mathcal{E}}_0|^2 \, |\vec{v}_p \cdot \vec{n}|} = \frac{\epsilon_2 \, |\vec{\mathcal{E}}_0''|^2 \, v_p'' \cos\theta''}{\epsilon_1 \, |\vec{\mathcal{E}}_0|^2 \, v_p \cos\theta} = \frac{\sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1}} \, \frac{\cos\theta''}{\cos\theta} \, |t|^2 = \frac{\sin\theta}{\sin\theta''} \, \frac{\cos\theta''}{\cos\theta} \, |t|^2$$

利用了：$\mu_1 = \mu_2$，$v_p / v_p'' = \sqrt{\epsilon_2}/\sqrt{\epsilon_1} = \sin\theta / \sin\theta''$

$$T = \frac{\sin\theta\cos\theta''}{\cos\theta\sin\theta''}\,|t|^2,$$

Let there be light

$$T = \frac{\sin\theta\cos\theta''}{\cos\theta\sin\theta''}\,|t|^2, \qquad t_s = \frac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')}, \qquad t_p = \frac{2\cos\theta\ \sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')\cos(\theta-\theta'')}$$

$$T = \frac{\sin\theta\cos\theta''}{\cos\theta\sin\theta''}\,|t|^2, \qquad t_s = \frac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')}, \qquad t_p = \frac{2\cos\theta\ \sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')\cos(\theta-\theta'')}$$

$$T_s = \frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')}, \qquad T_p = \frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')\cos^2(\theta-\theta'')},$$

$$T = \frac{\sin\theta\cos\theta''}{\cos\theta\sin\theta''}\,|t|^2, \qquad t_s = \frac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')}, \qquad t_p = \frac{2\cos\theta\ \sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')\cos(\theta-\theta'')}$$

$$T_s = \frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')}, \qquad T_p = \frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')\cos^2(\theta-\theta'')},$$

$$R = |r|^2$$

$$T = \frac{\sin\theta\cos\theta''}{\cos\theta\sin\theta''}\,|t|^2, \qquad t_s = \frac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')}, \qquad t_p = \frac{2\cos\theta\ \sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')\cos(\theta-\theta'')}$$

$$T_s = \frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')}, \qquad T_p = \frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')\cos^2(\theta-\theta'')},$$

$$R = |r|^2 \qquad r_s = -\frac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}, \qquad r_p = \frac{\tan(\theta-\theta'')}{\tan(\theta+\theta'')}$$

$$T = \frac{\sin\theta\cos\theta''}{\cos\theta\sin\theta''}\,|t|^2, \qquad t_s = \frac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')}, \qquad t_p = \frac{2\cos\theta\,\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')\cos(\theta-\theta'')}$$

$$T_s = \frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')}, \qquad T_p = \frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')\cos^2(\theta-\theta'')},$$

$$R = |r|^2 \qquad r_s = -\frac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}, \qquad r_p = \frac{\tan(\theta-\theta'')}{\tan(\theta+\theta'')}$$

$$R_s = \frac{\sin^2(\theta-\theta'')}{\sin^2(\theta+\theta'')}, \qquad R_p = \frac{\tan^2(\theta-\theta'')}{\tan^2(\theta+\theta'')},$$

$$T = \frac{\sin\theta\cos\theta''}{\cos\theta\sin\theta''}\,|t|^2, \qquad t_s = \frac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')}, \qquad t_p = \frac{2\cos\theta\ \sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')\cos(\theta-\theta'')}$$

$$T_s = \frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')}, \qquad T_p = \frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')\cos^2(\theta-\theta'')},$$

$$R = |r|^2 \qquad r_s = -\frac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}, \qquad r_p = \frac{\tan(\theta-\theta'')}{\tan(\theta+\theta'')}$$

$$R_s = \frac{\sin^2(\theta-\theta'')}{\sin^2(\theta+\theta'')}, \qquad R_p = \frac{\tan^2(\theta-\theta'')}{\tan^2(\theta+\theta'')},$$

易验证：$T_s + R_s = 1, \qquad T_p + R_p = 1,$ 界面上能流的法向分量连续

$$T = \frac{\sin\theta\cos\theta''}{\cos\theta\sin\theta''}\,|t|^2, \qquad t_s = \frac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')}, \qquad t_p = \frac{2\cos\theta\ \sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')\cos(\theta-\theta'')}$$

$$T_s = \frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')}, \qquad T_p = \frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')\cos^2(\theta-\theta'')},$$

$$R = |r|^2 \qquad r_s = -\frac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}, \qquad r_p = \frac{\tan(\theta-\theta'')}{\tan(\theta+\theta'')}$$

$$R_s = \frac{\sin^2(\theta-\theta'')}{\sin^2(\theta+\theta'')}, \qquad R_p = \frac{\tan^2(\theta-\theta'')}{\tan^2(\theta+\theta'')},$$

易验证：$T_s + R_s = 1, \qquad T_p + R_p = 1,$ 界面上能流的法向分量连续

四、Brewster 角　半波损失

$$T=\frac{\sin\theta\cos\theta''}{\cos\theta\sin\theta''}\,|t|^2,\qquad t_s=\frac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')},\qquad t_p=\frac{2\cos\theta\ \sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')\cos(\theta-\theta'')}$$

$$T_s=\frac{\sin2\theta\sin2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')},\qquad T_p=\frac{\sin2\theta\sin2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')\cos^2(\theta-\theta'')},$$

$$R=|r|^2\qquad r_s=-\frac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')},\qquad r_p=\frac{\tan(\theta-\theta'')}{\tan(\theta+\theta'')}$$

$$R_s=\frac{\sin^2(\theta-\theta'')}{\sin^2(\theta+\theta'')},\qquad R_p=\frac{\tan^2(\theta-\theta'')}{\tan^2(\theta+\theta'')},$$

易验证：$T_s+R_s=1,\qquad T_p+R_p=1,$ 界面上能流的法向分量连续

四、Brewster 角　半波损失

由 Fresnel 公式知：s 波和 p 波的反射行为不同。如入射波为自然光，s 波和 p 波分量相等，经反射，s 波和 p 波分量（振幅）不等

$$T=\frac{\sin\theta\cos\theta''}{\cos\theta\sin\theta''}|t|^2,\qquad t_s=\frac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')},\qquad t_p=\frac{2\cos\theta\ \sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')\cos(\theta-\theta'')}$$

$$T_s=\frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')},\qquad T_p=\frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')\cos^2(\theta-\theta'')},$$

$$R=|r|^2\qquad r_s=-\frac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')},\qquad r_p=\frac{\tan(\theta-\theta'')}{\tan(\theta+\theta'')}$$

$$R_s=\frac{\sin^2(\theta-\theta'')}{\sin^2(\theta+\theta'')},\qquad R_p=\frac{\tan^2(\theta-\theta'')}{\tan^2(\theta+\theta'')},$$

易验证：$T_s+R_s=1,\qquad T_p+R_p=1,$ 界面上能流的法向分量连续

四、Brewster 角　半波损失

由 Fresnel 公式知：s 波和 p 波的反射行为不同。如入射波为自然光，s 波和 p 波分量相等，经反射，s 波和 p 波分量（振幅）不等 —— 部分偏振波

$$T = \frac{\sin\theta\cos\theta''}{\cos\theta\sin\theta''}\,|t|^2, \qquad t_s = \frac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')}, \qquad t_p = \frac{2\cos\theta\,\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')\cos(\theta-\theta'')}$$

$$T_s = \frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')}, \qquad T_p = \frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')\cos^2(\theta-\theta'')},$$

$$R = |r|^2 \qquad r_s = -\frac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}, \qquad r_p = \frac{\tan(\theta-\theta'')}{\tan(\theta+\theta'')}$$

$$R_s = \frac{\sin^2(\theta-\theta'')}{\sin^2(\theta+\theta'')}, \qquad R_p = \frac{\tan^2(\theta-\theta'')}{\tan^2(\theta+\theta'')},$$

易验证：$T_s + R_s = 1, \qquad T_p + R_p = 1,$ 界面上能流的法向分量连续

四、Brewster 角　半波损失

由 Fresnel 公式知：s 波和 p 波的反射行为不同。如入射波为自然光，

s 波和 p 波分量相等，经反射，s 波和 p 波分量（振幅）不等 —— 部分偏振波

当 $\theta + \theta'' = \frac{\pi}{2}$ 时，$\tan(\theta+\theta'') \to \infty$

$$T = \frac{\sin\theta\cos\theta''}{\cos\theta\sin\theta''}\,|t|^2, \qquad t_s = \frac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')}, \qquad t_p = \frac{2\cos\theta\,\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')\cos(\theta-\theta'')}$$

$$T_s = \frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')}, \qquad T_p = \frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')\cos^2(\theta-\theta'')},$$

$$R = |r|^2 \qquad r_s = -\frac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}, \qquad r_p = \frac{\tan(\theta-\theta'')}{\tan(\theta+\theta'')}$$

$$R_s = \frac{\sin^2(\theta-\theta'')}{\sin^2(\theta+\theta'')}, \qquad R_p = \frac{\tan^2(\theta-\theta'')}{\tan^2(\theta+\theta'')},$$

易验证：$T_s + R_s = 1,\qquad T_p + R_p = 1,$ 界面上能流的法向分量连续

四、Brewster 角　半波损失

由 Fresnel 公式知：s 波和 p 波的反射行为不同。如入射波为自然光，s 波和 p 波分量相等，经反射，s 波和 p 波分量（振幅）不等 —— 部分偏振波

当 $\theta+\theta''=\frac{\pi}{2}$ 时，$\tan(\theta+\theta'')\to\infty \quad\Longrightarrow\quad r_p = 0$：反射波只有 s 波分量

$$T = \frac{\sin\theta\cos\theta''}{\cos\theta\sin\theta''}\,|t|^2, \qquad t_s = \frac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')}, \qquad t_p = \frac{2\cos\theta\,\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')\cos(\theta-\theta'')}$$

$$T_s = \frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')}, \qquad T_p = \frac{\sin 2\theta\sin 2\theta''}{\sin^2(\theta+\theta'')\cos^2(\theta-\theta'')},$$

$$R = |r|^2 \qquad r_s = -\frac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}, \qquad r_p = \frac{\tan(\theta-\theta'')}{\tan(\theta+\theta'')}$$

$$R_s = \frac{\sin^2(\theta-\theta'')}{\sin^2(\theta+\theta'')}, \qquad R_p = \frac{\tan^2(\theta-\theta'')}{\tan^2(\theta+\theta'')},$$

易验证：$T_s + R_s = 1,\qquad T_p + R_p = 1,$ 界面上能流的法向分量连续

四、Brewster 角　半波损失

由 Fresnel 公式知：s 波和 p 波的反射行为不同。如入射波为自然光，

s 波和 p 波分量相等，经反射，s 波和 p 波分量（振幅）不等 —— 部分偏振波

当 $\theta+\theta''=\frac{\pi}{2}$ 时，$\tan(\theta+\theta'')\to\infty \quad\Longrightarrow\quad r_p=0$：反射波只有 s 波分量

反射波是完全线偏振波，这时的入射角称为：Brewster 角 θ_B

Brewster 角 θ_B： $\theta_B + \theta'' = \dfrac{\pi}{2}$

Brewster 角 θ_B： $\theta_B + \theta'' = \dfrac{\pi}{2}$

再由： $\dfrac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \dfrac{n_2}{n_1}$

Let there be light

Brewster 角 θ_B： $\theta_B + \theta'' = \dfrac{\pi}{2}$

再由： $\dfrac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \dfrac{n_2}{n_1} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\tan\theta_B = \dfrac{n_2}{n_1}}$

Brewster 角 θ_B：$\theta_B + \theta'' = \dfrac{\pi}{2}$

再由：$\dfrac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \dfrac{n_2}{n_1} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\tan\theta_B = \dfrac{n_2}{n_1}}$

当入射波以 Brewster 角入射时，(因为 $r_p = 0$)

其 p 波分量将全部被透射,不反射。

Let there be light

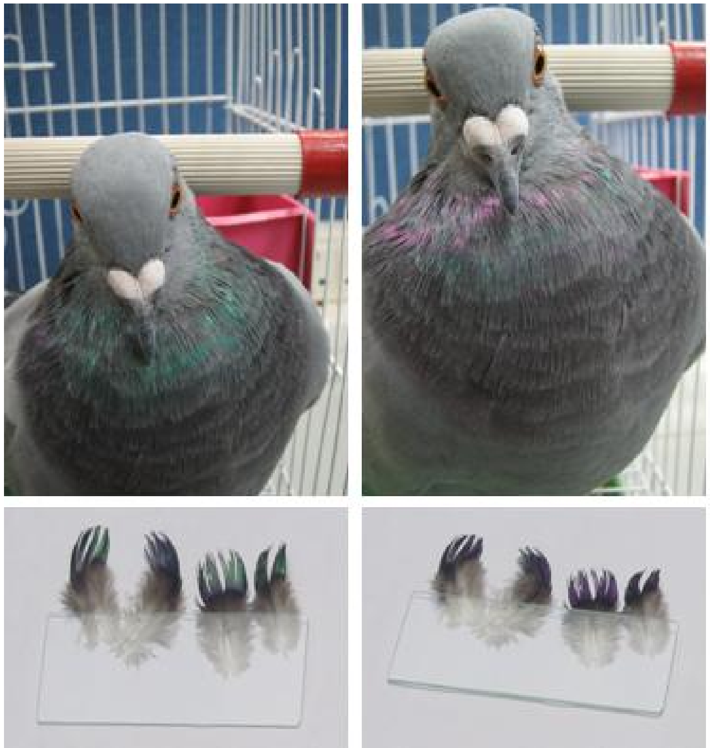
Brewster 角 θ_B：$\theta_B + \theta'' = \dfrac{\pi}{2}$

再由：$\dfrac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \dfrac{n_2}{n_1} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\tan\theta_B = \dfrac{n_2}{n_1}}$

当入射波以 Brewster 角入射时，(因为 $r_p = 0$)

其 p 波分量将全部被透射,不反射。

自然界：布鲁斯特角对鸽子羽毛虹彩现象的颜色和亮度变化有重要作用



Let there be light

Brewster 角 θ_B： $\theta_B + \theta'' = \dfrac{\pi}{2}$

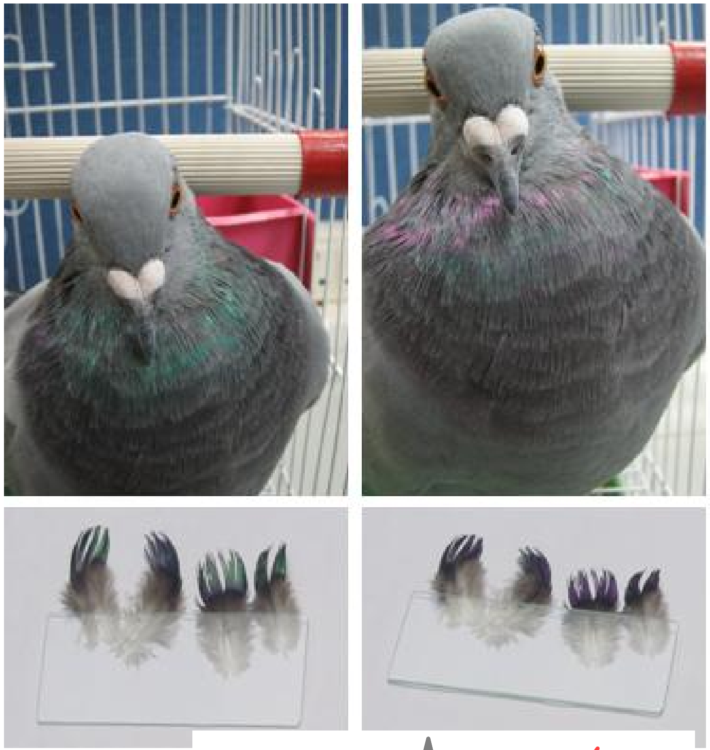
再由： $\dfrac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \dfrac{n_2}{n_1} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\tan\theta_B = \dfrac{n_2}{n_1}}$

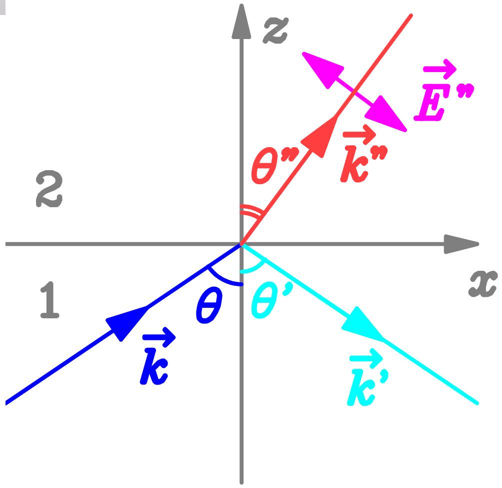
当入射波以 Brewster 角入射时，(因为 $r_p = 0$)

其 p 波分量将全部被透射,不反射。

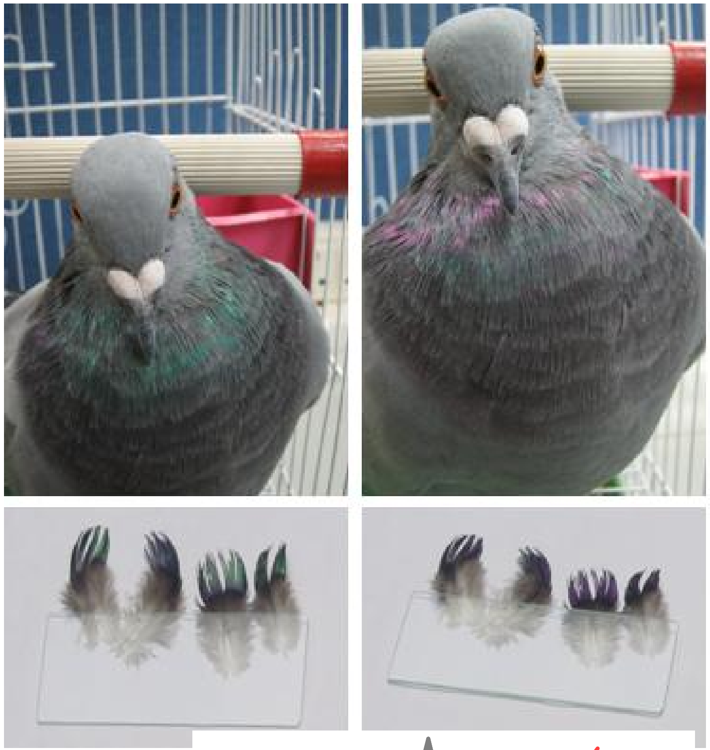
自然界： 布鲁斯特角对鸽子羽毛虹彩现象

的颜色和亮度变化有重要作用





Let there be light



Brewster 角 θ_B： $\theta_B+\theta''=\dfrac{\pi}{2}$

再由： $\dfrac{\sin\theta}{\sin\theta''}=\dfrac{n_2}{n_1} \quad\Longrightarrow\quad \boxed{\tan\theta_B=\dfrac{n_2}{n_1}}$

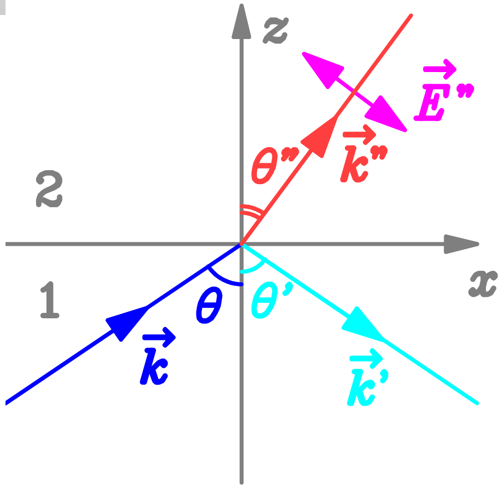
当入射波以 Brewster 角入射时，(因为 $r_p=0$)

其 p 波分量将全部被透射,不反射。

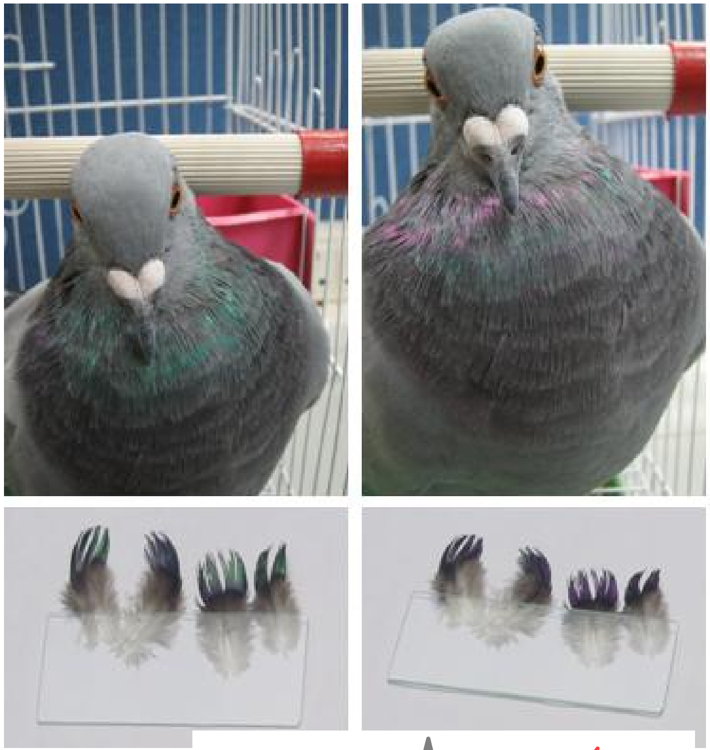
自然界： 布鲁斯特角对鸽子羽毛虹彩现象

的颜色和亮度变化有重要作用

物理图象：



Let there be light



Brewster 角 θ_B： $\theta_B + \theta'' = \dfrac{\pi}{2}$

再由： $\dfrac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \dfrac{n_2}{n_1} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\tan\theta_B = \dfrac{n_2}{n_1}}$

当入射波以 Brewster 角入射时，(因为 $r_p = 0$)

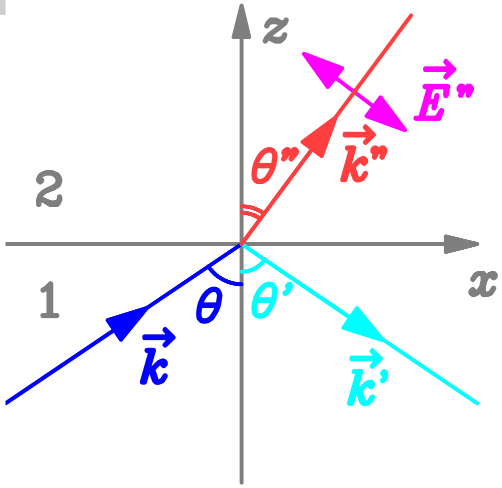
其 p 波分量将全部被透射,不反射。

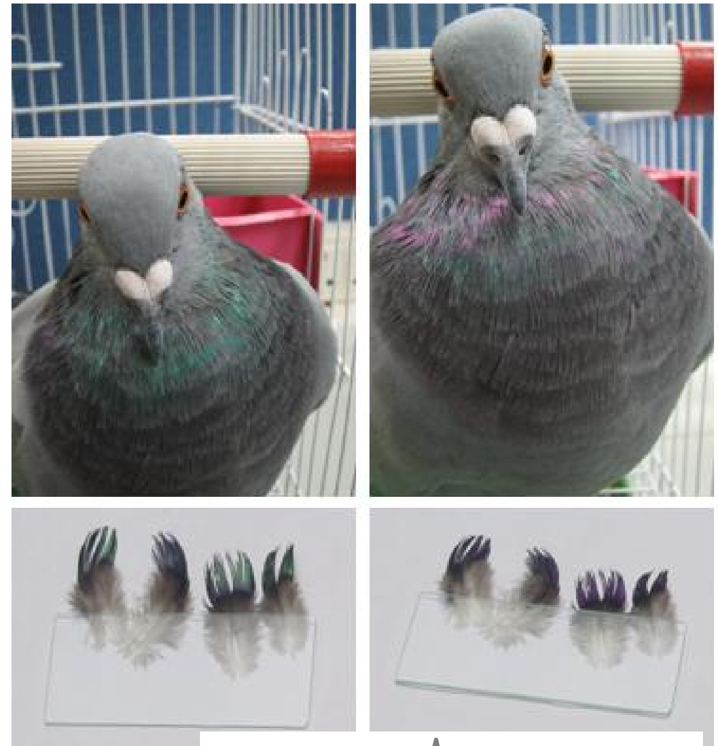
自然界： 布鲁斯特角对鸽子羽毛虹彩现象

的颜色和亮度变化有重要作用

物理图象： 以 Brewster 角入射时 $\theta + \theta'' = \frac{\pi}{2}$

$\theta' + \theta'' = \frac{\pi}{2}$， (反射波波矢) $\vec{k}' \perp \vec{k}''$ (折射波波矢)





Brewster 角 θ_B：$\theta_B + \theta'' = \dfrac{\pi}{2}$

再由：$\dfrac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \dfrac{n_2}{n_1} \implies \boxed{\tan\theta_B = \dfrac{n_2}{n_1}}$

当入射波以 Brewster 角入射时，(因为 $r_p = 0$)

其 p 波分量将全部被透射,不反射。

自然界：布鲁斯特角对鸽子羽毛虹彩现象

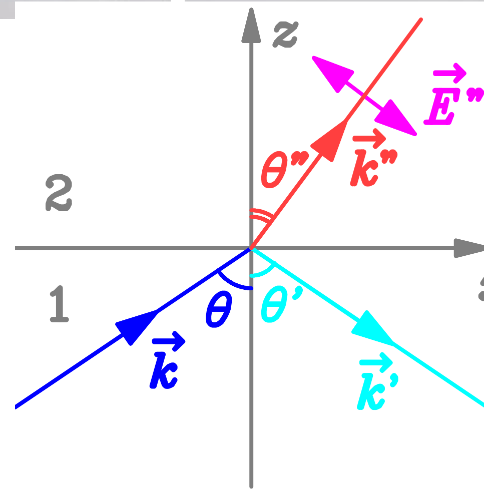
的颜色和亮度变化有重要作用

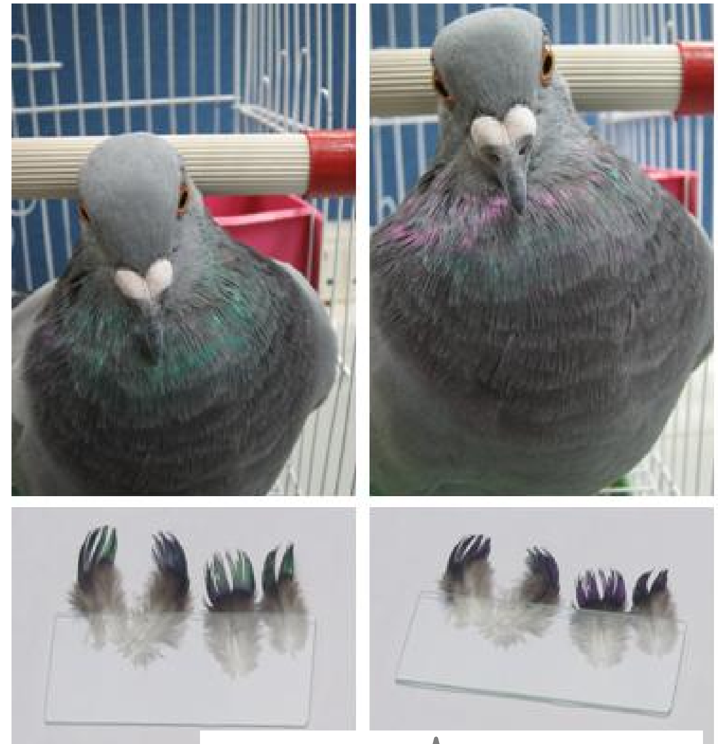
物理图象： 以 Brewster 角入射时 $\theta + \theta'' = \frac{\pi}{2}$

$\theta' + \theta'' = \frac{\pi}{2}$， (反射波波矢) $\vec{k}' \perp \vec{k}''$ (折射波波矢)

p 波的折射波（在介质 2 中）电场 $\vec{E}''$ 平行于 $\vec{k}'$

介质 2 中的极化强度 $\vec{P}$ 平行于 $\vec{k}'$，宏观偶极矩平行于 $\vec{k}'$。





Brewster 角 θ_B：$\theta_B + \theta'' = \dfrac{\pi}{2}$

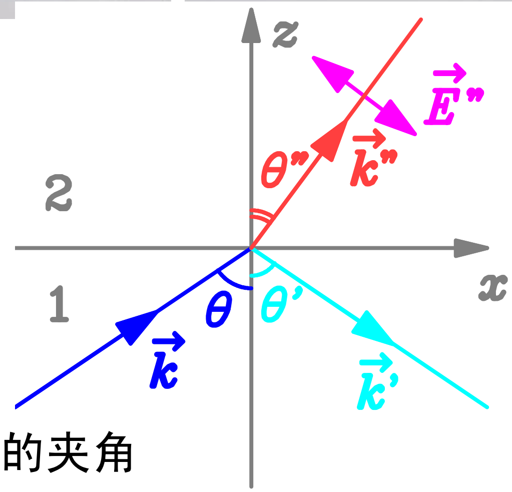
再由：$\dfrac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \dfrac{n_2}{n_1} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\tan\theta_B = \dfrac{n_2}{n_1}}$

当入射波以 Brewster 角入射时，(因为 $r_p = 0$)

其 p 波分量将全部被透射,不反射。

自然界：布鲁斯特角对鸽子羽毛虹彩现象

的颜色和亮度变化有重要作用



物理图象：以 Brewster 角入射时 $\theta + \theta'' = \frac{\pi}{2}$

$\theta' + \theta'' = \frac{\pi}{2}$，(反射波波矢) $\vec{k}' \perp \vec{k}''$ (折射波波矢)

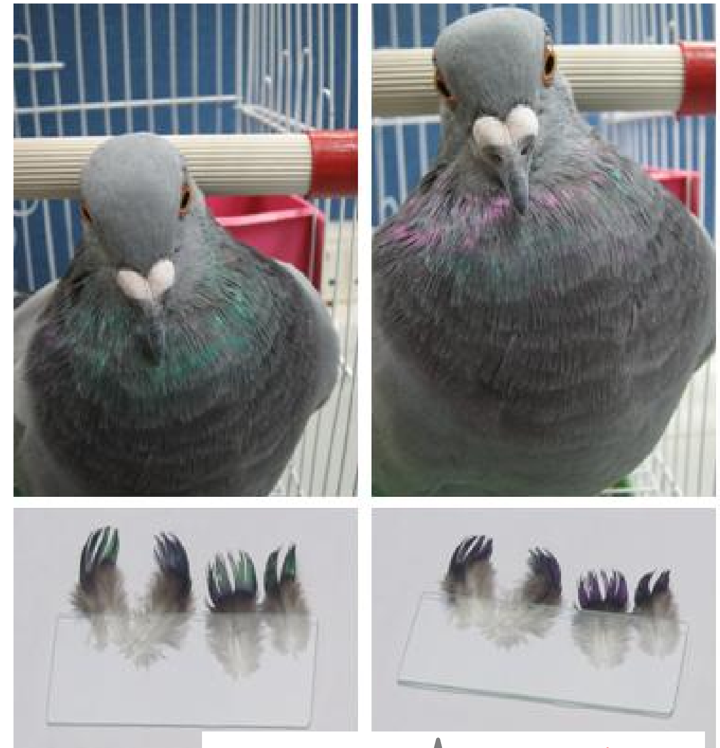
p 波的折射波（在介质 2 中）电场 $\vec{E}''$ 平行于 $\vec{k}'$

介质 2 中的极化强度 $\vec{P}$ 平行于 $\vec{k}'$，宏观偶极矩平行于 $\vec{k}'$。

反射波为介质 2 中受激发的平行于 $\vec{k}'$ 的电偶极子之辐射波

而偶极辐射强度与 $\sin^2\phi$ 成正比，ϕ 为偶极方向与位置矢量的夹角

沿反射波波矢量的 $\vec{k}'$ 方向，$\phi = 0$，故沿 $\vec{k}'$ 方向没有反射波



Brewster 角 θ_B：$\theta_B + \theta'' = \dfrac{\pi}{2}$

再由：$\dfrac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \dfrac{n_2}{n_1} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\tan\theta_B = \dfrac{n_2}{n_1}}$

当入射波以 Brewster 角入射时，(因为 $r_p = 0$)

其 p 波分量将全部被透射，不反射。

自然界：布鲁斯特角对鸽子羽毛虹彩现象

的颜色和亮度变化有重要作用

物理图象：以 Brewster 角入射时 $\theta + \theta'' = \frac{\pi}{2}$

$\theta' + \theta'' = \frac{\pi}{2}$， (反射波波矢) $\vec{k}' \perp \vec{k}''$ (折射波波矢)

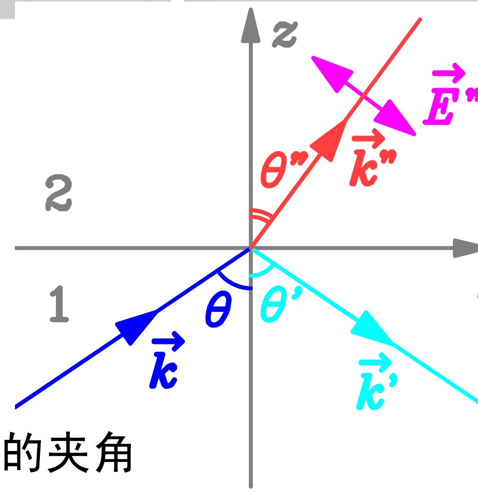
p 波的折射波（在介质 2 中）电场 $\vec{E}''$ 平行于 $\vec{k}'$

介质 2 中的极化强度 $\vec{P}$ 平行于 $\vec{k}'$，宏观偶极矩平行于 $\vec{k}'$。

反射波为介质 2 中受激发的平行于 $\vec{k}'$ 的电偶极子之辐射波

而偶极辐射强度与 $\sin^2\phi$ 成正比，ϕ 为偶极方向与位置矢量的夹角

沿反射波波矢量的 $\vec{k}'$ 方向，$\phi = 0$，故沿 $\vec{k}'$ 方向没有反射波



思考：对 s 波，是否存在全透射的类 Brewster 角

发生折射时（$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta < 1$），反射波与入射波的电场振幅有如下关系：

对 s 波（电场垂直入射面）： $\dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = r_s = -\dfrac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}$

发生折射时（$s \equiv \frac{k_x''}{k''} = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta < 1$），反射波与入射波的电场振幅有如下关系：

对 s 波（电场垂直入射面）：$\frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = r_s = -\frac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}$ 反射波与入射波相位差为 0 或 π

发生折射时（$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta < 1$），反射波与入射波的电场振幅有如下关系：

对 s 波（电场垂直入射面）：$\dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = r_s = -\dfrac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}$ 反射波与入射波相位差为 0 或 π

当光由光疏介质 1 入射到光密介质 2（即由折射率 n 小的介质入射到 n 大的介质）时

$$n_1 < n_2, \quad n_1 \sin\theta = n_2 \sin\theta''$$

发生折射时（$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta < 1$），反射波与入射波的电场振幅有如下关系：

对 s 波（电场垂直入射面）：$\dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = r_s = -\dfrac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}$ 反射波与入射波相位差为 0 或 π

当光由光疏介质 1 入射到光密介质 2（即由折射率 n 小的介质入射到 n 大的介质）时

$$n_1 < n_2, \quad n_1\sin\theta = n_2\sin\theta'' \quad \Longrightarrow \quad \theta > \theta''$$

发生折射时（$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta < 1$），反射波与入射波的电场振幅有如下关系：

对 s 波（电场垂直入射面）：$\dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = r_s = -\dfrac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}$ 反射波与入射波相位差为 0 或 π

当光由光疏介质 1 入射到光密介质 2（即由折射率 n 小的介质入射到 n 大的介质）时

$$n_1 < n_2, \quad n_1 \sin\theta = n_2 \sin\theta'' \quad \Longrightarrow \quad \theta > \theta'' \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{E}'_0/\mathcal{E}_0 < 0$$

发生折射时（$s \equiv \frac{k''_x}{k''} = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta < 1$），反射波与入射波的电场振幅有如下关系：

对 s 波（电场垂直入射面）：$\frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = r_s = -\frac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}$ 反射波与入射波相位差为 0 或 π

当光由光疏介质 1 入射到光密介质 2（即由折射率 n 小的介质入射到 n 大的介质）时

$$n_1 < n_2, \quad n_1\sin\theta = n_2\sin\theta'' \quad \Longrightarrow \quad \theta > \theta'' \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{E}'_0/\mathcal{E}_0 < 0$$

反射波与入射波相位相差 π。

相当于反射后，损失了半个波长的位相。故称半波损失。

发生折射时（$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta < 1$），反射波与入射波的电场振幅有如下关系：

对 s 波（电场垂直入射面）：$\dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = r_s = -\dfrac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}$ 反射波与入射波相位差为 0 或 π

当光由光疏介质 1 入射到光密介质 2（即由折射率 n 小的介质入射到 n 大的介质）时

$$n_1 < n_2, \quad n_1\sin\theta = n_2\sin\theta'' \quad \Longrightarrow \quad \theta > \theta'' \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{E}'_0/\mathcal{E}_0 < 0$$

反射波与入射波相位相差 π。

相当于反射后，损失了半个波长的位相。故称半波损失。

若由光密入射到光疏介质，则反射时无相位变化，没有半波损失现象。

发生折射时（$s \equiv \frac{k''_x}{k''} = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta < 1$），反射波与入射波的电场振幅有如下关系：

对 s 波（电场垂直入射面）：$\frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = r_s = -\frac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}$　反射波与入射波相位差为 0 或 π

当光由光疏介质 1 入射到光密介质 2（即由折射率 n 小的介质入射到 n 大的介质）时

$$n_1 < n_2, \quad n_1\sin\theta = n_2\sin\theta'' \quad \Longrightarrow \quad \theta > \theta'' \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{E}'_0/\mathcal{E}_0 < 0$$

反射波与入射波相位相差 π。

相当于反射后，损失了半个波长的位相。故称半波损失。

若由光密入射到光疏介质，则反射时无相位变化，没有半波损失现象。

对 p 波（电场平行入射面）：$\frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = r_p = \frac{\tan(\theta-\theta'')}{\tan(\theta+\theta'')}$

发生折射时（$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta < 1$），反射波与入射波的电场振幅有如下关系：

对 s 波（电场垂直入射面）：$\dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = r_s = -\dfrac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}$ 反射波与入射波相位差为 0 或 π

当光由光疏介质 1 入射到光密介质 2（即由折射率 n 小的介质入射到 n 大的介质）时

$$n_1 < n_2, \quad n_1\sin\theta = n_2\sin\theta'' \quad \Longrightarrow \quad \theta > \theta'' \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{E}'_0/\mathcal{E}_0 < 0$$

反射波与入射波相位相差 π。

相当于反射后，损失了半个波长的位相。故称半波损失。

若由光密入射到光疏介质，则反射时无相位变化，没有半波损失现象。

对 p 波（电场平行入射面）：$\dfrac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = r_p = \dfrac{\tan(\theta-\theta'')}{\tan(\theta+\theta'')}$ 反射波与入射波相位差为 0 或 π

发生折射时（$s \equiv \frac{k''_x}{k''} = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta < 1$），反射波与入射波的电场振幅有如下关系：

对 s 波（电场垂直入射面）：$\frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = r_s = -\frac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}$ 反射波与入射波相位差为 0 或 π

当光由光疏介质 1 入射到光密介质 2（即由折射率 n 小的介质入射到 n 大的介质）时

$$n_1 < n_2, \quad n_1\sin\theta = n_2\sin\theta'' \quad \Longrightarrow \quad \theta > \theta'' \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{E}'_0/\mathcal{E}_0 < 0$$

反射波与入射波相位相差 π。

相当于反射后，损失了半个波长的位相。故称半波损失。

若由光密入射到光疏介质，则反射时无相位变化，没有半波损失现象。

对 p 波（电场平行入射面）：$\frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = r_p = \frac{\tan(\theta-\theta'')}{\tan(\theta+\theta'')}$ 反射波与入射波相位差为 0 或 π

这时 $\vec{\mathcal{E}}\,'$ 与 $\vec{\mathcal{E}}$ 仅当正入射 $(\theta = 0)$ 和掠射 $(\theta \approx \pi/2)$ 时才近似共线

发生折射时（$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta < 1$），反射波与入射波的电场振幅有如下关系：

对 s 波（电场垂直入射面）：$\dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = r_s = -\dfrac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}$ 反射波与入射波相位差为 0 或 π

当光由光疏介质 1 入射到光密介质 2（即由折射率 n 小的介质入射到 n 大的介质）时

$$n_1 < n_2, \quad n_1\sin\theta = n_2\sin\theta'' \quad \Longrightarrow \quad \theta > \theta'' \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{E}'_0/\mathcal{E}_0 < 0$$

反射波与入射波相位相差 π。

相当于反射后，损失了半个波长的位相。故称半波损失。

若由光密入射到光疏介质，则反射时无相位变化，没有半波损失现象。

对 p 波（电场平行入射面）：$\dfrac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = r_p = \dfrac{\tan(\theta-\theta'')}{\tan(\theta+\theta'')}$ 反射波与入射波相位差为 0 或 π

这时 $\vec{\mathcal{E}}'$ 与 $\vec{\mathcal{E}}$ 仅当正入射 $(\theta = 0)$ 和掠射 $(\theta \approx \pi/2)$ 时才近似共线

通常，若 $\theta < \theta_B$，$\mathcal{E}'_0/\mathcal{E}_0 > 0$ 对应于电场振幅位相存在半波损失。

若 $\theta > \theta_B$，$\mathcal{E}'_0/\mathcal{E}_0 < 0$ 对应于电场振幅位相存在半波损失。 why?

发生折射时（$s \equiv \frac{k''_x}{k''} = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta < 1$），反射波与入射波的电场振幅有如下关系：

对 s 波（电场垂直入射面）：$\frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = r_s = -\frac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')}$ 反射波与入射波相位差为 0 或 π

当光由光疏介质 1 入射到光密介质 2（即由折射率 n 小的介质入射到 n 大的介质）时

$$n_1 < n_2, \quad n_1\sin\theta = n_2\sin\theta'' \quad \Longrightarrow \quad \theta > \theta'' \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{E}'_0/\mathcal{E}_0 < 0$$

反射波与入射波相位相差 π。

相当于反射后，损失了半个波长的位相。故称半波损失。

若由光密入射到光疏介质，则反射时无相位变化，没有半波损失现象。

对 p 波（电场平行入射面）：$\frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = r_p = \frac{\tan(\theta-\theta'')}{\tan(\theta+\theta'')}$ 反射波与入射波相位差为 0 或 π

这时 $\vec{\mathcal{E}}\,'$ 与 $\vec{\mathcal{E}}$ 仅当正入射 $(\theta = 0)$ 和掠射 $(\theta \approx \pi/2)$ 时才近似共线

通常，若 $\theta < \theta_B$，$\mathcal{E}'_0/\mathcal{E}_0 > 0$ 对应于电场振幅位相存在半波损失。

若 $\theta > \theta_B$，$\mathcal{E}'_0/\mathcal{E}_0 < 0$ 对应于电场振幅位相存在半波损失。 why?

若 p 波由光疏入射到光密介质，反射时仍然有半波损失现象