§1.1 矢量代数

§1.1 矢量代数

一、矢量运算

§1.1 矢量代数

一、矢量运算

矢量： 既有大小又有方向的量，如：速度 $\vec{v}$，位置 $\vec{r}$ 等

§1.1 矢量代数

一、矢量运算

矢量： 既有大小又有方向的量，如：速度 $\vec{\boldsymbol{v}}$，位置 $\vec{\boldsymbol{r}}$ 等

标量： 只有大小没有方向的量，如：质量 m，电荷 q 等

§1.1 矢量代数

一、矢量运算

矢量： 既有大小又有方向的量，如：速度 $\vec{\boldsymbol{v}}$，位置 $\vec{\boldsymbol{r}}$ 等

标量： 只有大小没有方向的量，如：质量 m，电荷 q 等

1. 矢量的加法

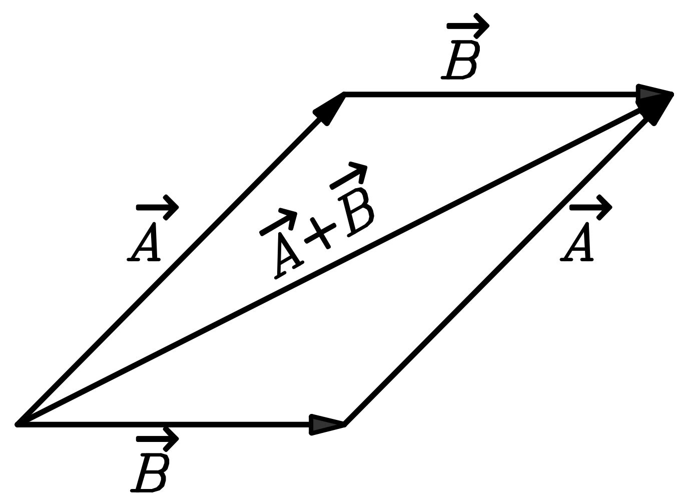
§1.1 矢量代数

一、矢量运算

矢量： 既有大小又有方向的量，如：速度 $\vec{\boldsymbol{v}}$，位置 $\vec{\boldsymbol{r}}$ 等

标量： 只有大小没有方向的量，如：质量 m，电荷 q 等

1. 矢量的加法



§ 1.1 矢量代数

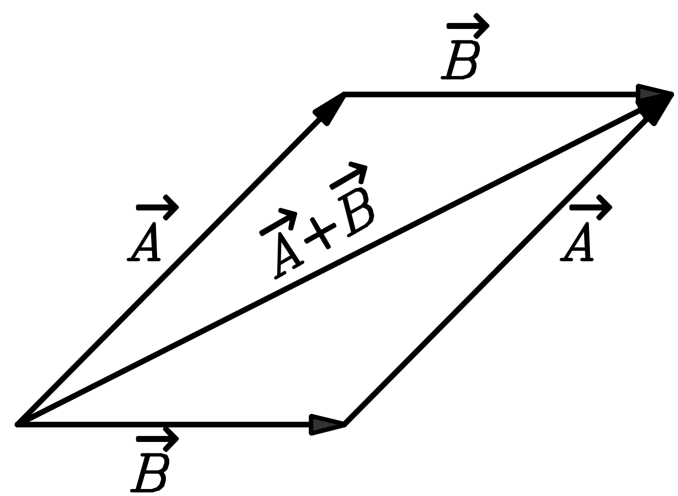
一、矢量运算

矢量：既有大小又有方向的量，如：速度 $\vec{\boldsymbol{v}}$，位置 $\vec{\boldsymbol{r}}$ 等

标量：只有大小没有方向的量，如：质量 m，电荷 q 等

1. 矢量的加法

交换律（commutative）



§1.1 矢量代数

一、矢量运算

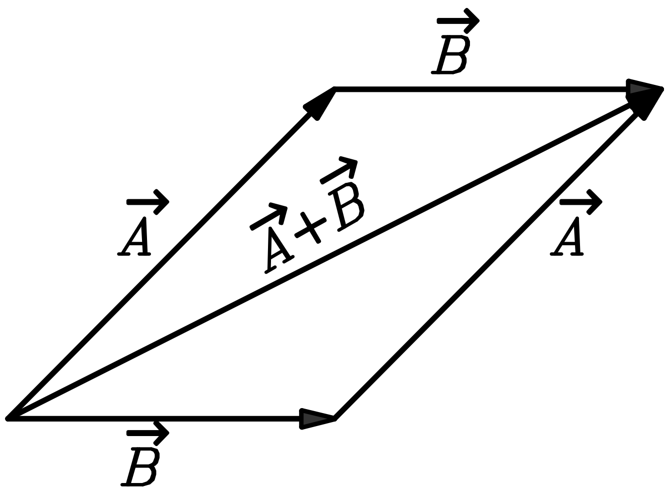
矢量： 既有大小又有方向的量，如：速度 $\vec{v}$，位置 $\vec{r}$ 等

标量： 只有大小没有方向的量，如：质量 m，电荷 q 等

1. 矢量的加法

交换律（commutative）

$$\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$$



§ 1.1 矢量代数

一、矢量运算

矢量：既有大小又有方向的量，如：速度 $\vec{\boldsymbol{v}}$，位置 $\vec{\boldsymbol{r}}$ 等

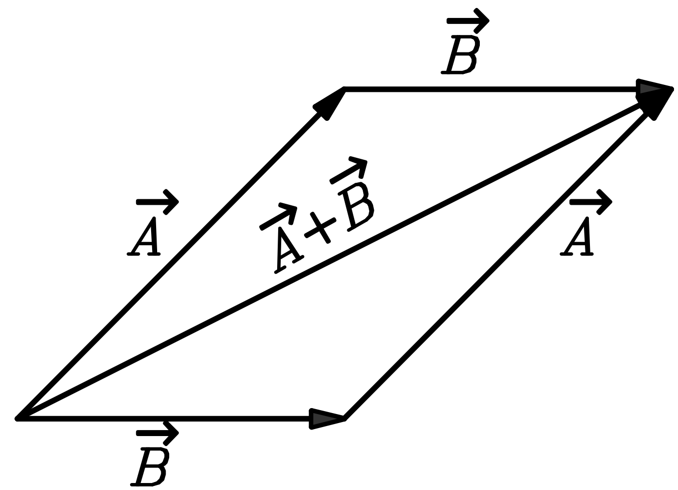
标量：只有大小没有方向的量，如：质量 m，电荷 q 等

1. 矢量的加法

交换律（commutative）

$$\vec{\boldsymbol{A}}+\vec{\boldsymbol{B}}=\vec{\boldsymbol{B}}+\vec{\boldsymbol{A}}$$

结合律（associative）



§ 1.1 矢量代数

一、矢量运算

矢量：既有大小又有方向的量，如：速度 $\vec{v}$，位置 $\vec{r}$ 等

标量：只有大小没有方向的量，如：质量 m，电荷 q 等

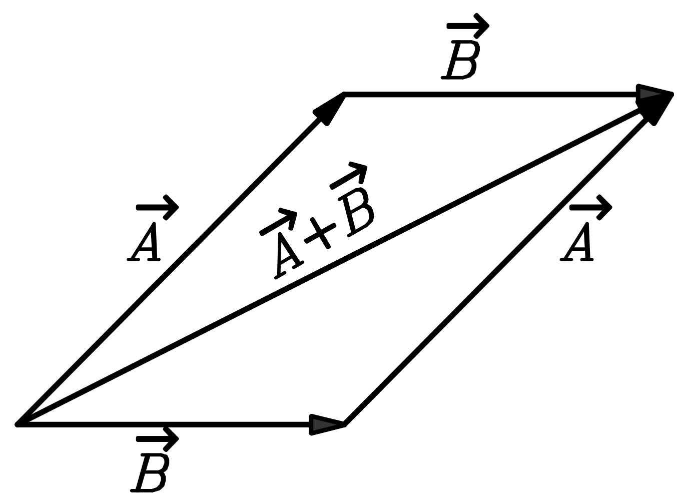
1. 矢量的加法

交换律（commutative）

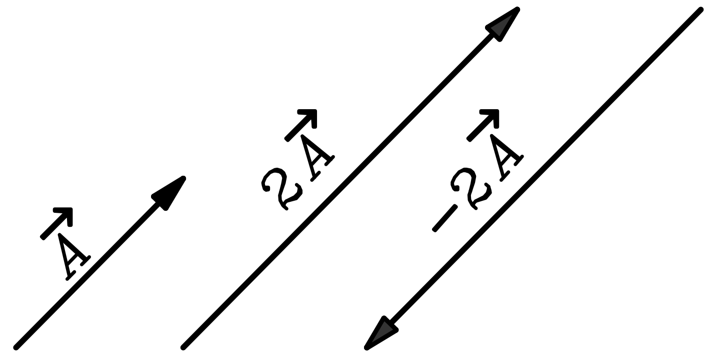
$$\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$$

结合律（associative）

$$(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$$

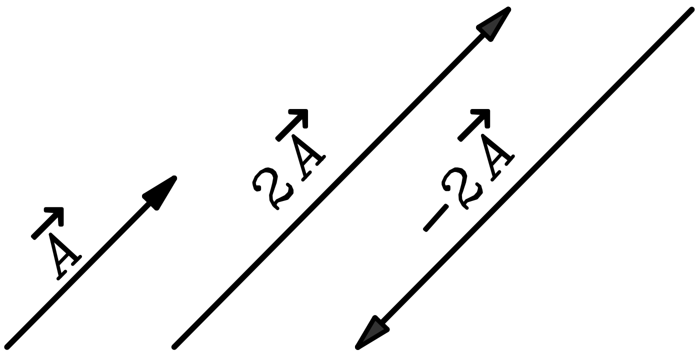


2. 矢量与标量的乘积



2. 矢量与标量的乘积

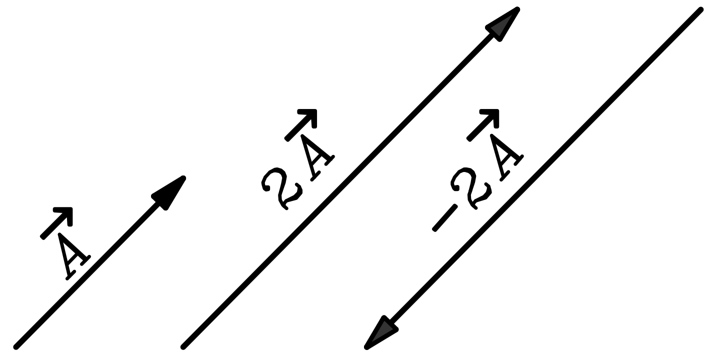
分配律（distributive）



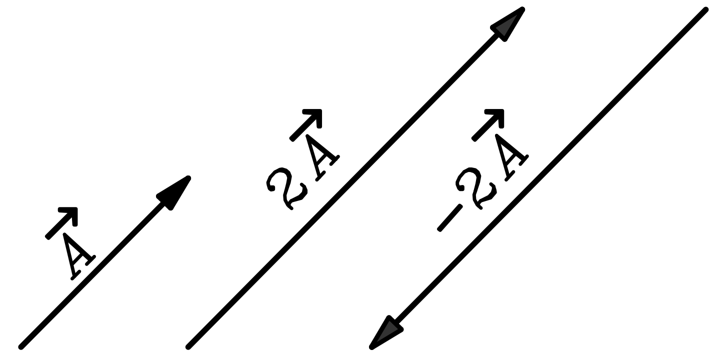
2. 矢量与标量的乘积

分配律（distributive）

$$\alpha(\vec{\boldsymbol{A}} + \vec{\boldsymbol{B}}) = \alpha\vec{\boldsymbol{A}} + \alpha\vec{\boldsymbol{B}}$$



2. 矢量与标量的乘积



分配律（distributive）

$$\alpha(\vec{\boldsymbol{A}}+\vec{\boldsymbol{B}})=\alpha\vec{\boldsymbol{A}}+\alpha\vec{\boldsymbol{B}}$$

矢量的减法

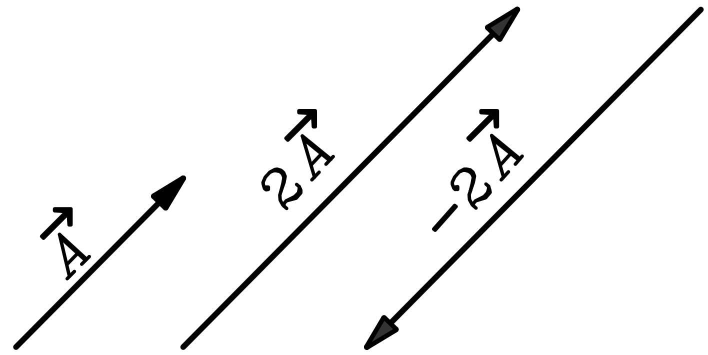
2. 矢量与标量的乘积

分配律（distributive）

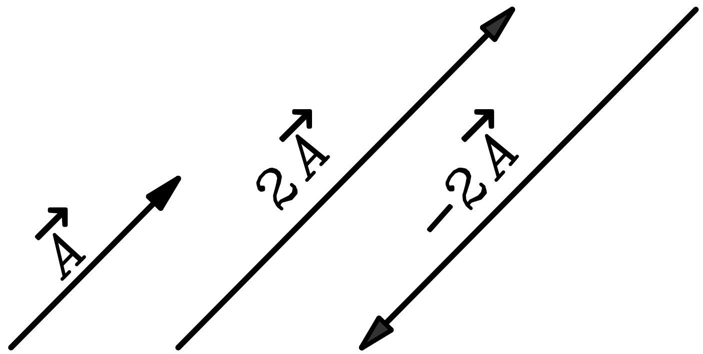
$$\alpha(\vec{\boldsymbol{A}} + \vec{\boldsymbol{B}}) = \alpha\vec{\boldsymbol{A}} + \alpha\vec{\boldsymbol{B}}$$

矢量的减法

$$\vec{\boldsymbol{A}} - \vec{\boldsymbol{B}} = \vec{\boldsymbol{A}} + (-\vec{\boldsymbol{B}})$$



2. 矢量与标量的乘积



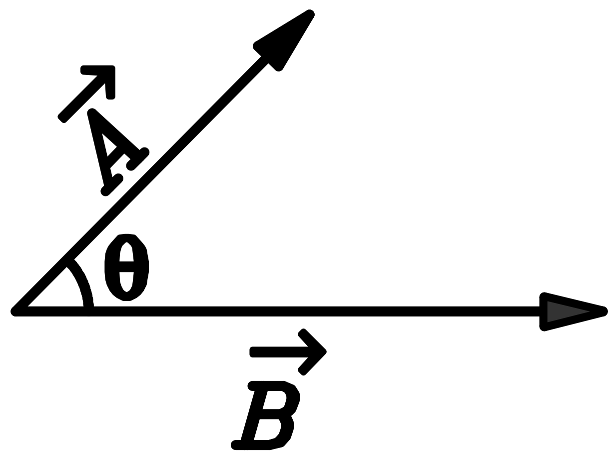
分配律（distributive）

$$\alpha(\vec{A}+\vec{B}) = \alpha\vec{A}+\alpha\vec{B}$$

矢量的减法

$$\vec{A}-\vec{B} = \vec{A}+(-\vec{B})$$

3. 两个矢量的点积 (dot product, scalar product)



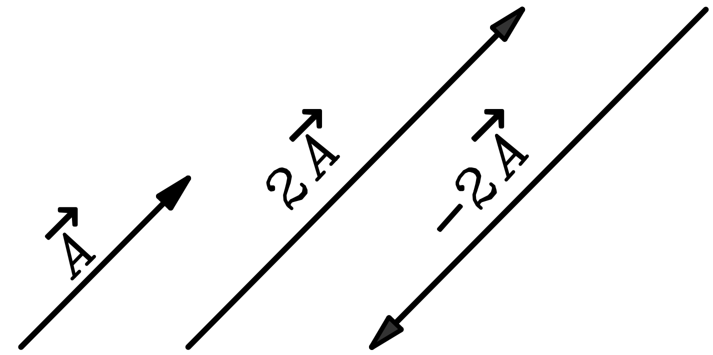
2. 矢量与标量的乘积

分配律（distributive）

$$\alpha(\vec{A}+\vec{B}) = \alpha\vec{A}+\alpha\vec{B}$$

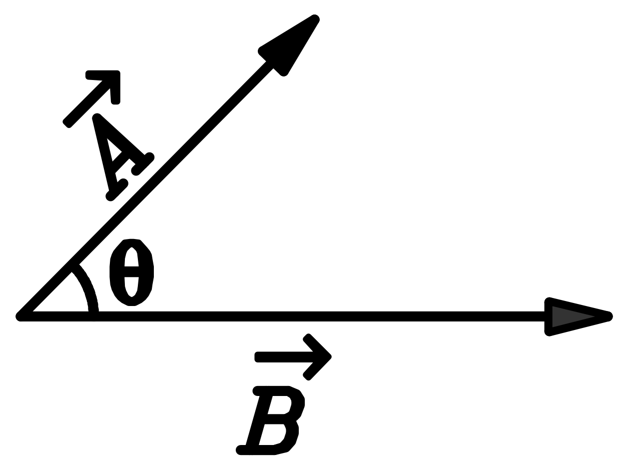
矢量的减法

$$\vec{A}-\vec{B} = \vec{A}+(-\vec{B})$$



3. 两个矢量的点积 (dot product, scalar product)

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta$$



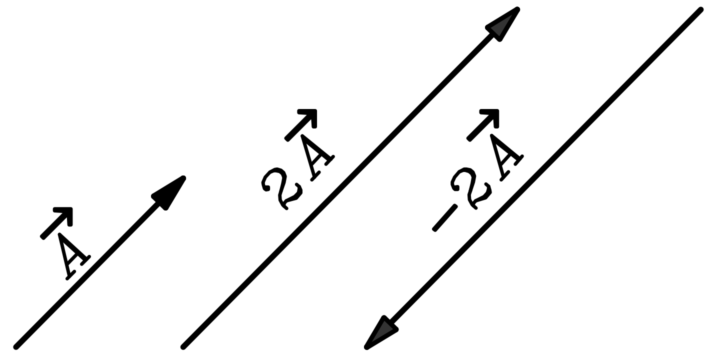
2. 矢量与标量的乘积

分配律（distributive）

$$\alpha(\vec{A}+\vec{B})=\alpha\vec{A}+\alpha\vec{B}$$

矢量的减法

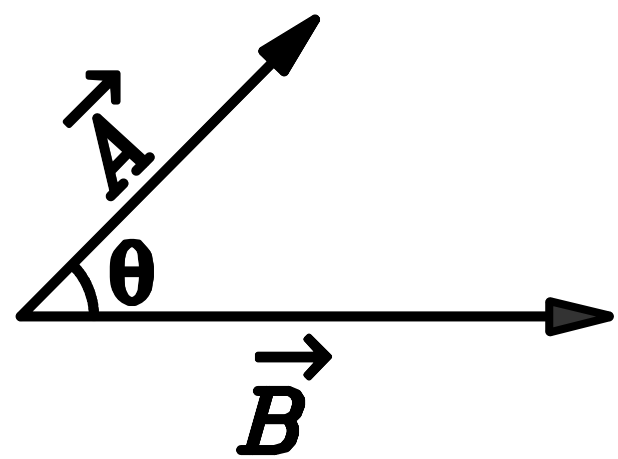
$$\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B})$$



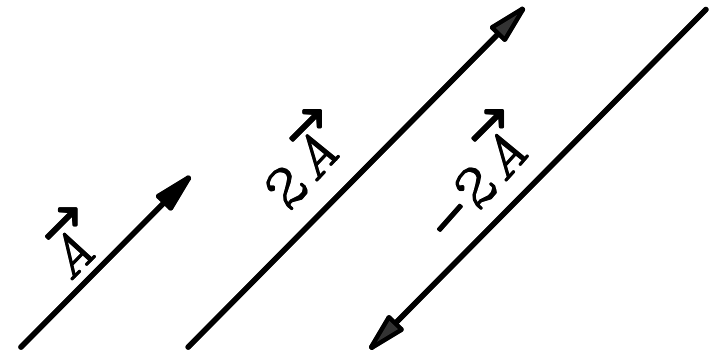
3. 两个矢量的点积 (dot product, scalar product)

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=|\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=\vec{B}\cdot\vec{A}$$



2. 矢量与标量的乘积



分配律（distributive）

$$\alpha(\vec{A}+\vec{B}) = \alpha\vec{A}+\alpha\vec{B}$$

矢量的减法

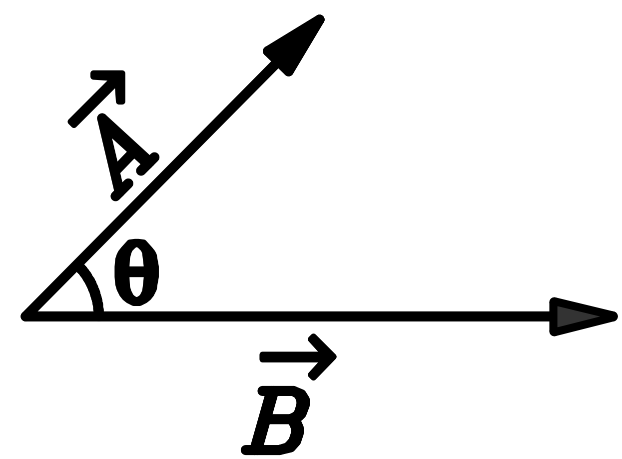
$$\vec{A}-\vec{B} = \vec{A}+(-\vec{B})$$

3. 两个矢量的点积 (dot product, scalar product)

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$$

$$\vec{A}\cdot(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}\cdot\vec{B}+\vec{A}\cdot\vec{C}$$



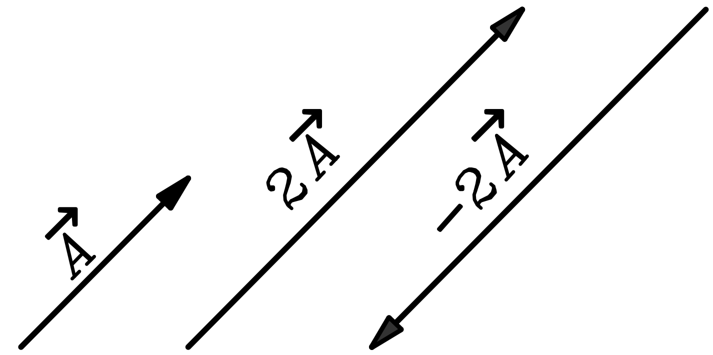
2. 矢量与标量的乘积

分配律（distributive）

$$\alpha(\vec{A}+\vec{B}) = \alpha\vec{A}+\alpha\vec{B}$$

矢量的减法

$$\vec{A}-\vec{B} = \vec{A}+(-\vec{B})$$



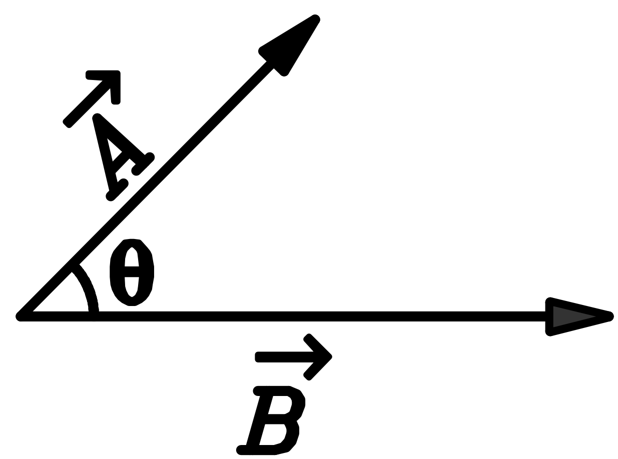
3. 两个矢量的点积 (dot product, scalar product)

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$$

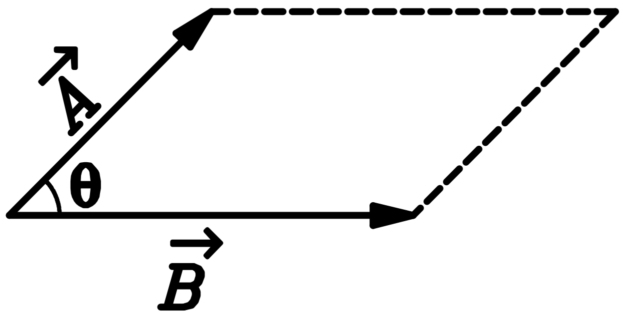
$$\vec{A}\cdot(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}\cdot\vec{B}+\vec{A}\cdot\vec{C}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{A} = |\vec{A}|^2 = A^2$$



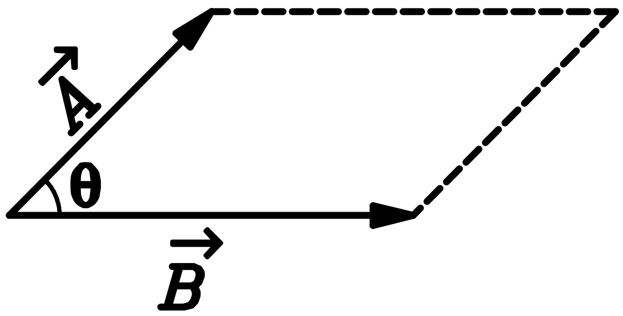
4. 两个矢量的叉积 (cross product, vector product)

4. 两个矢量的叉积 (cross product, vector product)



4. 两个矢量的叉积 (cross product, vector product)

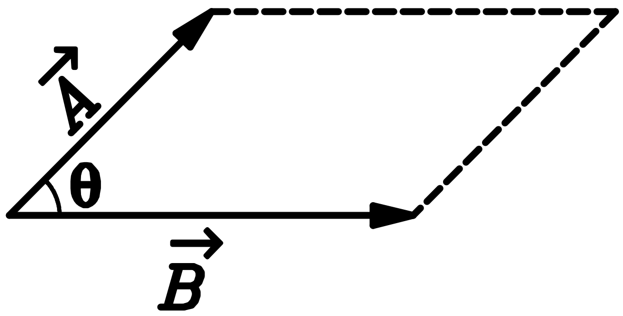
$$\vec{\boldsymbol{A}} \times \vec{\boldsymbol{B}} = |\vec{\boldsymbol{A}}||\vec{\boldsymbol{B}}| \sin\theta \, \hat{\boldsymbol{n}}$$



4. 两个矢量的叉积 (cross product, vector product)

$$\vec{\boldsymbol{A}} \times \vec{\boldsymbol{B}} = |\vec{\boldsymbol{A}}||\vec{\boldsymbol{B}}| \sin\theta \, \hat{\boldsymbol{n}}$$

$$\vec{\boldsymbol{A}} \times \vec{\boldsymbol{B}} = -\vec{\boldsymbol{B}} \times \vec{\boldsymbol{A}}$$

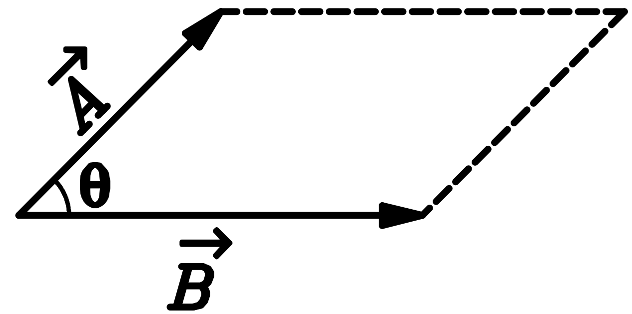


4. 两个矢量的叉积 (cross product, vector product)

$$\vec{A} \times \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}| \sin\theta \, \hat{n}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$$



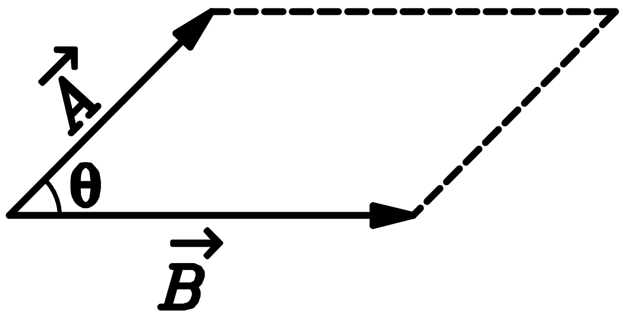
4. 两个矢量的叉积 (cross product, vector product)

$$\vec{A}\times\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta\,\hat{n}$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}$$

$$\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}\times\vec{B}+\vec{A}\times\vec{C}$$

$$\vec{A}\times\vec{A} = 0$$



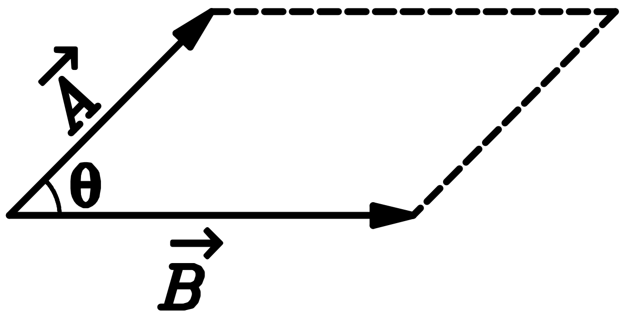
4. 两个矢量的叉积 (cross product, vector product)

$$\vec{A}\times\vec{B}=|\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta\,\hat{n}$$

$$\vec{A}\times\vec{B}=-\vec{B}\times\vec{A}$$

$$\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C})=\vec{A}\times\vec{B}+\vec{A}\times\vec{C}$$

$$\vec{A}\times\vec{A}=0$$



二、矢量代数：分量形式

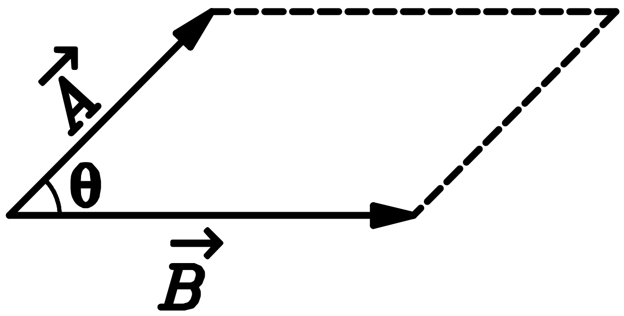
4. 两个矢量的叉积 (cross product, vector product)

$$\vec{A}\times\vec{B}=|\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta\,\hat{n}$$

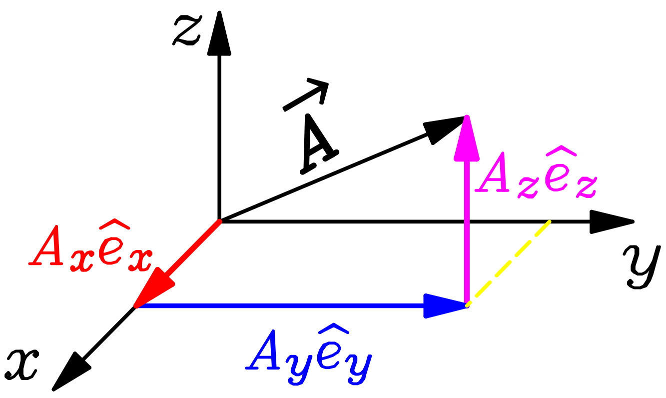
$$\vec{A}\times\vec{B}=-\vec{B}\times\vec{A}$$

$$\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C})=\vec{A}\times\vec{B}+\vec{A}\times\vec{C}$$

$$\vec{A}\times\vec{A}=0$$



二、矢量代数：分量形式



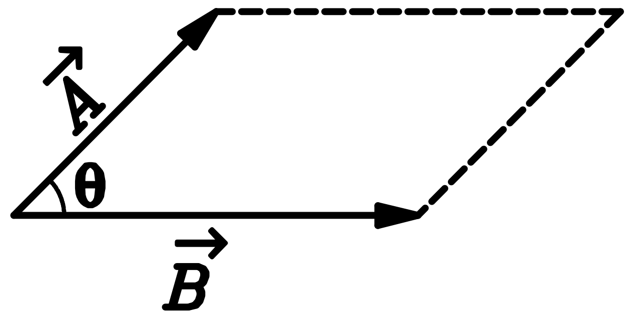
4. 两个矢量的叉积 (cross product, vector product)

$$\vec{A}\times\vec{B}=|\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta\,\hat{n}$$

$$\vec{A}\times\vec{B}=-\vec{B}\times\vec{A}$$

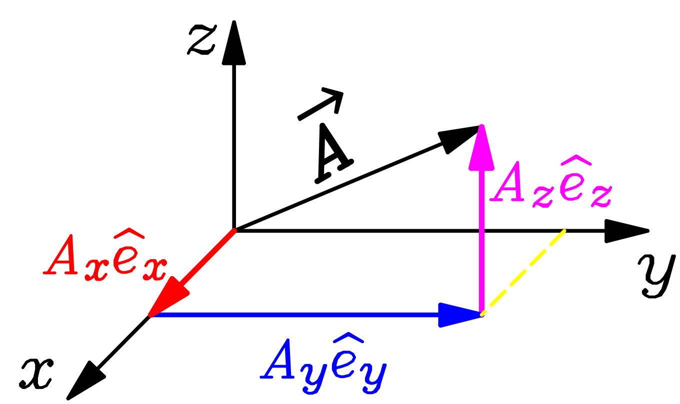
$$\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C})=\vec{A}\times\vec{B}+\vec{A}\times\vec{C}$$

$$\vec{A}\times\vec{A}=0$$



二、矢量代数：分量形式

$$\vec{A}=A_x\hat{e}_x+A_y\hat{e}_y+A_z\hat{e}_z$$



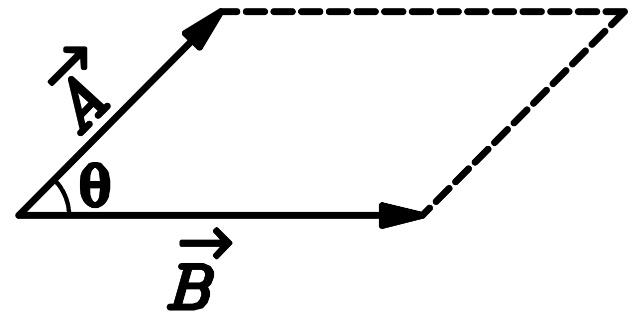
4. 两个矢量的叉积 (cross product, vector product)

$$\vec{A}\times\vec{B}=|\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta\,\hat{n}$$

$$\vec{A}\times\vec{B}=-\vec{B}\times\vec{A}$$

$$\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C})=\vec{A}\times\vec{B}+\vec{A}\times\vec{C}$$

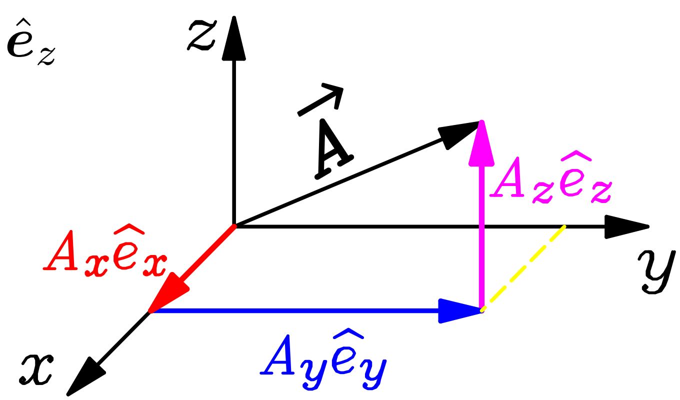
$$\vec{A}\times\vec{A}=0$$



二、矢量代数：分量形式

$$\vec{A}=A_x\hat{e}_x+A_y\hat{e}_y+A_z\hat{e}_z$$

$$\vec{A}+\vec{B}=(A_x+B_x)\hat{e}_x+(A_y+B_y)\hat{e}_y+(A_z+B_z)\hat{e}_z$$



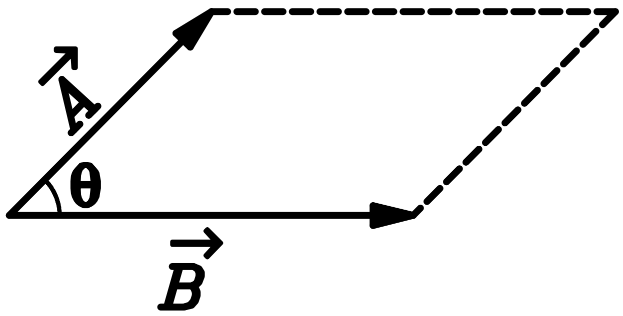
4. 两个矢量的叉积 (cross product, vector product)

$$\vec{A}\times\vec{B}=|\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta\,\hat{n}$$

$$\vec{A}\times\vec{B}=-\vec{B}\times\vec{A}$$

$$\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C})=\vec{A}\times\vec{B}+\vec{A}\times\vec{C}$$

$$\vec{A}\times\vec{A}=0$$

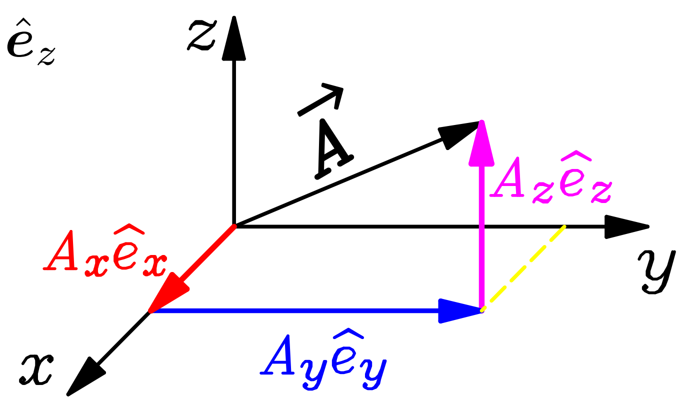


二、矢量代数：分量形式

$$\vec{A}=A_x\hat{e}_x+A_y\hat{e}_y+A_z\hat{e}_z$$

$$\vec{A}+\vec{B}=(A_x+B_x)\hat{e}_x+(A_y+B_y)\hat{e}_y+(A_z+B_z)\hat{e}_z$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$$



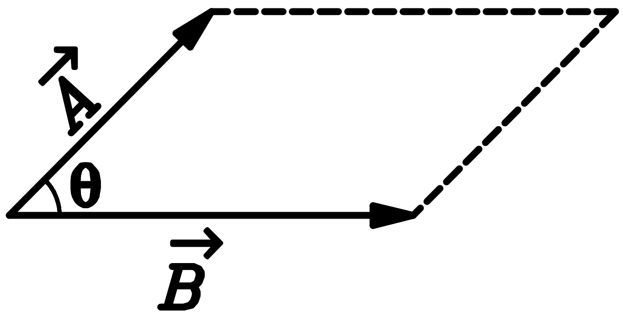
4. 两个矢量的叉积 (cross product, vector product)

$$\vec{A}\times\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta\,\hat{n}$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}$$

$$\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}\times\vec{B}+\vec{A}\times\vec{C}$$

$$\vec{A}\times\vec{A} = 0$$



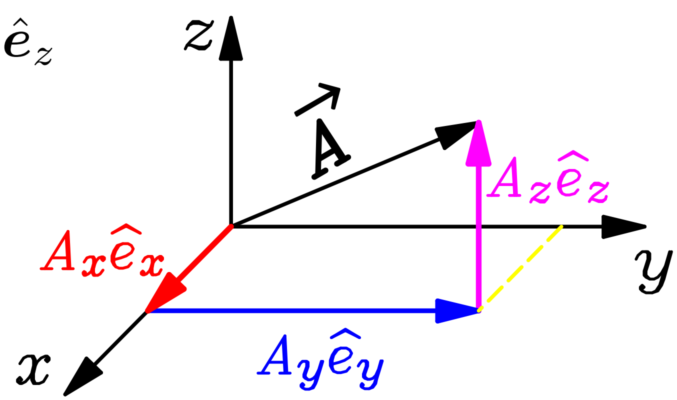
二、矢量代数：分量形式

$$\vec{A} = A_x\hat{e}_x + A_y\hat{e}_y + A_z\hat{e}_z$$

$$\vec{A}+\vec{B} = (A_x+B_x)\hat{e}_x + (A_y+B_y)\hat{e}_y + (A_z+B_z)\hat{e}_z$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

$$A = \sqrt{\vec{A}\cdot\vec{A}} = \sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}$$



$$\vec{\boldsymbol{A}} \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$\vec{\boldsymbol{A}} \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = \sum_{i,j} \delta_{ij} A_i B_j$$

δ_{ij} 称为 Kronecker delta,

$$\vec{\boldsymbol{A}} \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = \sum_{i,j} \delta_{ij} A_i B_j$$

δ_{ij} 称为 Kronecker delta,

$$\delta_{ij} = \hat{\boldsymbol{e}}_i \cdot \hat{\boldsymbol{e}}_j = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases}$$

$$\vec{\boldsymbol{A}} \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = \sum_{i,j} \delta_{ij} A_i B_j$$

δ_{ij} 称为 Kronecker delta,

$$\delta_{ij} = \hat{\boldsymbol{e}}_i \cdot \hat{\boldsymbol{e}}_j = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases}$$

$$\vec{\boldsymbol{A}} \times \vec{\boldsymbol{B}} = \begin{vmatrix} \hat{\boldsymbol{e}}_x & \hat{\boldsymbol{e}}_y & \hat{\boldsymbol{e}}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{\boldsymbol{A}} \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = \sum_{i,j} \delta_{ij} A_i B_j$$

δ_{ij} 称为 Kronecker delta,

$$\delta_{ij} = \hat{\boldsymbol{e}}_i \cdot \hat{\boldsymbol{e}}_j = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases}$$

$$\vec{\boldsymbol{A}} \times \vec{\boldsymbol{B}} = \begin{vmatrix} \hat{\boldsymbol{e}}_x & \hat{\boldsymbol{e}}_y & \hat{\boldsymbol{e}}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \sum_{i,j,k} \varepsilon_{ijk} A_i B_j \hat{\boldsymbol{e}}_k$$

ε_{ijk} 称为 Levi-Civita symbol 或 Levi-Civita tensor

$$\vec{\boldsymbol{A}} \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = \sum_{i,j} \delta_{ij} A_i B_j$$

δ_{ij} 称为 Kronecker delta,

$$\delta_{ij} = \hat{\boldsymbol{e}}_i \cdot \hat{\boldsymbol{e}}_j = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases}$$

$$\vec{\boldsymbol{A}} \times \vec{\boldsymbol{B}} = \begin{vmatrix} \hat{\boldsymbol{e}}_x & \hat{\boldsymbol{e}}_y & \hat{\boldsymbol{e}}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \sum_{i,j,k} \varepsilon_{ijk} A_i B_j \hat{\boldsymbol{e}}_k$$

ε_{ijk} 称为 Levi-Civita symbol 或 Levi-Civita tensor

$$\varepsilon_{ijk} = \hat{\boldsymbol{e}}_i \cdot (\hat{\boldsymbol{e}}_j \times \hat{\boldsymbol{e}}_k) = \begin{cases} 1 & \text{if } ijk = 123,\ 231,\ 312 \\ -1 & \text{if } ijk = 132,\ 213,\ 321 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Levi-Civita 张量的性质

1. 简单表示右手系中基矢量的矢积：$\hat{\boldsymbol{e}}_i \times \hat{\boldsymbol{e}}_j = \sum_k \varepsilon_{ijk} \hat{\boldsymbol{e}}_k$

Levi-Civita 张量的性质

1. 简单表示右手系中基矢量的矢积：$\hat{\boldsymbol{e}}_i \times \hat{\boldsymbol{e}}_j = \sum_k \varepsilon_{ijk} \hat{\boldsymbol{e}}_k$

2. 任意两个下标互换，差一负号，如：$\varepsilon_{ijk} = -\varepsilon_{ikj}$

Levi-Civita 张量的性质

1. 简单表示右手系中基矢量的矢积：$\hat{\boldsymbol{e}}_i \times \hat{\boldsymbol{e}}_j = \sum_k \varepsilon_{ijk} \hat{\boldsymbol{e}}_k$
2. 任意两个下标互换，差一负号，如：$\varepsilon_{ijk} = -\varepsilon_{ikj}$
3. 单重求和（对重复下标求和，略去求和号）

$$\underbrace{\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{mnk}}_{\text{隐含对 } k \text{ 求和}} = \delta_{im}\delta_{jn} - \delta_{in}\delta_{jm} = \begin{vmatrix} \delta_{im} & \delta_{in} \\ \delta_{jm} & \delta_{jn} \end{vmatrix}$$

Levi-Civita 张量的性质

1. 简单表示右手系中基矢量的矢积：$\hat{\boldsymbol{e}}_i \times \hat{\boldsymbol{e}}_j = \sum_k \varepsilon_{ijk}\hat{\boldsymbol{e}}_k$
2. 任意两个下标互换，差一负号，如：$\varepsilon_{ijk} = -\varepsilon_{ikj}$
3. 单重求和（对重复下标求和，略去求和号）

$$\underbrace{\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{mnk}}_{\text{隐含对 } k \text{ 求和}} = \delta_{im}\delta_{jn} - \delta_{in}\delta_{jm} = \begin{vmatrix} \delta_{im} & \delta_{in} \\ \delta_{jm} & \delta_{jn} \end{vmatrix}$$

4. 两重求和（上式中令 $n = j$）

$$\underbrace{\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{mjk}}_{\text{隐含对 } j,\, k \text{ 求和}} = \delta_{im}\delta_{jj} - \delta_{ij}\delta_{mj} = 3\delta_{im} - \delta_{im} = 2\delta_{im}$$

Levi-Civita 张量的性质

1. 简单表示右手系中基矢量的矢积：$\hat{\boldsymbol{e}}_i \times \hat{\boldsymbol{e}}_j = \sum_k \varepsilon_{ijk} \hat{\boldsymbol{e}}_k$
2. 任意两个下标互换，差一负号，如：$\varepsilon_{ijk} = -\varepsilon_{ikj}$
3. 单重求和（对重复下标求和，略去求和号）

$$\underbrace{\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{mnk}}_{\text{隐含对 } k \text{ 求和}} = \delta_{im}\delta_{jn} - \delta_{in}\delta_{jm} = \begin{vmatrix} \delta_{im} & \delta_{in} \\ \delta_{jm} & \delta_{jn} \end{vmatrix}$$

4. 两重求和（上式中令 $n = j$）

$$\underbrace{\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{mjk}}_{\text{隐含对 } j,\ k \text{ 求和}} = \delta_{im}\delta_{jj} - \delta_{ij}\delta_{mj} = 3\delta_{im} - \delta_{im} = 2\delta_{im}$$

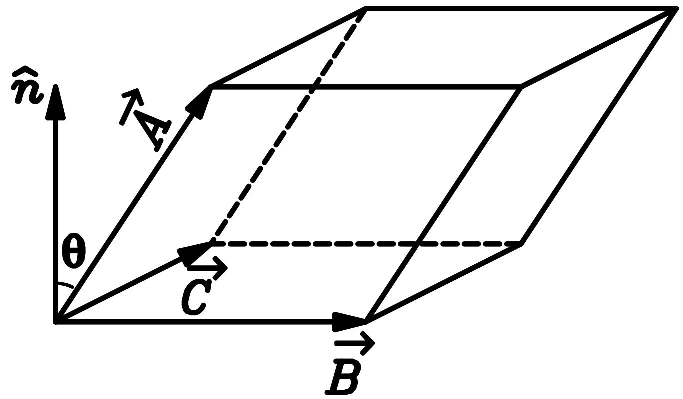
5. 三重求和（上式中令 $m = i$）

$$\underbrace{\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{ijk}}_{\text{隐含对 } i,\ j,\ k \text{ 求和}} = 2\delta_{ii} = 6$$

三、三重积

三、三重积

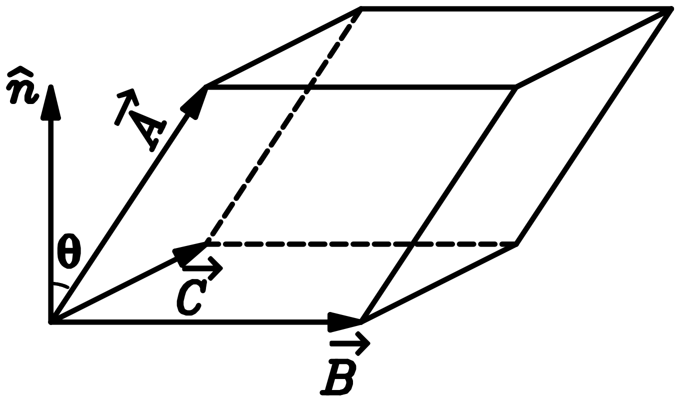
1. 三重标积 (scalar triple product，混合积)



三、三重积

1. 三重标积 (scalar triple product，混合积)

$$\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{B}\cdot(\vec{C}\times\vec{A}) = \vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{B})$$

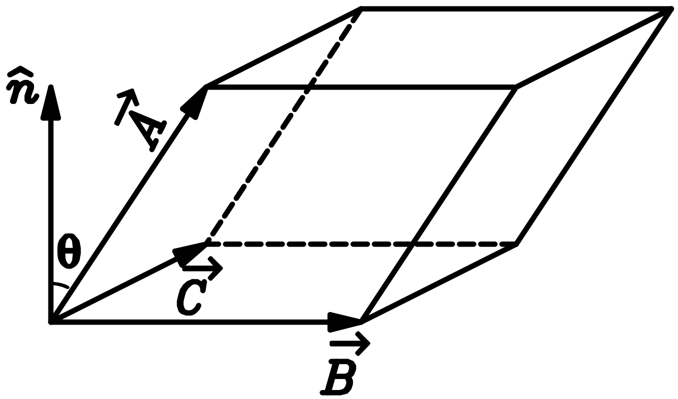


三、三重积

1. 三重标积 (scalar triple product，混合积)

$$\vec{\boldsymbol{A}} \cdot (\vec{\boldsymbol{B}} \times \vec{\boldsymbol{C}}) = \vec{\boldsymbol{B}} \cdot (\vec{\boldsymbol{C}} \times \vec{\boldsymbol{A}}) = \vec{\boldsymbol{C}} \cdot (\vec{\boldsymbol{A}} \times \vec{\boldsymbol{B}})$$

$$\vec{\boldsymbol{A}} \cdot (\vec{\boldsymbol{B}} \times \vec{\boldsymbol{C}}) = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$$

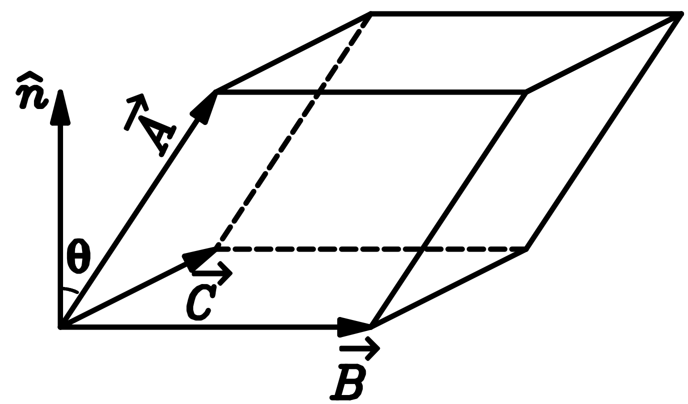


三、三重积

1. 三重标积 (scalar triple product，混合积)

$$\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{B}\cdot(\vec{C}\times\vec{A}) = \vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{B})$$

$$\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$$



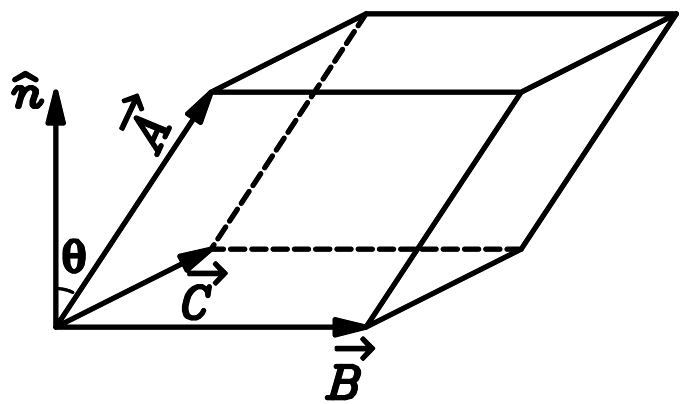
2. 三重矢积 (vector triple product)

三、三重积

1. 三重标积 (scalar triple product，混合积)

$$\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})=\vec{B}\cdot(\vec{C}\times\vec{A})=\vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{B})$$

$$\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})=\begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$$



2. 三重矢积 (vector triple product)

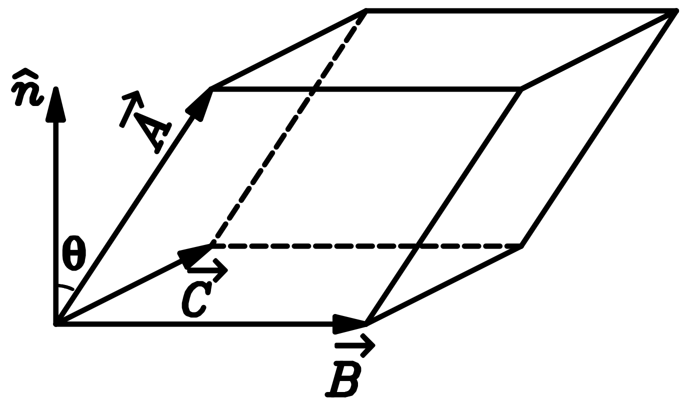
$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})=(\vec{A}\cdot\vec{C})\vec{B}-(\vec{A}\cdot\vec{B})\vec{C}$$

三、三重积

1. 三重标积 (scalar triple product，混合积)

$$\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})=\vec{B}\cdot(\vec{C}\times\vec{A})=\vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{B})$$

$$\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})=\begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$$



2. 三重矢积 (vector triple product)

$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})=(\vec{A}\cdot\vec{C})\vec{B}-(\vec{A}\cdot\vec{B})\vec{C}$$

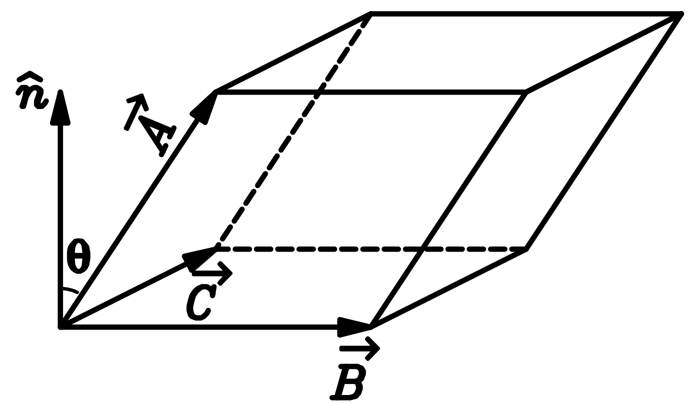
$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})\neq(\vec{A}\times\vec{B})\times\vec{C}$$ not associative

三、三重积

1. 三重标积 (scalar triple product，混合积)

$$\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})=\vec{B}\cdot(\vec{C}\times\vec{A})=\vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{B})$$

$$\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})=\begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$$



2. 三重矢积 (vector triple product)

$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})=(\vec{A}\cdot\vec{C})\vec{B}-(\vec{A}\cdot\vec{B})\vec{C}$$

$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})\neq(\vec{A}\times\vec{B})\times\vec{C}$$ not associative

$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})+\vec{B}\times(\vec{C}\times\vec{A})+\vec{C}\times(\vec{A}\times\vec{B})=0$$

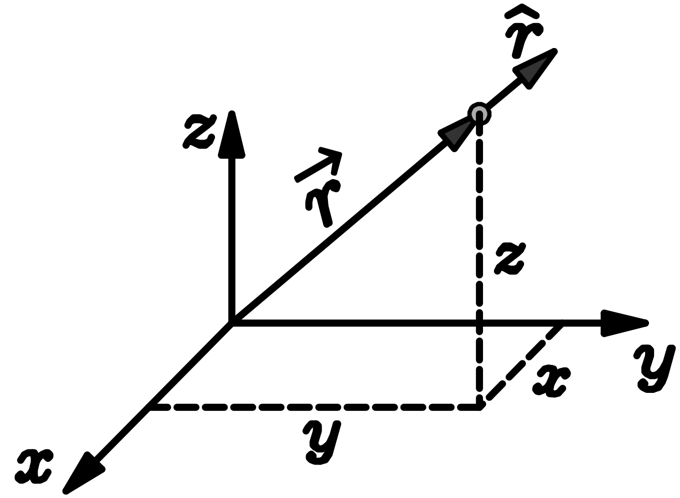
四、位置矢量、位移矢量、间距矢量

四、位置矢量、位移矢量、间距矢量

位置矢量

四、位置矢量、位移矢量、间距矢量

位置矢量



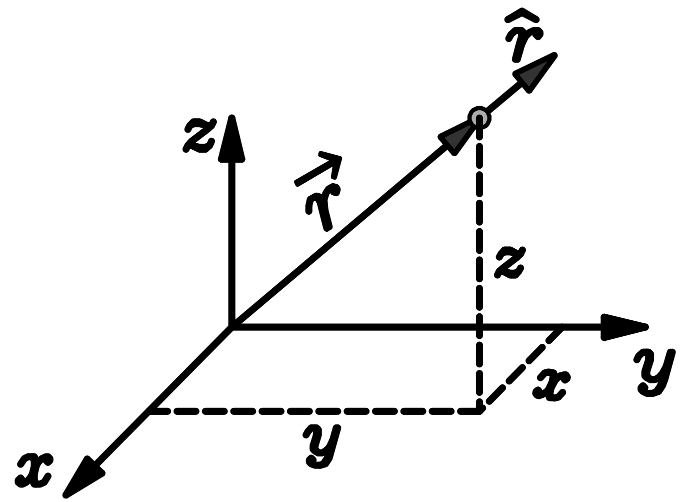
四、位置矢量、位移矢量、间距矢量

位置矢量

$$\vec{\boldsymbol{r}} = x\hat{\boldsymbol{e}}_x + y\hat{\boldsymbol{e}}_y + z\hat{\boldsymbol{e}}_z$$

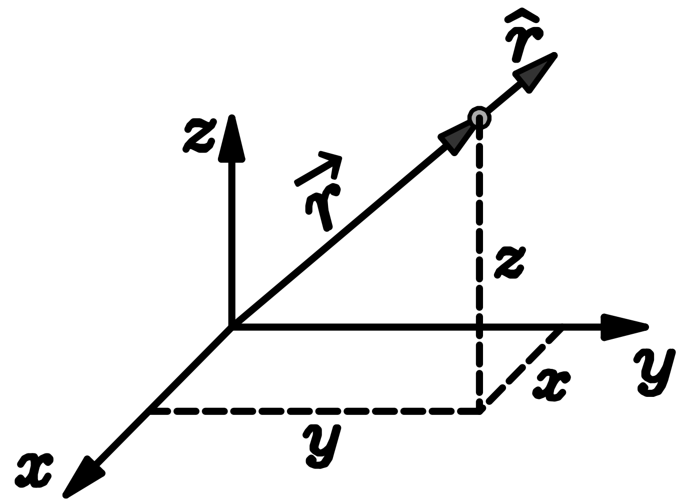
$$r = |\vec{\boldsymbol{r}}| = \sqrt{\vec{\boldsymbol{r}} \cdot \vec{\boldsymbol{r}}} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\hat{\boldsymbol{e}}_r = \vec{\boldsymbol{r}}/r$$



四、位置矢量、位移矢量、间距矢量

位置矢量



$$\vec{r} = x\hat{e}_x + y\hat{e}_y + z\hat{e}_z$$

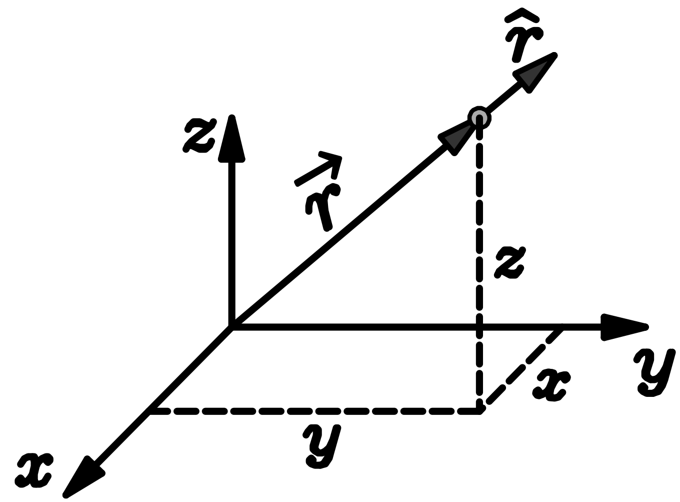
$$r = |\vec{r}| = \sqrt{\vec{r}\cdot\vec{r}} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\hat{e}_r = \vec{r}/r$$

无限小位移矢量

四、位置矢量、位移矢量、间距矢量

位置矢量



$$\vec{\boldsymbol{r}} = x\hat{\boldsymbol{e}}_x + y\hat{\boldsymbol{e}}_y + z\hat{\boldsymbol{e}}_z$$

$$r = |\vec{\boldsymbol{r}}| = \sqrt{\vec{\boldsymbol{r}} \cdot \vec{\boldsymbol{r}}} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

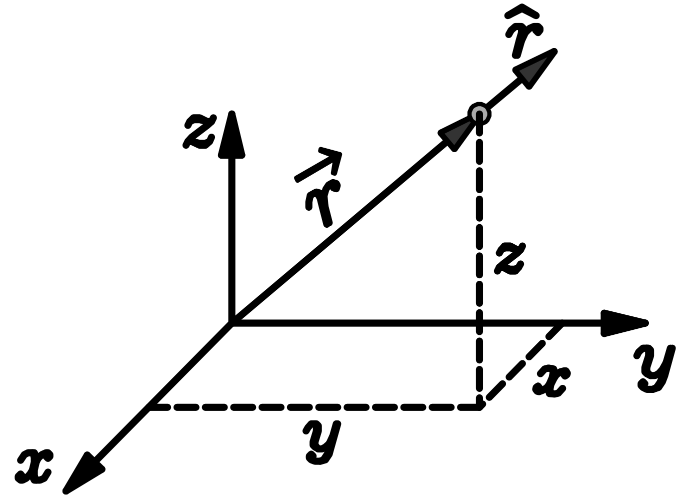
$$\hat{\boldsymbol{e}}_r = \vec{\boldsymbol{r}}/r$$

无限小位移矢量

$$\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}} \equiv \mathrm{d}\vec{\boldsymbol{r}} = \mathrm{d}x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathrm{d}y\,\hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathrm{d}z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$$

四、位置矢量、位移矢量、间距矢量

位置矢量



$$\vec{r} = x\hat{e}_x + y\hat{e}_y + z\hat{e}_z$$

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{\vec{r}\cdot\vec{r}} = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

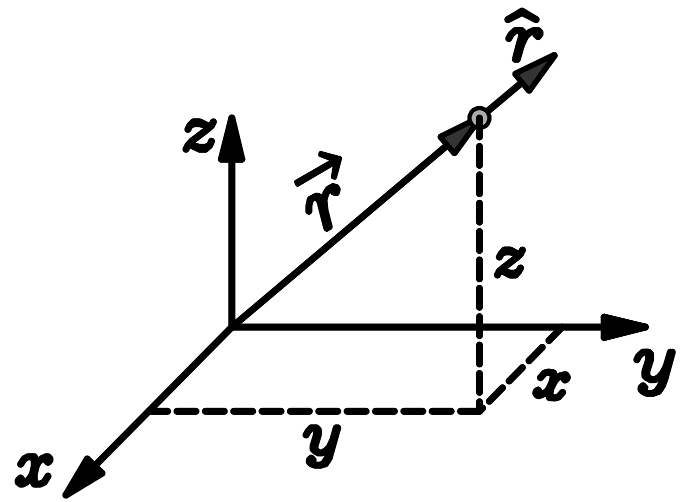
$$\hat{e}_r = \vec{r}/r$$

无限小位移矢量

$$\mathrm{d}\vec{l} \equiv \mathrm{d}\vec{r} = \mathrm{d}x\,\hat{e}_x + \mathrm{d}y\,\hat{e}_y + \mathrm{d}z\,\hat{e}_z$$

间距矢量

四、位置矢量、位移矢量、间距矢量



位置矢量

$$\vec{r} = x\hat{e}_x + y\hat{e}_y + z\hat{e}_z$$

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{\vec{r}\cdot\vec{r}} = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\hat{e}_r = \vec{r}/r$$

无限小位移矢量

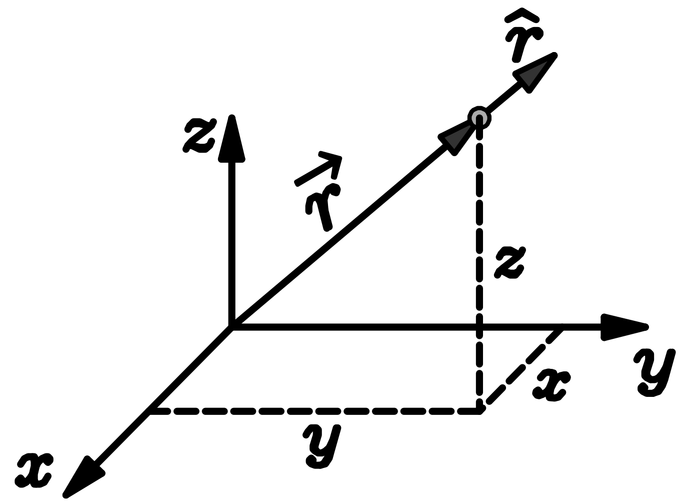
$$\mathrm{d}\vec{l} \equiv \mathrm{d}\vec{r} = \mathrm{d}x\,\hat{e}_x + \mathrm{d}y\,\hat{e}_y + \mathrm{d}z\,\hat{e}_z$$

间距矢量

$$\vec{R} \equiv \vec{r} - \vec{r}\,' = (x-x')\hat{e}_x + (y-y')\hat{e}_y + (z-z')\hat{e}_z$$

四、位置矢量、位移矢量、间距矢量

位置矢量



$$\vec{r} = x\hat{e}_x + y\hat{e}_y + z\hat{e}_z$$

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{\vec{r}\cdot\vec{r}} = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\hat{e}_r = \vec{r}/r$$

无限小位移矢量

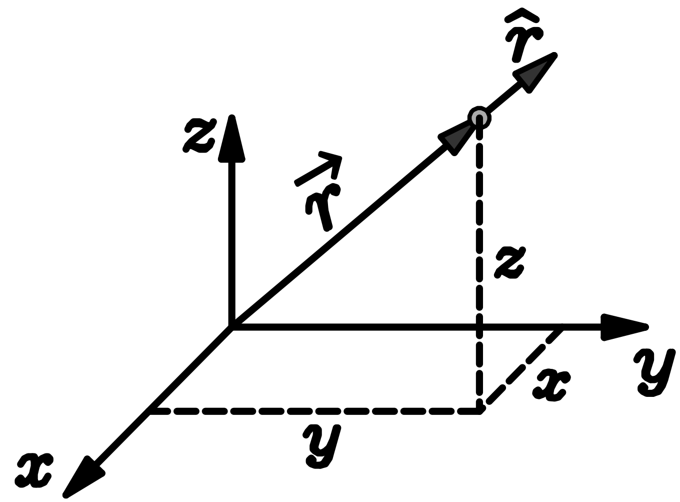
$$\mathrm{d}\vec{l} \equiv \mathrm{d}\vec{r} = \mathrm{d}x\,\hat{e}_x + \mathrm{d}y\,\hat{e}_y + \mathrm{d}z\,\hat{e}_z$$

间距矢量

$$\vec{R} \equiv \vec{r} - \vec{r}\,' = (x-x')\hat{e}_x + (y-y')\hat{e}_y + (z-z')\hat{e}_z$$

$\vec{r}$ 为场点（field point 观察点）的位置矢量，

四、位置矢量、位移矢量、间距矢量



位置矢量

$$\vec{r} = x\hat{e}_x + y\hat{e}_y + z\hat{e}_z$$

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{\vec{r}\cdot\vec{r}} = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\hat{e}_r = \vec{r}/r$$

无限小位移矢量

$$\mathrm{d}\vec{l} \equiv \mathrm{d}\vec{r} = \mathrm{d}x\,\hat{e}_x + \mathrm{d}y\,\hat{e}_y + \mathrm{d}z\,\hat{e}_z$$

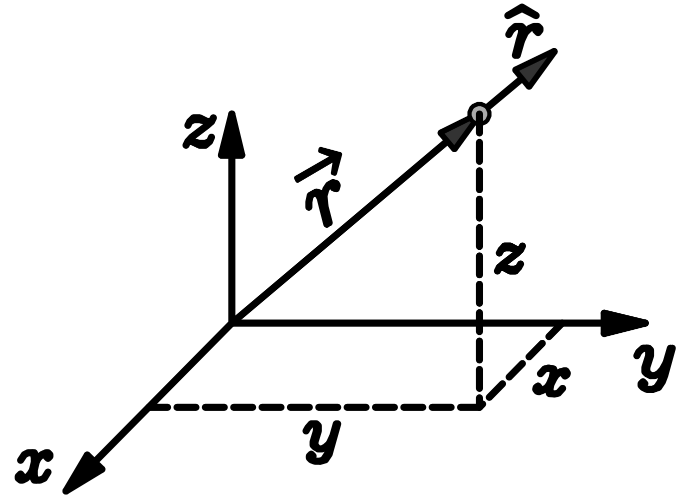
间距矢量

$$\vec{R} \equiv \vec{r} - \vec{r}\,' = (x-x')\hat{e}_x + (y-y')\hat{e}_y + (z-z')\hat{e}_z$$

$\vec{r}$ 为场点（field point 观察点）的位置矢量，

$\vec{r}\,'$ 为源点（source point）的位置矢量。

四、位置矢量、位移矢量、间距矢量



位置矢量

$$\vec{\boldsymbol{r}} = x\hat{\boldsymbol{e}}_x + y\hat{\boldsymbol{e}}_y + z\hat{\boldsymbol{e}}_z$$

$$r = |\vec{\boldsymbol{r}}| = \sqrt{\vec{\boldsymbol{r}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}} = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\hat{\boldsymbol{e}}_r = \vec{\boldsymbol{r}}/r$$

无限小位移矢量

$$\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}} \equiv \mathrm{d}\vec{\boldsymbol{r}} = \mathrm{d}x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathrm{d}y\,\hat{\boldsymbol{e}}_y + \mathrm{d}z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$$

间距矢量

$$\vec{\boldsymbol{R}} \equiv \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,' = (x-x')\hat{\boldsymbol{e}}_x + (y-y')\hat{\boldsymbol{e}}_y + (z-z')\hat{\boldsymbol{e}}_z$$

$\vec{\boldsymbol{r}}$ 为场点（field point 观察点）的位置矢量，

$\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 为源点（source point）的位置矢量。

$$R = |\vec{\boldsymbol{R}}| = \sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}$$