§7.4 电磁波的衍射

§ 7.4 电磁波的衍射

衍射： 当电磁波传播过程遇到障碍物或通过屏上的小孔时，波传播方向会发生改变。

§7.4 电磁波的衍射

衍射：当电磁波传播过程遇到障碍物或通过屏上的小孔时，波传播方向会发生改变。这种现象称为衍射。

§7.4 电磁波的衍射

衍射： 当电磁波传播过程遇到障碍物或通过屏上的小孔时，波传播方向会发生改变。这种现象称为衍射。

衍射问题实际上是给定某一闭合曲面上电磁场分布，求闭合面内场分布问题。

§ 7.4 电磁波的衍射

衍射： 当电磁波传播过程遇到障碍物或通过屏上的小孔时，波传播方向会发生改变。这种现象称为衍射。

衍射问题实际上是给定某一闭合曲面上电磁场分布，求闭合面内场分布问题。

一、Kirchhoff 标量衍射理论

§7.4 电磁波的衍射

衍射： 当电磁波传播过程遇到障碍物或通过屏上的小孔时，波传播方向会发生改变。

这种现象称为衍射。

衍射问题实际上是给定某一闭合曲面上电磁场分布，求闭合面内场分布问题。

一、Kirchhoff 标量衍射理论

Kirchhoff 标量衍射理论：忽略电磁场各分量间的相互耦合，孤立地求解电磁场任一直角分量。

§ 7.4 电磁波的衍射

衍射： 当电磁波传播过程遇到障碍物或通过屏上的小孔时，波传播方向会发生改变。
这种现象称为衍射。
衍射问题实际上是给定某一闭合曲面上电磁场分布，求闭合面内场分布问题。

一、Kirchhoff 标量衍射理论

Kirchhoff 标量衍射理论：忽略电磁场各分量间的相互耦合，孤立地求解电磁场任一直角分量。
仅在孔径尺寸远大于波长，使得背光面的场非常小情况下才适用。

§7.4 电磁波的衍射

衍射： 当电磁波传播过程遇到障碍物或通过屏上的小孔时，波传播方向会发生改变。
这种现象称为衍射。
衍射问题实际上是给定某一闭合曲面上电磁场分布，求闭合面内场分布问题。

一、Kirchhoff 标量衍射理论

Kirchhoff 标量衍射理论：忽略电磁场各分量间的相互耦合，孤立地求解电磁场任一直角分量。
仅在孔径尺寸远大于波长，使得背光面的场非常小情况下才适用。

1. Kirchhoff 积分公式

§ 7.4 电磁波的衍射

衍射： 当电磁波传播过程遇到障碍物或通过屏上的小孔时，波传播方向会发生改变。
这种现象称为衍射。
衍射问题实际上是给定某一闭合曲面上电磁场分布，求闭合面内场分布问题。

一、Kirchhoff 标量衍射理论

Kirchhoff 标量衍射理论：忽略电磁场各分量间的相互耦合，孤立地求解电磁场任一直角分量。
仅在孔径尺寸远大于波长，使得背光面的场非常小情况下才适用。

1. Kirchhoff 积分公式

光学中的惠更斯原理：观察点 P 的波动是该点和波源间某个曲面上所发出的各个次波叠加而成。

§7.4 电磁波的衍射

衍射： 当电磁波传播过程遇到障碍物或通过屏上的小孔时，波传播方向会发生改变。
这种现象称为衍射。
衍射问题实际上是给定某一闭合曲面上电磁场分布，求闭合面内场分布问题。

一、Kirchhoff 标量衍射理论

Kirchhoff 标量衍射理论：忽略电磁场各分量间的相互耦合，孤立地求解电磁场任一直角分量。
仅在孔径尺寸远大于波长，使得背光面的场非常小情况下才适用。

1. Kirchhoff 积分公式

光学中的惠更斯原理：观察点 P 的波动是该点和波源间某个曲面上所发出的各个次波叠加而成。
Kirchhoff 积分公式奠定了惠更斯原理的数学基础。下面推导 Kirchhoff 积分公式。

§7.4 电磁波的衍射

衍射： 当电磁波传播过程遇到障碍物或通过屏上的小孔时，波传播方向会发生改变。
这种现象称为衍射。
衍射问题实际上是给定某一闭合曲面上电磁场分布，求闭合面内场分布问题。

一、Kirchhoff 标量衍射理论

Kirchhoff 标量衍射理论：忽略电磁场各分量间的相互耦合，孤立地求解电磁场任一直角分量。
仅在孔径尺寸远大于波长，使得背光面的场非常小情况下才适用。

1. Kirchhoff 积分公式

光学中的惠更斯原理：观察点 P 的波动是该点和波源间某个曲面上所发出的各个次波叠加而成。
Kirchhoff 积分公式奠定了惠更斯原理的数学基础。下面推导 Kirchhoff 积分公式。
在不存在自由电荷和传导电流的区域，单频电磁场的任一直角分量 ψ 都满足 Helmholtz 方程：

§7.4 电磁波的衍射

衍射： 当电磁波传播过程遇到障碍物或通过屏上的小孔时，波传播方向会发生改变。

这种现象称为衍射。

衍射问题实际上是给定某一闭合曲面上电磁场分布，求闭合面内场分布问题。

一、Kirchhoff 标量衍射理论

Kirchhoff 标量衍射理论：忽略电磁场各分量间的相互耦合，孤立地求解电磁场任一直角分量。

仅在孔径尺寸远大于波长，使得背光面的场非常小情况下才适用。

1. Kirchhoff 积分公式

光学中的惠更斯原理：观察点 P 的波动是该点和波源间某个曲面上所发出的各个次波叠加而成。

Kirchhoff 积分公式奠定了惠更斯原理的数学基础。下面推导 Kirchhoff 积分公式。

在不存在自由电荷和传导电流的区域，单频电磁场的任一直角分量 ψ 都满足 Helmholtz 方程：

$$(\nabla^2 + k^2)\psi = 0, \qquad k = \sqrt{\mu\epsilon}\,\omega$$

§7.4 电磁波的衍射

衍射： 当电磁波传播过程遇到障碍物或通过屏上的小孔时，波传播方向会发生改变。

这种现象称为衍射。

衍射问题实际上是给定某一闭合曲面上电磁场分布，求闭合面内场分布问题。

一、Kirchhoff 标量衍射理论

Kirchhoff 标量衍射理论：忽略电磁场各分量间的相互耦合，孤立地求解电磁场任一直角分量。

仅在孔径尺寸远大于波长，使得背光面的场非常小情况下才适用。

1. Kirchhoff 积分公式

光学中的惠更斯原理：观察点 P 的波动是该点和波源间某个曲面上所发出的各个次波叠加而成。

Kirchhoff 积分公式奠定了惠更斯原理的数学基础。下面推导 Kirchhoff 积分公式。

在不存在自由电荷和传导电流的区域，单频电磁场的任一直角分量 ψ 都满足 Helmholtz 方程：

$$(\nabla^2 + k^2)\psi = 0, \qquad k = \sqrt{\mu\epsilon}\,\omega$$

引进标量格林函数：$G(\vec{\boldsymbol{r}}, \vec{\boldsymbol{r}}\,')$，满足：$(\nabla^2 + k^2)G(\vec{\boldsymbol{r}}, \vec{\boldsymbol{r}}\,') = -\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,')$

§ 7.4 电磁波的衍射

衍射： 当电磁波传播过程遇到障碍物或通过屏上的小孔时，波传播方向会发生改变。
这种现象称为衍射。
衍射问题实际上是给定某一闭合曲面上电磁场分布，求闭合面内场分布问题。

一、Kirchhoff 标量衍射理论

Kirchhoff 标量衍射理论：忽略电磁场各分量间的相互耦合，孤立地求解电磁场任一直角分量。
仅在孔径尺寸远大于波长，使得背光面的场非常小情况下才适用。

1. Kirchhoff 积分公式

光学中的惠更斯原理：观察点 P 的波动是该点和波源间某个曲面上所发出的各个次波叠加而成。

Kirchhoff 积分公式奠定了惠更斯原理的数学基础。下面推导 Kirchhoff 积分公式。

在不存在自由电荷和传导电流的区域，单频电磁场的任一直角分量 ψ 都满足 Helmholtz 方程：

$$(\nabla^2 + k^2)\psi = 0, \qquad k = \sqrt{\mu\epsilon}\,\omega$$

引进标量格林函数：$G(\vec{r}, \vec{r}\,')$，满足：$(\nabla^2 + k^2)G(\vec{r}, \vec{r}\,') = -\delta(\vec{r} - \vec{r}\,')$

格林函数 $G(\vec{r}, \vec{r}\,')$ 表示在 $\vec{r}\,'$ 处放置一点源，在 $\vec{r}$ 处的场。

Let there be light

单频电磁场的任一直角分量 ψ 满足 Helmholtz 方程：$(\nabla^2 + k^2)\psi = 0$ (1)

单频电磁场的任一直角分量 ψ 满足 Helmholtz 方程：$(\nabla^2 + k^2)\psi = 0$ (1)

标量格林函数满足：$(\nabla^2 + k^2)G(\vec{\boldsymbol{r}}, \vec{\boldsymbol{r}}\,') = -\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,')$ (2)

Let there be light

单频电磁场的任一直角分量 ψ 满足 Helmholtz 方程：$(\nabla^2 + k^2)\psi = 0$ (1)

标量格林函数满足：$(\nabla^2 + k^2)G(\vec{\boldsymbol{r}}, \vec{\boldsymbol{r}}\,') = -\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,')$ (2)

格林公式：$\displaystyle\int_V (\psi\nabla^2 G - G\nabla^2\psi)\,\mathrm{d}\tau = \oint_S \left(\psi\frac{\partial G}{\partial n} - G\frac{\partial\psi}{\partial n}\right)\mathrm{d}\sigma$ (3)

单频电磁场的任一直角分量 ψ 满足 Helmholtz 方程：$(\nabla^2 + k^2)\psi = 0$ (1)

标量格林函数满足：$(\nabla^2 + k^2)G(\vec{\boldsymbol{r}}, \vec{\boldsymbol{r}}\,') = -\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,')$ (2)

格林公式：$\displaystyle\int_V (\psi\nabla^2 G - G\nabla^2\psi)\,\mathrm{d}\tau = \oint_S \left(\psi\frac{\partial G}{\partial n} - G\frac{\partial \psi}{\partial n}\right)\mathrm{d}\sigma$ (3)

$\psi \times (2) - G \times (1)$：$\psi\nabla^2 G - G\nabla^2\psi = -\psi\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,')$

Let there be light

单频电磁场的任一直角分量 ψ 满足 Helmholtz 方程：$(\nabla^2 + k^2)\psi = 0$ (1)

标量格林函数满足：$(\nabla^2 + k^2)G(\vec{r}, \vec{r}\,') = -\delta(\vec{r} - \vec{r}\,')$ (2)

格林公式：$$\int_V (\psi\nabla^2 G - G\nabla^2\psi)\,\mathrm{d}\tau = \oint_S \left(\psi\frac{\partial G}{\partial n} - G\frac{\partial \psi}{\partial n}\right)\mathrm{d}\sigma \quad (3)$$

$\psi \times (2) - G \times (1)$：$\psi\nabla^2 G - G\nabla^2\psi = -\psi\delta(\vec{r} - \vec{r}\,')$　　代入 (3) 得

Let there be light

单频电磁场的任一直角分量 ψ 满足 Helmholtz 方程：$(\nabla^2 + k^2)\psi = 0$ (1)

标量格林函数满足：$(\nabla^2 + k^2)G(\vec{r}, \vec{r}\,') = -\delta(\vec{r} - \vec{r}\,')$ (2)

格林公式：$\displaystyle\int_V (\psi\nabla^2 G - G\nabla^2\psi)\,\mathrm{d}\tau = \oint_S \left(\psi\frac{\partial G}{\partial n} - G\frac{\partial \psi}{\partial n}\right)\mathrm{d}\sigma$ (3)

$\psi \times (2) - G \times (1)$：$\psi\nabla^2 G - G\nabla^2\psi = -\psi\delta(\vec{r} - \vec{r}\,')$ 代入 (3) 得

$$\psi(\vec{r}\,') = -\frac{1}{4\pi}\oint_S \left[\psi\frac{\partial G}{\partial n} - G\frac{\partial \psi}{\partial n}\right]\mathrm{d}\sigma,$$

单频电磁场的任一直角分量 ψ 满足 Helmholtz 方程：$(\nabla^2 + k^2)\psi = 0$ (1)

标量格林函数满足：$(\nabla^2 + k^2)G(\vec{\boldsymbol{r}}, \vec{\boldsymbol{r}}\,') = -\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,')$ (2)

格林公式：$$\int_V (\psi\nabla^2 G - G\nabla^2\psi)\,\mathrm{d}\tau = \oint_S \left(\psi\frac{\partial G}{\partial n} - G\frac{\partial\psi}{\partial n}\right)\mathrm{d}\sigma \qquad (3)$$

$\psi\times(2) - G\times(1)$：$\psi\nabla^2 G - G\nabla^2\psi = -\psi\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,')$ 代入 (3) 得

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}\,') = -\frac{1}{4\pi}\oint_S \left[\psi\frac{\partial G}{\partial n} - G\frac{\partial\psi}{\partial n}\right]\mathrm{d}\sigma,$$

方程 (2) 的解为：$G(\vec{\boldsymbol{r}}, \vec{\boldsymbol{r}}\,') = \dfrac{e^{ikR}}{4\pi R}$,

$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,'$

单频电磁场的任一直角分量 ψ 满足 Helmholtz 方程：$(\nabla^2 + k^2)\psi = 0$ (1)

标量格林函数满足：$(\nabla^2 + k^2)G(\vec{\boldsymbol{r}}, \vec{\boldsymbol{r}}') = -\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}')$ (2)

格林公式：$\displaystyle\int_V (\psi\nabla^2 G - G\nabla^2\psi)\,\mathrm{d}\tau = \oint_S \left(\psi\frac{\partial G}{\partial n} - G\frac{\partial\psi}{\partial n}\right)\mathrm{d}\sigma$ (3)

$\psi \times (2) - G \times (1)$：$\psi\nabla^2 G - G\nabla^2\psi = -\psi\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}')$　　代入 (3) 得

方程 (2) 的解为：$G(\vec{\boldsymbol{r}}, \vec{\boldsymbol{r}}') = \dfrac{e^{ikR}}{4\pi R}$, $\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}'$

$$\begin{aligned}\psi(\vec{\boldsymbol{r}}') &= -\frac{1}{4\pi}\oint_S \left[\psi\frac{\partial G}{\partial n} - G\frac{\partial\psi}{\partial n}\right]\mathrm{d}\sigma, \\ &= -\frac{1}{4\pi}\oint_S \left[\psi\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right) - \left(\frac{e^{ikR}}{R}\right)\frac{\partial\psi}{\partial n}\right]\mathrm{d}\sigma,\end{aligned}$$

单频电磁场的任一直角分量 ψ 满足 Helmholtz 方程：$(\nabla^2 + k^2)\psi = 0$ (1)

标量格林函数满足：$(\nabla^2 + k^2)G(\vec{r}, \vec{r}\,') = -\delta(\vec{r} - \vec{r}\,')$ (2)

格林公式：$\displaystyle\int_V (\psi\nabla^2 G - G\nabla^2\psi)\,\mathrm{d}\tau = \oint_S \left(\psi\frac{\partial G}{\partial n} - G\frac{\partial \psi}{\partial n}\right)\mathrm{d}\sigma$ (3)

$\psi \times (2) - G \times (1)$：$\psi\nabla^2 G - G\nabla^2\psi = -\psi\delta(\vec{r} - \vec{r}\,')$　　代入 (3) 得

方程 (2) 的解为：$G(\vec{r}, \vec{r}\,') = \dfrac{e^{ikR}}{4\pi R}$,

$$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}\,'$$

$$\psi(\vec{r}\,') = -\frac{1}{4\pi}\oint_S \left[\psi\frac{\partial G}{\partial n} - G\frac{\partial \psi}{\partial n}\right]\mathrm{d}\sigma,$$

$$= -\frac{1}{4\pi}\oint_S \left[\psi\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right) - \left(\frac{e^{ikR}}{R}\right)\frac{\partial \psi}{\partial n}\right]\mathrm{d}\sigma,$$

利用：$\dfrac{\partial}{\partial n}\left(\dfrac{e^{ikR}}{R}\right) = \vec{n}\cdot\nabla\left(\dfrac{e^{ikR}}{R}\right) = \vec{n}\cdot\left(ik - \dfrac{1}{R}\right)\dfrac{\vec{R}}{R}\dfrac{e^{ikR}}{R}$,　$\vec{n}$ 为曲面 S 的外法向

单频电磁场的任一直角分量 ψ 满足 Helmholtz 方程：$(\nabla^2+k^2)\psi=0$ (1)

标量格林函数满足：$(\nabla^2+k^2)G(\vec{r},\vec{r}\,')=-\delta(\vec{r}-\vec{r}\,')$ (2)

格林公式：$\displaystyle\int_V(\psi\nabla^2G-G\nabla^2\psi)\,\mathrm{d}\tau=\oint_S\left(\psi\frac{\partial G}{\partial n}-G\frac{\partial\psi}{\partial n}\right)\mathrm{d}\sigma$ (3)

$\psi\times(2)-G\times(1)$：$\psi\nabla^2G-G\nabla^2\psi=-\psi\delta(\vec{r}-\vec{r}\,')$ 代入 (3) 得

方程 (2) 的解为：$G(\vec{r},\vec{r}\,')=\dfrac{e^{ikR}}{4\pi R}$，

$\vec{R}=\vec{r}-\vec{r}\,'$

$$\begin{aligned}\psi(\vec{r}\,')&=-\frac{1}{4\pi}\oint_S\left[\psi\frac{\partial G}{\partial n}-G\frac{\partial\psi}{\partial n}\right]\mathrm{d}\sigma,\\&=-\frac{1}{4\pi}\oint_S\left[\psi\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right)-\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right)\frac{\partial\psi}{\partial n}\right]\mathrm{d}\sigma,\end{aligned}$$

利用：$\displaystyle\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right)=\vec{n}\cdot\nabla\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right)=\vec{n}\cdot\left(ik-\frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\frac{e^{ikR}}{R}$， $\vec{n}$ 为曲面 S 的外法向

$$\Longrightarrow\quad\psi(\vec{r}\,')=\oint_S\frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma\,\vec{n}\cdot\left[\nabla-\left(ik-\frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r})\right\},$$

单频电磁场的任一直角分量 ψ 满足 Helmholtz 方程：$(\nabla^2 + k^2)\psi = 0$ (1)

标量格林函数满足：$(\nabla^2 + k^2)G(\vec{r}, \vec{r}\,') = -\delta(\vec{r} - \vec{r}\,')$ (2)

格林公式：$\displaystyle\int_V (\psi\nabla^2 G - G\nabla^2\psi)\,\mathrm{d}\tau = \oint_S \left(\psi\frac{\partial G}{\partial n} - G\frac{\partial \psi}{\partial n}\right)\mathrm{d}\sigma$ (3)

$\psi \times (2) - G \times (1)$：$\psi\nabla^2 G - G\nabla^2\psi = -\psi\delta(\vec{r} - \vec{r}\,')$ 代入 (3) 得

$$\psi(\vec{r}\,') = -\frac{1}{4\pi}\oint_S \left[\psi\frac{\partial G}{\partial n} - G\frac{\partial \psi}{\partial n}\right]\mathrm{d}\sigma,$$

方程 (2) 的解为：$G(\vec{r}, \vec{r}\,') = \dfrac{e^{ikR}}{4\pi R}$,

$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}\,'$

$$= -\frac{1}{4\pi}\oint_S \left[\psi\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right) - \left(\frac{e^{ikR}}{R}\right)\frac{\partial \psi}{\partial n}\right]\mathrm{d}\sigma,$$

利用：$\dfrac{\partial}{\partial n}\left(\dfrac{e^{ikR}}{R}\right) = \vec{n}\cdot\nabla\left(\dfrac{e^{ikR}}{R}\right) = \vec{n}\cdot\left(ik - \dfrac{1}{R}\right)\dfrac{\vec{R}}{R}\dfrac{e^{ikR}}{R}$, $\vec{n}$ 为曲面 S 的外法向

$$\Longrightarrow \quad \psi(\vec{r}\,') = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma\,\vec{n}\cdot\left[\nabla - \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r})\right\},$$

注意 ∇ 后面是“$-$”

单频电磁场的任一直角分量 ψ 满足 Helmholtz 方程：$(\nabla^2+k^2)\psi=0$ (1)

标量格林函数满足：$(\nabla^2+k^2)G(\vec{r},\vec{r}\,')=-\delta(\vec{r}-\vec{r}\,')$ (2)

格林公式：$\displaystyle\int_V(\psi\nabla^2G-G\nabla^2\psi)\,\mathrm{d}\tau=\oint_S\left(\psi\frac{\partial G}{\partial n}-G\frac{\partial\psi}{\partial n}\right)\mathrm{d}\sigma$ (3)

$\psi\times(2)-G\times(1)$：$\psi\nabla^2G-G\nabla^2\psi=-\psi\delta(\vec{r}-\vec{r}\,')$　　代入 (3) 得

方程 (2) 的解为：$G(\vec{r},\vec{r}\,')=\dfrac{e^{ikR}}{4\pi R}$, $\vec{R}=\vec{r}-\vec{r}\,'$

$$\psi(\vec{r}\,')=-\frac{1}{4\pi}\oint_S\left[\psi\frac{\partial G}{\partial n}-G\frac{\partial\psi}{\partial n}\right]\mathrm{d}\sigma,$$

$$=-\frac{1}{4\pi}\oint_S\left[\psi\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right)-\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right)\frac{\partial\psi}{\partial n}\right]\mathrm{d}\sigma,$$

利用：$\displaystyle\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right)=\vec{n}\cdot\nabla\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right)=\vec{n}\cdot\left(ik-\frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\frac{e^{ikR}}{R}$,　$\vec{n}$ 为曲面 S 的外法向

$$\Longrightarrow\ \psi(\vec{r}\,')=\oint_S\frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma\,\vec{n}\cdot\left[\nabla-\left(ik-\frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r})\right\},$$

注意 ∇ 后面是 “$-$”

改写：　$\vec{r}\,'\longleftrightarrow\vec{r}$，即 $\vec{r}$ 与 $\vec{r}\,'$ 符号互换

单频电磁场的任一直角分量 ψ 满足 Helmholtz 方程：$(\nabla^2 + k^2)\psi = 0$ (1)

标量格林函数满足：$(\nabla^2 + k^2)G(\vec{r}, \vec{r}\,') = -\delta(\vec{r} - \vec{r}\,')$ (2)

格林公式：$\displaystyle\int_V (\psi\nabla^2 G - G\nabla^2\psi)\,\mathrm{d}\tau = \oint_S \left(\psi\frac{\partial G}{\partial n} - G\frac{\partial \psi}{\partial n}\right)\mathrm{d}\sigma$ (3)

$\psi \times (2) - G \times (1)$：$\psi\nabla^2 G - G\nabla^2\psi = -\psi\delta(\vec{r} - \vec{r}\,')$ 代入 (3) 得

方程 (2) 的解为：$G(\vec{r}, \vec{r}\,') = \dfrac{e^{ikR}}{4\pi R}$，$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}\,'$

$$\psi(\vec{r}\,') = -\frac{1}{4\pi}\oint_S \left[\psi\frac{\partial G}{\partial n} - G\frac{\partial \psi}{\partial n}\right]\mathrm{d}\sigma,$$

$$= -\frac{1}{4\pi}\oint_S \left[\psi\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right) - \left(\frac{e^{ikR}}{R}\right)\frac{\partial \psi}{\partial n}\right]\mathrm{d}\sigma,$$

利用：$\displaystyle\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right) = \vec{n}\cdot\nabla\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right) = \vec{n}\cdot\left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\frac{e^{ikR}}{R}$，$\vec{n}$ 为曲面 S 的外法向

$$\Longrightarrow \quad \psi(\vec{r}\,') = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma\,\vec{n}\cdot\left[\nabla - \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r})\right\},$$

注意 ∇ 后面是 “$-$”

改写：$\vec{r}\,' \longleftrightarrow \vec{r}$，即 $\vec{r}$ 与 $\vec{r}\,'$ 符号互换

$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\underbrace{\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}\,'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}\,')\right\}}_{W},$$

单频电磁场的任一直角分量 ψ 满足 Helmholtz 方程：$(\nabla^2+k^2)\psi=0$ (1)

标量格林函数满足：$(\nabla^2+k^2)G(\vec{r},\vec{r}\,')=-\delta(\vec{r}-\vec{r}\,')$ (2)

格林公式：$\displaystyle\int_V(\psi\nabla^2G-G\nabla^2\psi)\,\mathrm{d}\tau=\oint_S\left(\psi\frac{\partial G}{\partial n}-G\frac{\partial\psi}{\partial n}\right)\mathrm{d}\sigma$ (3)

$\psi\times(2)-G\times(1)$：$\psi\nabla^2G-G\nabla^2\psi=-\psi\delta(\vec{r}-\vec{r}\,')$ 代入 (3) 得

方程 (2) 的解为：$G(\vec{r},\vec{r}\,')=\dfrac{e^{ikR}}{4\pi R}$，

$\vec{R}=\vec{r}-\vec{r}\,'$

$$\psi(\vec{r}\,')=-\frac{1}{4\pi}\oint_S\left[\psi\frac{\partial G}{\partial n}-G\frac{\partial\psi}{\partial n}\right]\mathrm{d}\sigma,$$

$$=-\frac{1}{4\pi}\oint_S\left[\psi\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right)-\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right)\frac{\partial\psi}{\partial n}\right]\mathrm{d}\sigma,$$

利用：$\displaystyle\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right)=\vec{n}\cdot\nabla\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right)=\vec{n}\cdot\left(ik-\frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\frac{e^{ikR}}{R}$， $\vec{n}$ 为曲面 S 的外法向

$$\Longrightarrow\quad\psi(\vec{r}\,')=\oint_S\frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma\,\vec{n}\cdot\left[\nabla-\left(ik-\frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r})\right\},$$

注意 ∇ 后面是“$-$”

改写： $\vec{r}\,'\longleftrightarrow\vec{r}$，即 $\vec{r}$ 与 $\vec{r}\,'$ 符号互换

$$\psi(\vec{r})=\oint_S\frac{e^{ikR}}{R}\underbrace{\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}\,'\cdot\left[\nabla'+\left(ik-\frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}\,')\right\}}_{W},$$

$\vec{n}\,'$ 为曲面外法向

$\vec{R}=\vec{r}-\vec{r}\,'$

注意因为 $\vec{R}$ 没有变为 $\vec{R}'$

∇' 后变为“$+$”

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \underbrace{\left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R} \right] \psi(\vec{\boldsymbol{r}}') \right\}}_{W},$$

Let there be light

$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \underbrace{\left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{n}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{R}}{R} \right] \psi(\vec{r}') \right\}}_{W}, \qquad (1)$$

$\vec{n}'$ 为曲面外法向

$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$

$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \underbrace{\left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{n}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{R}}{R} \right] \psi(\vec{r}\,') \right\}}_{W}, \tag{1}$$

$\vec{n}'$ 为曲面外法向

$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}\,'$

上式即为 Kirchhoff 积分公式，因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示由曲面上的点 $\vec{r}\,'$ 到曲面内的点 $\vec{r}$ 传播的波

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \underbrace{\left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R} \right] \psi(\vec{\boldsymbol{r}}') \right\}}_{W}, \qquad \begin{array}{l} \vec{\boldsymbol{n}}' \text{ 为曲面外法向} \\ \vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}' \end{array} \tag{1}$$

上式即为 Kirchhoff 积分公式，因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示由曲面上的点 $\vec{\boldsymbol{r}}'$ 到曲面内的点 $\vec{\boldsymbol{r}}$ 传播的波从而曲面上每点均可看成发射球面波的次级波源，每点的强度由 W 表示。

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \underbrace{\left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R} \right] \psi(\vec{\boldsymbol{r}}') \right\}}_{W}, \tag{1}$$

$\vec{\boldsymbol{n}}'$ 为曲面外法向
$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}'$

上式即为 Kirchhoff 积分公式，因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示由曲面上的点 $\vec{\boldsymbol{r}}'$ 到曲面内的点 $\vec{\boldsymbol{r}}$ 传播的波

从而曲面上每点均可看成发射球面波的次级波源，每点的强度由 W 表示。

曲面内的点 $\vec{\boldsymbol{r}}$ 处的波由曲面上所有点的次级波源发射的子波叠加而成。

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \underbrace{\left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R} \right] \psi(\vec{\boldsymbol{r}}') \right\}}_{W}, \qquad (1)$$

$\vec{\boldsymbol{n}}'$ 为曲面外法向

$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}'$

上式即为 Kirchhoff 积分公式，因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示由曲面上的点 $\vec{\boldsymbol{r}}'$ 到曲面内的点 $\vec{\boldsymbol{r}}$ 传播的波

从而曲面上每点均可看成发射球面波的次级波源，每点的强度由 W 表示。

曲面内的点 $\vec{\boldsymbol{r}}$ 处的波由曲面上所有点的次级波源发射的子波叠加而成。

此外，在推导 Kirchhoff 积分公式过程中，利用了 ψ 满足 Helmholtz 方程，

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \underbrace{\left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R} \right] \psi(\vec{\boldsymbol{r}}') \right\}}_{W}, \tag{1}$$

$\vec{\boldsymbol{n}}'$ 为曲面外法向
$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}'$

上式即为 Kirchhoff 积分公式，因子 $\frac{e^{ikR}}{R}$ 表示由曲面上的点 $\vec{\boldsymbol{r}}'$ 到曲面内的点 $\vec{\boldsymbol{r}}$ 传播的波

从而曲面上每点均可看成发射球面波的次级波源，每点的强度由 W 表示。

曲面内的点 $\vec{\boldsymbol{r}}$ 处的波由曲面上所有点的次级波源发射的子波叠加而成。

此外，在推导 Kirchhoff 积分公式过程中，利用了 ψ 满足 Helmholtz 方程，

因而在闭合面 S 包围的区域 V 内不应有波源 ρ_f 或 $\vec{\boldsymbol{j}}_f$。

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \underbrace{\left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R} \right] \psi(\vec{\boldsymbol{r}}') \right\}}_{W}, \qquad (1)$$

$\vec{\boldsymbol{n}}'$ 为曲面外法向
$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}'$

上式即为 Kirchhoff 积分公式，因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示由曲面上的点 $\vec{\boldsymbol{r}}'$ 到曲面内的点 $\vec{\boldsymbol{r}}$ 传播的波

从而曲面上每点均可看成发射球面波的次级波源，每点的强度由 W 表示。

曲面内的点 $\vec{\boldsymbol{r}}$ 处的波由曲面上所有点的次级波源发射的子波叠加而成。

此外，在推导 Kirchhoff 积分公式过程中，利用了 ψ 满足 Helmholtz 方程，

因而在闭合面 S 包围的区域 V 内不应有波源 ρ_f 或 $\vec{\boldsymbol{j}}_f$。

所以我们说，观察点 P 的波动是该点和波源之间某个闭合面曲面上各点所发出的次波叠加而成。

$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \underbrace{\left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{n}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{R}}{R} \right] \psi(\vec{r}\,') \right\}}_{W}, \qquad (1)$$

$\vec{n}'$ 为曲面外法向
$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}\,'$

上式即为 Kirchhoff 积分公式，因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示由曲面上的点 $\vec{r}\,'$ 到曲面内的点 $\vec{r}$ 传播的波

从而曲面上每点均可看成发射球面波的次级波源，每点的强度由 W 表示。

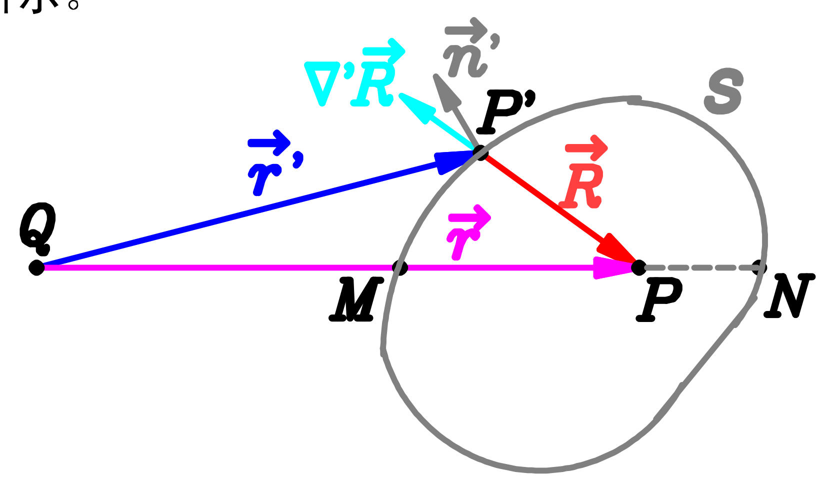
曲面内的点 $\vec{r}$ 处的波由曲面上所有点的次级波源发射的子波叠加而成。

此外，在推导 Kirchhoff 积分公式过程中，利用了 ψ 满足 Helmholtz 方程，

因而在闭合面 S 包围的区域 V 内不应有波源 ρ_f 或 $\vec{j}_f$。

所以我们说，观察点 P 的波动是该点和波源之间某个闭合面曲面上各点所发出的次波叠加而成。

波源 Q、观察点 P、闭合面以 S 及各位置矢量如图所示。



$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \underbrace{\left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{n}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{R}}{R} \right] \psi(\vec{r}') \right\}}_{W}, \tag{1}$$

$\vec{n}'$ 为曲面外法向

$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$

上式即为 Kirchhoff 积分公式，因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示由曲面上的点 $\vec{r}'$ 到曲面内的点 $\vec{r}$ 传播的波

从而曲面上每点均可看成发射球面波的次级波源，每点的强度由 W 表示。

曲面内的点 $\vec{r}$ 处的波由曲面上所有点的次级波源发射的子波叠加而成。

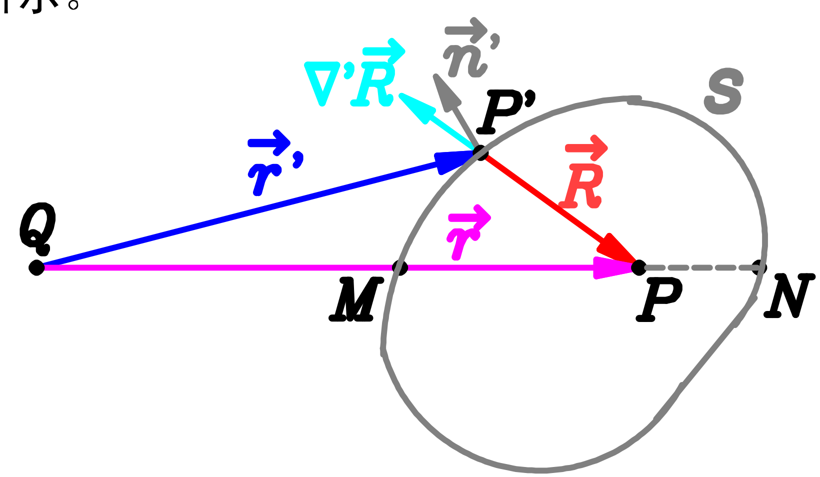
此外，在推导 Kirchhoff 积分公式过程中，利用了 ψ 满足 Helmholtz 方程，

因而在闭合面 S 包围的区域 V 内不应有波源 ρ_f 或 $\vec{j}_f$。

所以我们说，观察点 P 的波动是该点和波源之间某个闭合面曲面上各点所发出的次波叠加而成。

波源 Q、观察点 P、闭合面以 S 及各位置矢量如图所示。

Kirchhoff 积分公式 (1) 中：



$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \underbrace{\left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{n}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{R}}{R} \right] \psi(\vec{r}') \right\}}_{W}, \qquad (1)$$

$\vec{n}'$ 为曲面外法向
$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$

上式即为 Kirchhoff 积分公式，因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示由曲面上的点 $\vec{r}'$ 到曲面内的点 $\vec{r}$ 传播的波

从而曲面上每点均可看成发射球面波的次级波源，每点的强度由 W 表示。

曲面内的点 $\vec{r}$ 处的波由曲面上所有点的次级波源发射的子波叠加而成。

此外，在推导 Kirchhoff 积分公式过程中，利用了 ψ 满足 Helmholtz 方程，

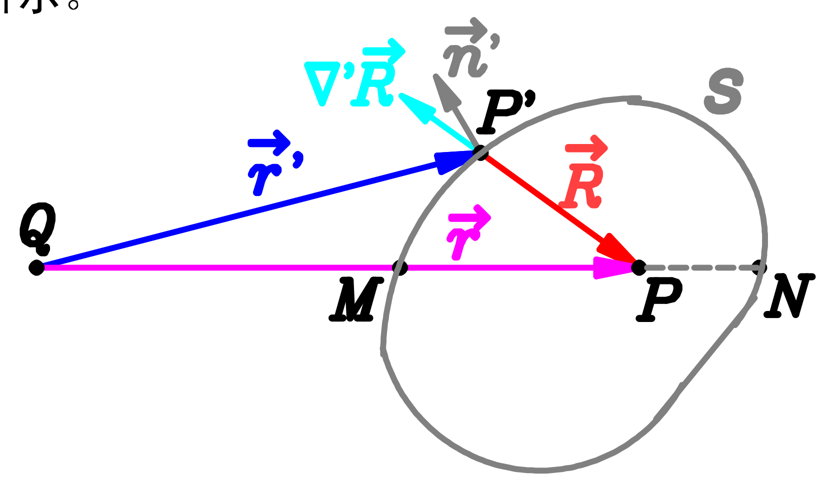
因而在闭合面 S 包围的区域 V 内不应有波源 ρ_f 或 $\vec{j}_f$。

所以我们说，观察点 P 的波动是该点和波源之间某个闭合面曲面上各点所发出的次波叠加而成。

波源 Q、观察点 P、闭合面以 S 及各位置矢量如图所示。

Kirchhoff 积分公式 (1) 中：

- $\vec{r}'$ 和 $\vec{r}$ 分别是曲面上和曲面内的点
- $\vec{n}'$ 为闭合面外法向，$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$，如图。



$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \underbrace{\left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R} \right] \psi(\vec{\boldsymbol{r}}') \right\}}_{W}, \qquad (1)$$

$\vec{\boldsymbol{n}}'$ 为曲面外法向
$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}'$

上式即为 Kirchhoff 积分公式，因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示由曲面上的点 $\vec{\boldsymbol{r}}'$ 到曲面内的点 $\vec{\boldsymbol{r}}$ 传播的波

从而曲面上每点均可看成发射球面波的次级波源，每点的强度由 W 表示。

曲面内的点 $\vec{\boldsymbol{r}}$ 处的波由曲面上所有点的次级波源发射的子波叠加而成。

此外，在推导 Kirchhoff 积分公式过程中，利用了 ψ 满足 Helmholtz 方程，

因而在闭合面 S 包围的区域 V 内不应有波源 ρ_f 或 $\vec{\boldsymbol{j}}_f$。

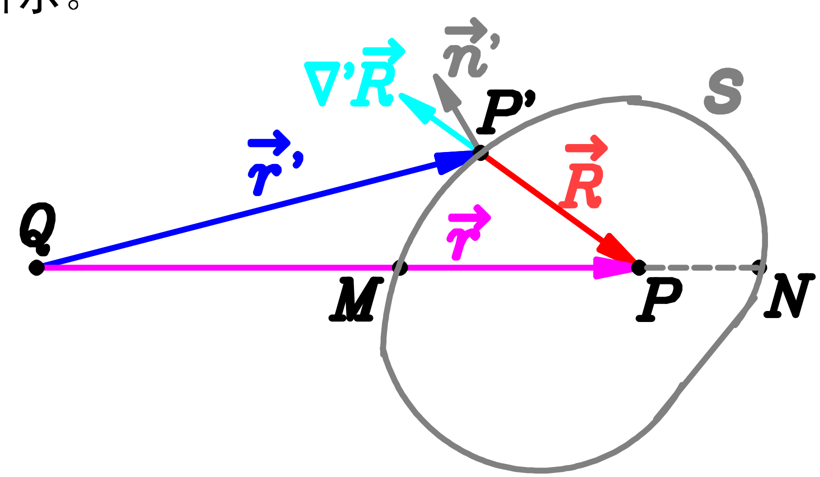
所以我们说，观察点 P 的波动是该点和波源之间某个闭合面曲面上各点所发出的次波叠加而成。

波源 Q、观察点 P、闭合面以 S 及各位置矢量如图所示。

Kirchhoff 积分公式 (1) 中：

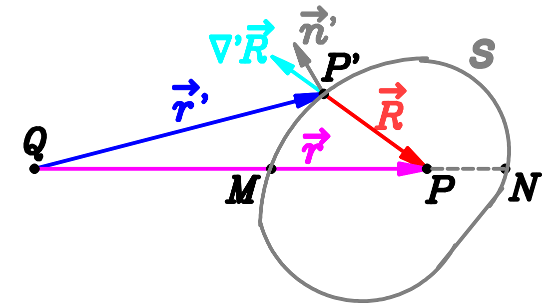
$\vec{\boldsymbol{r}}'$ 和 $\vec{\boldsymbol{r}}$ 分别是曲面上和曲面内的点

$\vec{\boldsymbol{n}}'$ 为闭合面外法向，$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}'$，如图。



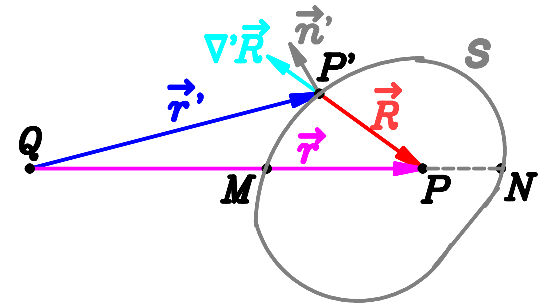
思考：注意在这种说法中闭合面内不包含波源。

若闭合面内还有波源，如何？


$\vec{n}$'
$\nabla'\vec{R}$
P'
S
$\vec{r}$'
$\vec{R}$
Q
$\vec{r}$
M
P
N

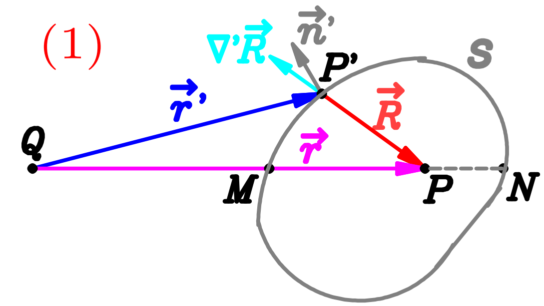
Let there be light

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \left\{ \frac{1}{4\pi} \mathsf{d}\sigma' \, \vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R} \right] \psi(\vec{\boldsymbol{r}}') \right\},$$



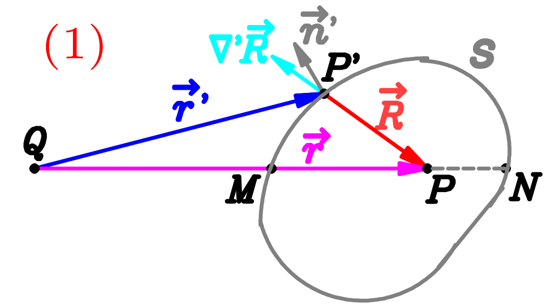
Let there be light

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \left\{ \frac{1}{4\pi} \mathsf{d}\sigma' \, \vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R} \right] \psi(\vec{\boldsymbol{r}}') \right\}, \qquad (1)$$

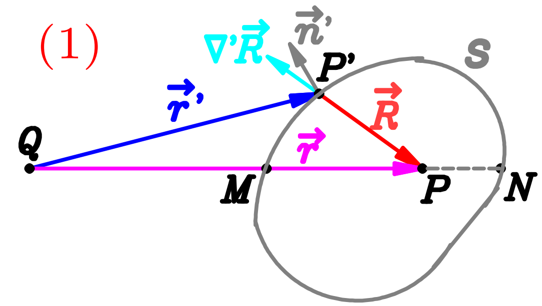


$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{\boldsymbol{n}}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R}\right]\psi(\vec{\boldsymbol{r}}')\right\}, \qquad (1)$$

$\vec{\boldsymbol{n}}'$ 为曲面外法向，$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}'$



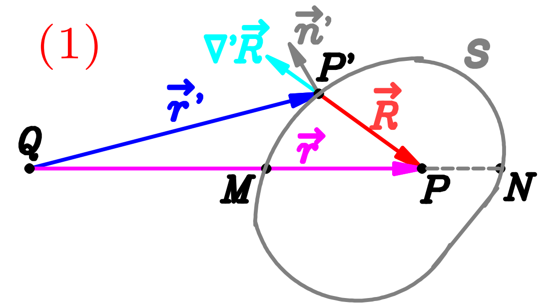
$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{n}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{R}}{R} \right] \psi(\vec{r}') \right\} , \qquad (1)$$



$\vec{n}'$ 为曲面外法向，$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$

2. Huygens-Fresnel 原理

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R} \right] \psi(\vec{\boldsymbol{r}}') \right\}, \qquad (1)$$

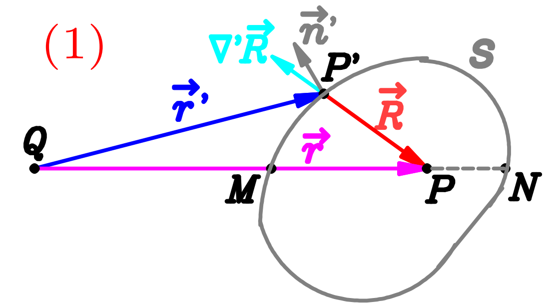


$\vec{\boldsymbol{n}}'$ 为曲面外法向，$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}'$

2. Huygens-Fresnel 原理

现假设由原点发出一球面波：$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \dfrac{A}{r}\, e^{ikr}$,　　这里略去 $e^{-i\omega t}$ 因子并以波源 Q 为坐标原点

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{\boldsymbol{n}}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R}\right]\psi(\vec{\boldsymbol{r}}')\right\}, \qquad (1)$$



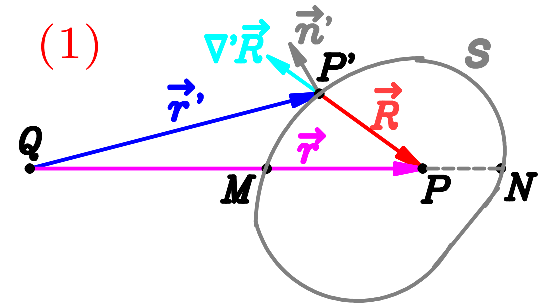
$\vec{\boldsymbol{n}}'$ 为曲面外法向，$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}'$

2. Huygens-Fresnel 原理

现假设由原点发出一球面波：$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \dfrac{A}{r}\,e^{ikr}$,　　这里略去 $e^{-i\omega t}$ 因子并以波源 Q 为坐标原点

代入 (1) 式得：$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \dfrac{1}{4\pi}\displaystyle\oint_{S_1}\frac{e^{ikR}}{R}\left[\psi(\vec{\boldsymbol{r}}')\left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{\boldsymbol{n}}'\cdot\vec{\boldsymbol{R}}}{R} + \vec{\boldsymbol{n}}'\cdot\nabla'\psi(\vec{\boldsymbol{r}}')\right]\mathrm{d}\sigma'$,

$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}\,')\right\}, \qquad (1)$$



$\vec{n}'$ 为曲面外法向，$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}\,'$

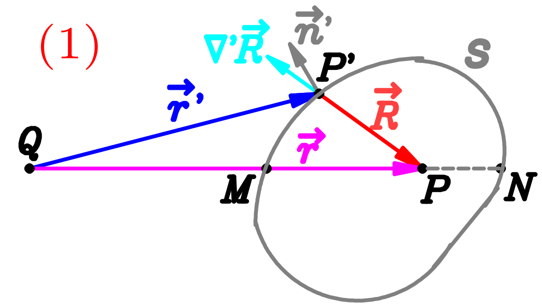
2. Huygens-Fresnel 原理

现假设由原点发出一球面波：$\psi(\vec{r}) = \dfrac{A}{r}\,e^{ikr}$，　　这里略去 $e^{-i\omega t}$ 因子并以波源 Q 为坐标原点

代入 (1) 式得：$\psi(\vec{r}) = \dfrac{1}{4\pi}\displaystyle\oint_{S_1}\frac{e^{ikR}}{R}\left[\psi(\vec{r}\,')\left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{n}'\cdot\vec{R}}{R} + \vec{n}'\cdot\nabla'\psi(\vec{r}\,')\right]\mathrm{d}\sigma'$,

$$\vec{n}'\cdot\nabla'\psi(\vec{r}\,') = A\left(ik - \frac{1}{r'}\right)\frac{e^{ikr'}}{r'}\,\frac{\vec{n}'\cdot\vec{r}\,'}{r'},$$

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R} \right] \psi(\vec{\boldsymbol{r}}') \right\}, \qquad (1)$$



$\vec{\boldsymbol{n}}'$ 为曲面外法向，$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}'$

2. Huygens-Fresnel 原理

现假设由原点发出一球面波：$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \dfrac{A}{r} e^{ikr}$,　　这里略去 $e^{-i\omega t}$ 因子并以波源 Q 为坐标原点

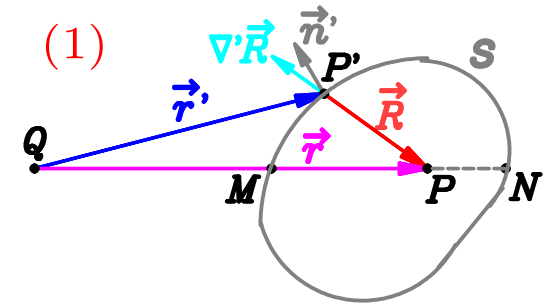
代入 (1) 式得：$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \dfrac{1}{4\pi} \displaystyle\oint_{S_1} \frac{e^{ikR}}{R} \left[\psi(\vec{\boldsymbol{r}}') \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \vec{\boldsymbol{R}}}{R} + \vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \nabla' \psi(\vec{\boldsymbol{r}}') \right] \mathrm{d}\sigma'$,

$$\vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \nabla' \psi(\vec{\boldsymbol{r}}') = A \left(ik - \frac{1}{r'} \right) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{\vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \vec{\boldsymbol{r}}'}{r'},$$

令：$\cos\theta_{n'r'} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \vec{\boldsymbol{r}}'}{r'}$,　$\cos\theta_{n'R} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \vec{\boldsymbol{R}}}{R}$,　　$\theta_{n'r'}$ 为 $\vec{\boldsymbol{n}}'$ 与 $\vec{\boldsymbol{r}}'$ 之夹角,

$\theta_{n'R}$ 为 $\vec{\boldsymbol{n}}'$ 与 $\vec{\boldsymbol{R}}$ 之夹角

$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik-\frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}\,')\right\}, \qquad (1)$$



$\vec{n}'$ 为曲面外法向，$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}\,'$

2. Huygens-Fresnel 原理

现假设由原点发出一球面波：$\psi(\vec{r}) = \dfrac{A}{r}\,e^{ikr}$，　　这里略去 $e^{-i\omega t}$ 因子并以波源 Q 为坐标原点

代入 (1) 式得：$\psi(\vec{r}) = \dfrac{1}{4\pi}\oint_{S_1}\dfrac{e^{ikR}}{R}\left[\psi(\vec{r}\,')\left(ik-\dfrac{1}{R}\right)\dfrac{\vec{n}'\cdot\vec{R}}{R} + \vec{n}'\cdot\nabla'\psi(\vec{r}\,')\right]\mathrm{d}\sigma'$,

$$\vec{n}'\cdot\nabla'\psi(\vec{r}\,') = A\left(ik-\frac{1}{r'}\right)\frac{e^{ikr'}}{r'}\,\frac{\vec{n}'\cdot\vec{r}\,'}{r'},$$

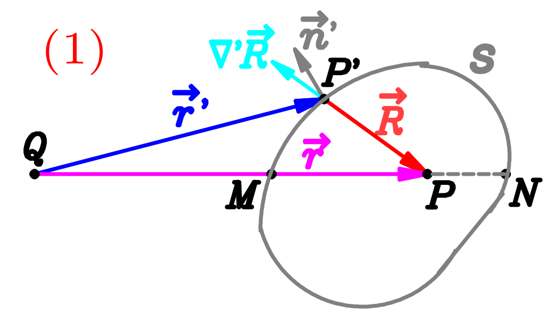
令：$\cos\theta_{n'r'} = \dfrac{\vec{n}'\cdot\vec{r}\,'}{r'}$，　$\cos\theta_{n'R} = \dfrac{\vec{n}'\cdot\vec{R}}{R}$，

$\theta_{n'r'}$ 为 $\vec{n}'$ 与 $\vec{r}\,'$ 之夹角，

$\theta_{n'R}$ 为 $\vec{n}'$ 与 $\vec{R}$ 之夹角

$$\Longrightarrow \quad \psi(\vec{r}) = \frac{A}{4\pi}\oint_S \mathrm{d}\sigma'\,\frac{ik\,e^{ik(R+r')}}{Rr'}\left\{\left[\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right] - \left[\frac{\cos\theta_{n'r'}}{ikr'} + \frac{\cos\theta_{n'R}}{ikR}\right]\right\},$$

$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}\,')\right\}, \qquad (1)$$



$\vec{n}'$ 为曲面外法向，$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}\,'$

2. Huygens-Fresnel 原理

现假设由原点发出一球面波：$\psi(\vec{r}) = \dfrac{A}{r}\,e^{ikr}$，　　这里略去 $e^{-i\omega t}$ 因子并以波源 Q 为坐标原点

代入 (1) 式得：$\psi(\vec{r}) = \dfrac{1}{4\pi}\oint_{S_1}\dfrac{e^{ikR}}{R}\left[\psi(\vec{r}\,')\left(ik - \dfrac{1}{R}\right)\dfrac{\vec{n}'\cdot\vec{R}}{R} + \vec{n}'\cdot\nabla'\psi(\vec{r}\,')\right]\mathrm{d}\sigma'$,

$$\vec{n}'\cdot\nabla'\psi(\vec{r}\,') = A\left(ik - \frac{1}{r'}\right)\frac{e^{ikr'}}{r'}\,\frac{\vec{n}'\cdot\vec{r}\,'}{r'},$$

令：$\cos\theta_{n'r'} = \dfrac{\vec{n}'\cdot\vec{r}\,'}{r'}$，　$\cos\theta_{n'R} = \dfrac{\vec{n}'\cdot\vec{R}}{R}$，

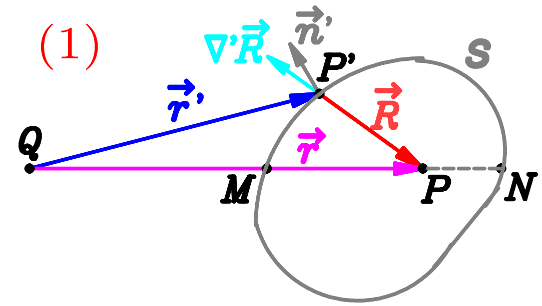
$\theta_{n'r'}$ 为 $\vec{n}'$ 与 $\vec{r}\,'$ 之夹角，

$\theta_{n'R}$ 为 $\vec{n}'$ 与 $\vec{R}$ 之夹角

$$\Longrightarrow \quad \psi(\vec{r}) = \frac{A}{4\pi}\oint_S \mathrm{d}\sigma'\,\frac{ik\,e^{ik(R+r')}}{Rr'}\left\{\left[\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right] - \left[\frac{\cos\theta_{n'r'}}{ikr'} + \frac{\cos\theta_{n'R}}{ikR}\right]\right\},$$

一般 R, r' 远大于波长：$kr' \gg 1$，　$kR \gg 1$

$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}\,')\right\}, \qquad (1)$$



$\vec{n}'$ 为曲面外法向，$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}\,'$

2. Huygens-Fresnel 原理

现假设由原点发出一球面波：$\psi(\vec{r}) = \dfrac{A}{r}\,e^{ikr}$,　　这里略去 $e^{-i\omega t}$ 因子并以波源 Q 为坐标原点

代入 (1) 式得：$\psi(\vec{r}) = \dfrac{1}{4\pi}\displaystyle\oint_{S_1}\frac{e^{ikR}}{R}\left[\psi(\vec{r}\,')\left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{n}'\cdot\vec{R}}{R} + \vec{n}'\cdot\nabla'\psi(\vec{r}\,')\right]\mathrm{d}\sigma'$,

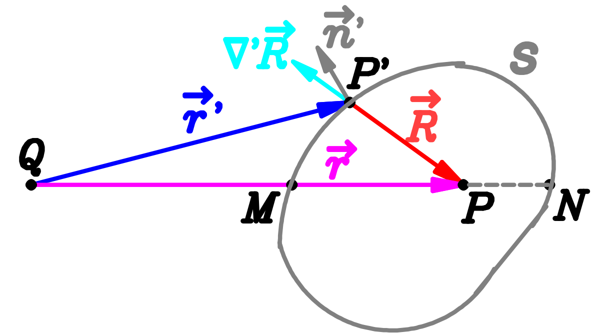
$$\vec{n}'\cdot\nabla'\psi(\vec{r}\,') = A\left(ik - \frac{1}{r'}\right)\frac{e^{ikr'}}{r'}\,\frac{\vec{n}'\cdot\vec{r}\,'}{r'},$$

令：$\cos\theta_{n'r'} = \dfrac{\vec{n}'\cdot\vec{r}\,'}{r'}$,　$\cos\theta_{n'R} = \dfrac{\vec{n}'\cdot\vec{R}}{R}$,　　$\theta_{n'r'}$ 为 $\vec{n}'$ 与 $\vec{r}\,'$ 之夹角，$\theta_{n'R}$ 为 $\vec{n}'$ 与 $\vec{R}$ 之夹角

$$\Longrightarrow \quad \psi(\vec{r}) = \frac{A}{4\pi}\oint_S \mathrm{d}\sigma'\,\frac{ik\,e^{ik(R+r')}}{Rr'}\left\{\left[\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right] - \left[\frac{\cos\theta_{n'r'}}{ikr'} + \frac{\cos\theta_{n'R}}{ikR}\right]\right\},$$

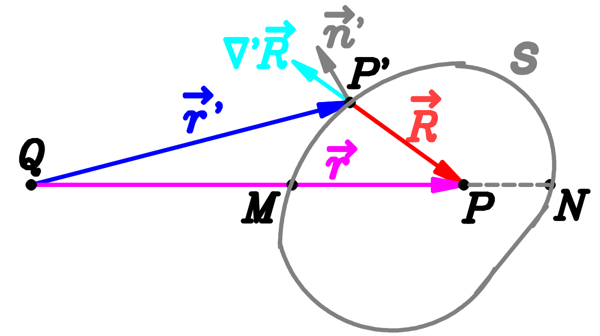
一般 R, r' 远大于波长：$kr' \gg 1$,　$kR \gg 1$

$$\Longrightarrow \quad \psi(\vec{r}, t) = \oint_S \mathrm{d}\sigma'\,\frac{ikA}{4\pi Rr'}\left[\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right]e^{ikr' + ikR - i\omega t}$$

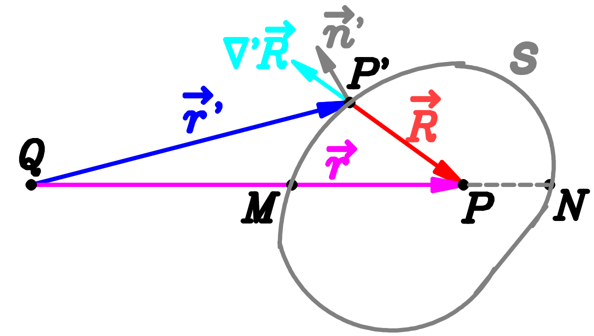

$\vec{n}'$
$\nabla'\vec{R}$
P'
S
$\vec{r}'$
$\vec{R}$
Q
$\vec{r}$
M
P
N

Let there be light

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ikA}{4\pi R r'} \left[\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right] e^{ikr' + ikR - i\omega t}$$



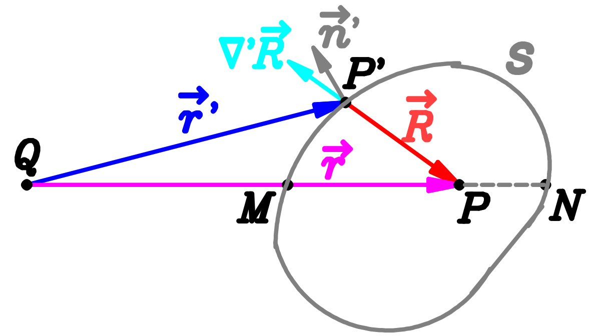
$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ikA}{4\pi R r'} \left[\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right] e^{ikr' + ikR - i\omega t}$$



上式表明：

源点 Q 发出的电磁波对观察点 P 的贡献可看成是包围 P 的

$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ikA}{4\pi Rr'} \left[\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right] e^{ikr'+ikR-i\omega t}$$

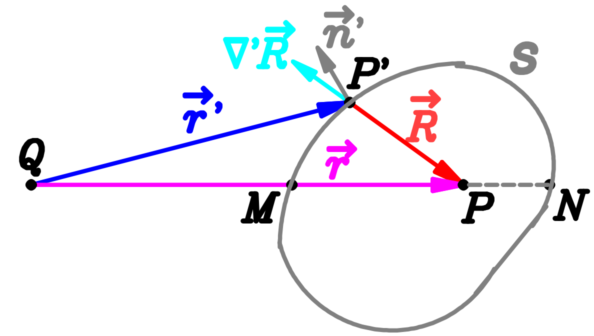


上式表明：

源点 Q 发出的电磁波对观察点 P 的贡献可看成是包围 P 的封闭曲面 S 各点所发出的球面次波在 P 点相互干涉的结果。

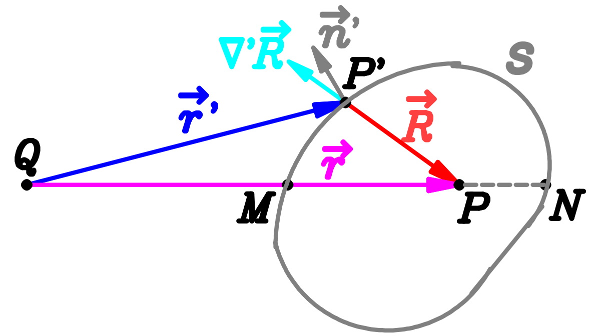
Let there be light

$$\psi(\vec{r}, t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ikA}{4\pi R r'} \left[\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right] e^{ikr' + ikR - i\omega t}$$



上式表明：

源点 Q 发出的电磁波对观察点 P 的贡献可看成是包围 P 的封闭曲面 S 各点所发出的球面次波在 P 点相互干涉的结果。 —— Huygens-Fresnel 原理。

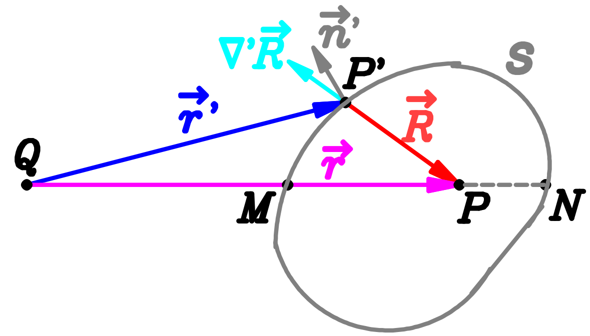


$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ikA}{4\pi R r'} \left[\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right] e^{ikr' + ikR - i\omega t}$$

上式表明：

源点 Q 发出的电磁波对观察点 P 的贡献可看成是包围 P 的封闭曲面 S 各点所发出的球面次波在 P 点相互干涉的结果。 —— Huygens-Fresnel 原理。

源点 Q 传播到曲面 S 上的电磁波为：$A\,\dfrac{e^{i(kr'-\omega t)}}{r'}$,



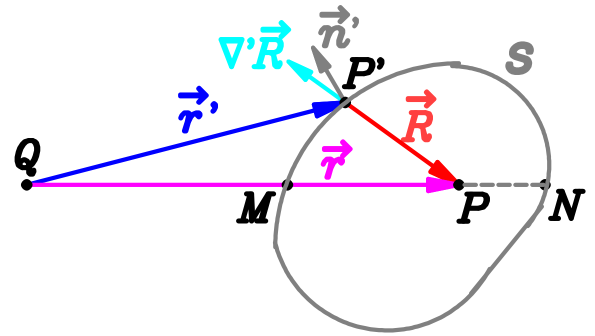
$$\psi(\vec{r}, t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ikA}{4\pi R r'} \left[\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right] e^{ikr' + ikR - i\omega t}$$

上式表明：

源点 Q 发出的电磁波对观察点 P 的贡献可看成是包围 P 的封闭曲面 S 各点所发出的球面次波在 P 点相互干涉的结果。 —— Huygens-Fresnel 原理。

源点 Q 传播到曲面 S 上的电磁波为：$A\,\dfrac{e^{i(kr'-\omega t)}}{r'}$， 因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示从面 S 到观察点 P 的传播。

$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ikA}{4\pi R r'} \left[\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right] e^{ikr'+ikR-i\omega t}$$



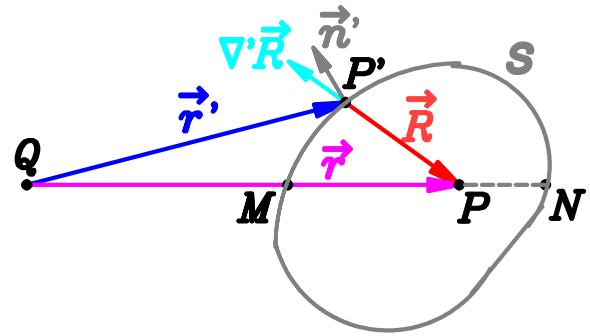
上式表明：

源点 Q 发出的电磁波对观察点 P 的贡献可看成是包围 P 的封闭曲面 S 各点所发出的球面次波在 P 点相互干涉的结果。 —— Huygens-Fresnel 原理。

源点 Q 传播到曲面 S 上的电磁波为：$A\,\dfrac{e^{i(kr'-\omega t)}}{r'}$， 因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示从面 S 到观察点 P 的传播。

曲面 S 上次球面波振幅为：$gA\,\dfrac{e^{ikr'}}{r'}$

$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \,\frac{ikA}{4\pi R r'}\left[\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right] e^{ikr'+ikR-i\omega t}$$



上式表明：

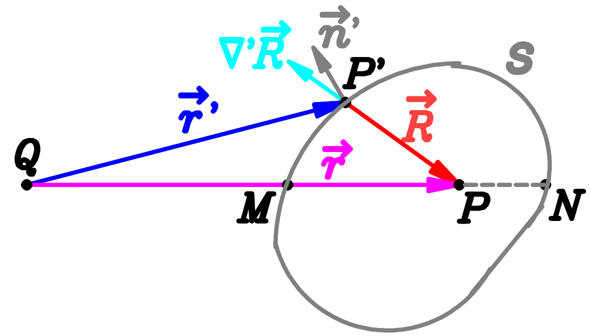
源点 Q 发出的电磁波对观察点 P 的贡献可看成是包围 P 的封闭曲面 S 各点所发出的球面次波在 P 点相互干涉的结果。 —— Huygens-Fresnel 原理。

源点 Q 传播到曲面 S 上的电磁波为：$A\,\dfrac{e^{i(kr'-\omega t)}}{r'}$， 因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示从面 S 到观察点 P 的传播。

曲面 S 上次球面波振幅为：$gA\,\dfrac{e^{ikr'}}{r'}$

其中：$g = (k/4\pi)[\cos(\vec{r}',\vec{n}') + \cos(\vec{R},\vec{n}')]$， —— 称为辐射因子

$$\psi(\vec{r}, t) = -\oint_S d\sigma' \frac{ikA}{4\pi R r'} [\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}]\, e^{ikr' + ikR - i\omega t}$$



上式表明：

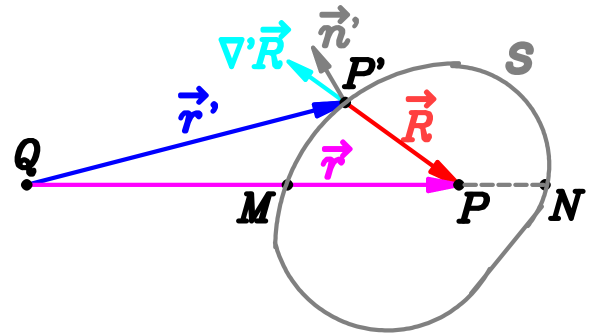
源点 Q 发出的电磁波对观察点 P 的贡献可看成是包围 P 的封闭曲面 S 各点所发出的球面次波在 P 点相互干涉的结果。 —— Huygens-Fresnel 原理。

源点 Q 传播到曲面 S 上的电磁波为：$A\,\dfrac{e^{i(kr'-\omega t)}}{r'}$， 因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示从面 S 到观察点 P 的传播。

曲面 S 上次球面波振幅为：$gA\,\dfrac{e^{ikr'}}{r'}$

其中：$g = (k/4\pi)[\cos(\vec{r}', \vec{n}') + \cos(\vec{R}, \vec{n}')]$， —— 称为辐射因子

辐射因子是三个方向矢量 $\vec{r}'/r'$，$\vec{R}/R$ 和 $\vec{n}'$ 的函数



$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ikA}{4\pi R r'} \left[\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right] e^{ikr' + ikR - i\omega t}$$

上式表明：

源点 Q 发出的电磁波对观察点 P 的贡献可看成是包围 P 的封闭曲面 S 各点所发出的球面次波在 P 点相互干涉的结果。 —— Huygens-Fresnel 原理。

源点 Q 传播到曲面 S 上的电磁波为：$A \,\dfrac{e^{i(kr' - \omega t)}}{r'}$， 因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示从面 S 到观察点 P 的传播。

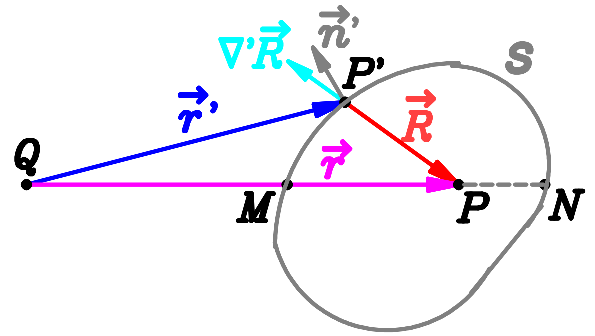
曲面 S 上次球面波振幅为：$gA \,\dfrac{e^{ikr'}}{r'}$

其中：$g = (k/4\pi)[\cos(\vec{\boldsymbol{r}}', \vec{\boldsymbol{n}}') + \cos(\vec{\boldsymbol{R}}, \vec{\boldsymbol{n}}')]$， —— 称为辐射因子

辐射因子是三个方向矢量 $\vec{\boldsymbol{r}}'/r'$，$\vec{\boldsymbol{R}}/R$ 和 $\vec{\boldsymbol{n}}'$ 的函数

辐射因子表明次球面波发出时有一定的角分布 —— 次球面波强度是各向异性的

$$\psi(\vec{r}, t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ikA}{4\pi R r'} \left[\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right] e^{ikr' + ikR - i\omega t}$$



上式表明：

源点 Q 发出的电磁波对观察点 P 的贡献可看成是包围 P 的封闭曲面 S 各点所发出的球面次波在 P 点相互干涉的结果。 —— Huygens-Fresnel 原理。

源点 Q 传播到曲面 S 上的电磁波为：$A\,\dfrac{e^{i(kr'-\omega t)}}{r'}$， 因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示从面 S 到观察点 P 的传播。

曲面 S 上次球面波振幅为：$gA\,\dfrac{e^{ikr'}}{r'}$

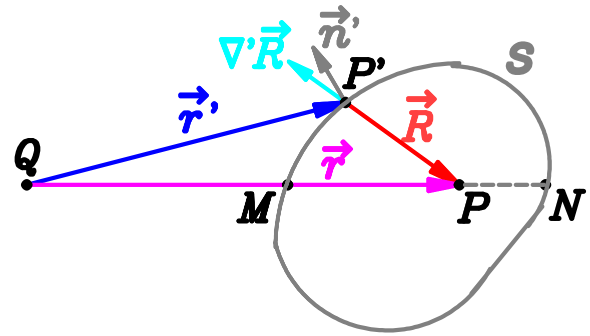
其中：$g = (k/4\pi)[\cos(\vec{r}', \vec{n}') + \cos(\vec{R}, \vec{n}')]$， —— 称为辐射因子

辐射因子是三个方向矢量 $\vec{r}'/r'$，$\vec{R}/R$ 和 $\vec{n}'$ 的函数

辐射因子表明次球面波发出时有一定的角分布 —— 次球面波强度是各向异性的

若源点 Q、次波波源点 M 与观察点 P 三点同线，且次波波源 M 在 PQ 之间（如图），则有：

$$\psi(\vec{r}, t) = -\oint_S d\sigma' \, \frac{ikA}{4\pi R r'} \left[\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right] e^{ikr' + ikR - i\omega t}$$



上式表明：

源点 Q 发出的电磁波对观察点 P 的贡献可看成是包围 P 的封闭曲面 S 各点所发出的球面次波在 P 点相互干涉的结果。 —— Huygens-Fresnel 原理。

源点 Q 传播到曲面 S 上的电磁波为：$A\,\dfrac{e^{i(kr'-\omega t)}}{r'}$， 因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示从面 S 到观察点 P 的传播。

曲面 S 上次球面波振幅为：$gA\,\dfrac{e^{ikr'}}{r'}$

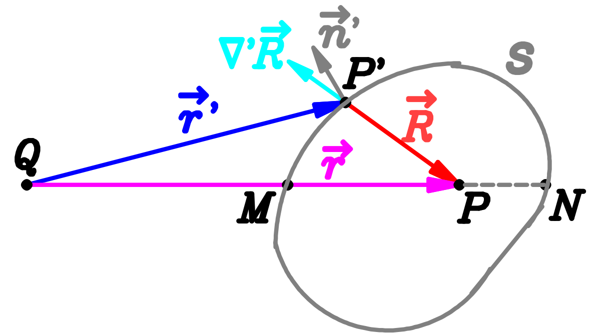
其中：$g = (k/4\pi)[\cos(\vec{r}', \vec{n}') + \cos(\vec{R}, \vec{n}')]$， —— 称为辐射因子

辐射因子是三个方向矢量 $\vec{r}'/r'$，$\vec{R}/R$ 和 $\vec{n}'$ 的函数

辐射因子表明次球面波发出时有一定的角分布 —— 次球面波强度是各向异性的

若源点 Q、次波波源点 M 与观察点 P 三点同线，且次波波源 M 在 PQ 之间（如图），则有：

$$\cos(\vec{R}, \vec{n}') = \cos(\vec{r}', \vec{n}')$$



$$\psi(\vec{r}, t) = -\oint_S d\sigma' \frac{ikA}{4\pi R r'} [\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}] \, e^{ikr' + ikR - i\omega t}$$

上式表明：

源点 Q 发出的电磁波对观察点 P 的贡献可看成是包围 P 的

封闭曲面 S 各点所发出的球面次波在 P 点相互干涉的结果。 —— Huygens-Fresnel 原理。

源点 Q 传播到曲面 S 上的电磁波为：$A\dfrac{e^{i(kr'-\omega t)}}{r'}$， 因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示从面 S 到观察点 P 的传播。

曲面 S 上次球面波振幅为：$gA\dfrac{e^{ikr'}}{r'}$

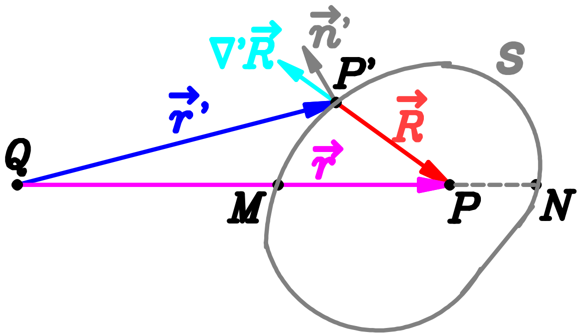
其中：$g = (k/4\pi)[\cos(\vec{r}', \vec{n}') + \cos(\vec{R}, \vec{n}')]$， —— 称为辐射因子

辐射因子是三个方向矢量 $\vec{r}'/r'$，$\vec{R}/R$ 和 $\vec{n}'$ 的函数

辐射因子表明次球面波发出时有一定的角分布 —— 次球面波强度是各向异性的

若源点 Q、次波波源点 M 与观察点 P 三点同线，且次波波源 M 在 PQ 之间（如图），则有：

$\cos(\vec{R}, \vec{n}') = \cos(\vec{r}', \vec{n}')$ —— 次球面波的强度最大



$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \,\frac{ikA}{4\pi R r'}\left[\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right] e^{ikr'+ikR-i\omega t}$$

上式表明：

源点 Q 发出的电磁波对观察点 P 的贡献可看成是包围 P 的封闭曲面 S 各点所发出的球面次波在 P 点相互干涉的结果。 —— Huygens-Fresnel 原理。

源点 Q 传播到曲面 S 上的电磁波为：$A\,\dfrac{e^{i(kr'-\omega t)}}{r'}$， 因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示从面 S 到观察点 P 的传播。

曲面 S 上次球面波振幅为：$gA\,\dfrac{e^{ikr'}}{r'}$

其中：$g = (k/4\pi)[\cos(\vec{r}',\vec{n}') + \cos(\vec{R},\vec{n}')]$， —— 称为辐射因子

辐射因子是三个方向矢量 $\vec{r}'/r'$，$\vec{R}/R$ 和 $\vec{n}'$ 的函数

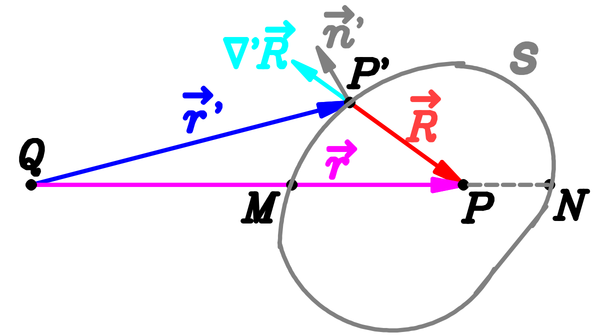
辐射因子表明次球面波发出时有一定的角分布 —— 次球面波强度是各向异性的

若源点 Q、次波波源点 M 与观察点 P 三点同线，且次波波源 M 在 PQ 之间（如图），则有：

$\cos(\vec{R},\vec{n}') = \cos(\vec{r}',\vec{n}')$ —— 次球面波的强度最大

若源点 Q、次波波源点 N 与观察点 P 三点同线，而次波波源 N 在 QP 延长线上（如图），则

$$\psi(\vec{r}, t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ikA}{4\pi R r'} \left[\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right] e^{ikr' + ikR - i\omega t}$$



上式表明：

源点 Q 发出的电磁波对观察点 P 的贡献可看成是包围 P 的封闭曲面 S 各点所发出的球面次波在 P 点相互干涉的结果。 —— Huygens-Fresnel 原理。

源点 Q 传播到曲面 S 上的电磁波为：$A \,\dfrac{e^{i(kr' - \omega t)}}{r'}$， 因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示从面 S 到观察点 P 的传播。

曲面 S 上次球面波振幅为：$gA \,\dfrac{e^{ikr'}}{r'}$

其中：$g = (k/4\pi)[\cos(\vec{r}', \vec{n}') + \cos(\vec{R}, \vec{n}')]$， —— 称为辐射因子

辐射因子是三个方向矢量 $\vec{r}'/r'$，$\vec{R}/R$ 和 $\vec{n}'$ 的函数

辐射因子表明次球面波发出时有一定的角分布 —— 次球面波强度是各向异性的

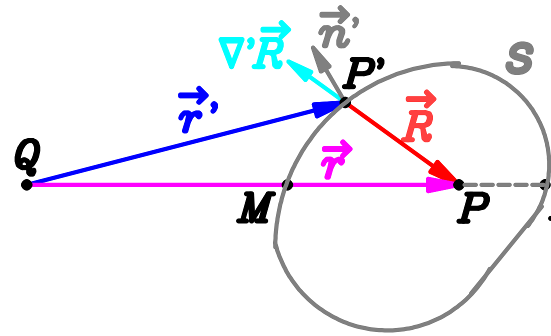
若源点 Q、次波波源点 M 与观察点 P 三点同线，且次波波源 M 在 PQ 之间（如图），则有：

$\cos(\vec{R}, \vec{n}') = \cos(\vec{r}', \vec{n}')$ —— 次球面波的强度最大

若源点 Q、次波波源点 N 与观察点 P 三点同线，而次波波源 N 在 QP 延长线上（如图），则

$\cos(\vec{R}, \vec{n}') = -\cos(\vec{r}', \vec{n}')$

$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \,\frac{ikA}{4\pi Rr'}\left[\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right] e^{ikr'+ikR-i\omega t}$$



上式表明：

源点 Q 发出的电磁波对观察点 P 的贡献可看成是包围 P 的封闭曲面 S 各点所发出的球面次波在 P 点相互干涉的结果。 —— Huygens-Fresnel 原理。

源点 Q 传播到曲面 S 上的电磁波为：$A\,\dfrac{e^{i(kr'-\omega t)}}{r'}$， 因子 $\dfrac{e^{ikR}}{R}$ 表示从面 S 到观察点 P 的传播。

曲面 S 上次球面波振幅为：$gA\,\dfrac{e^{ikr'}}{r'}$

其中：$g = (k/4\pi)[\cos(\vec{r}',\vec{n}') + \cos(\vec{R},\vec{n}')]$， —— 称为辐射因子

辐射因子是三个方向矢量 $\vec{r}'/r'$，$\vec{R}/R$ 和 $\vec{n}'$ 的函数

辐射因子表明次球面波发出时有一定的角分布 —— 次球面波强度是各向异性的

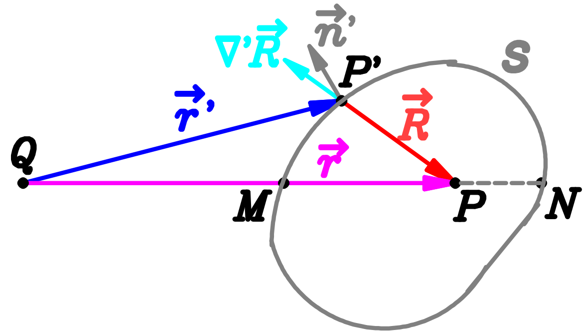
若源点 Q、次波波源点 M 与观察点 P 三点同线，且次波波源 M 在 PQ 之间（如图），则有：

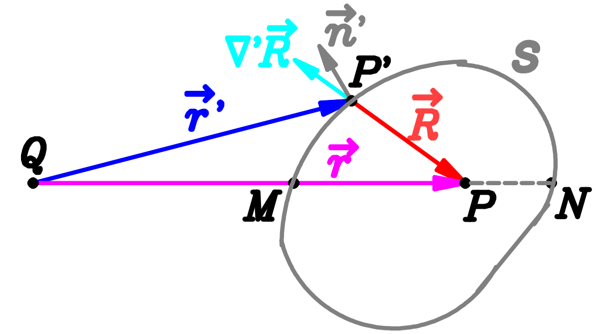
$\cos(\vec{R},\vec{n}') = \cos(\vec{r}',\vec{n}')$ —— 次球面波的强度最大

若源点 Q、次波波源点 N 与观察点 P 三点同线，而次波波源 N 在 QP 延长线上（如图），则

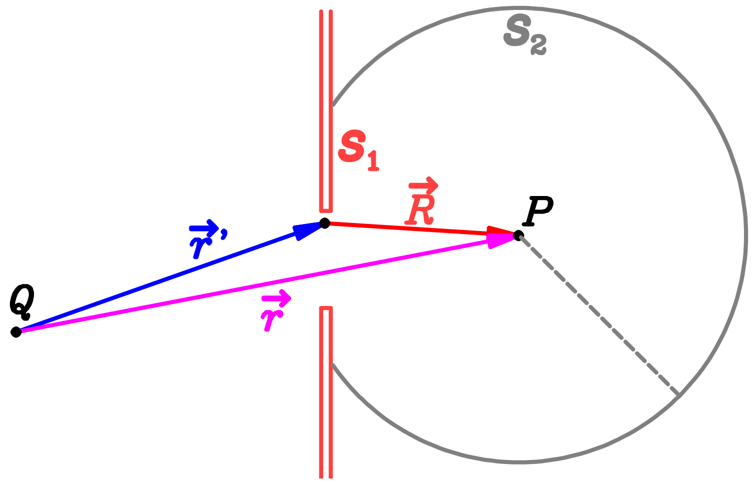
$\cos(\vec{R},\vec{n}') = -\cos(\vec{r}',\vec{n}')$ —— 次球面波的强度为 0，即不存在向后传播的球面次波。

Let there be light





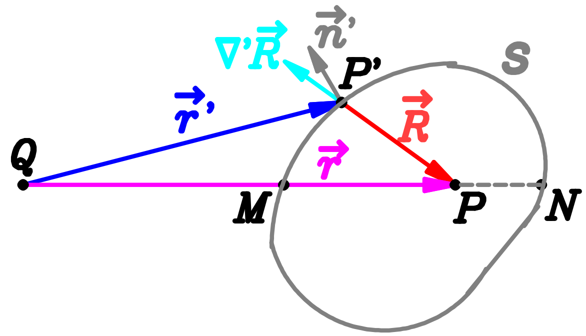
$\nabla' \vec{R}$
$\vec{n}'$
P'
S
$\vec{r}'$
$\vec{R}$
Q
$\vec{r}$
M
P
N

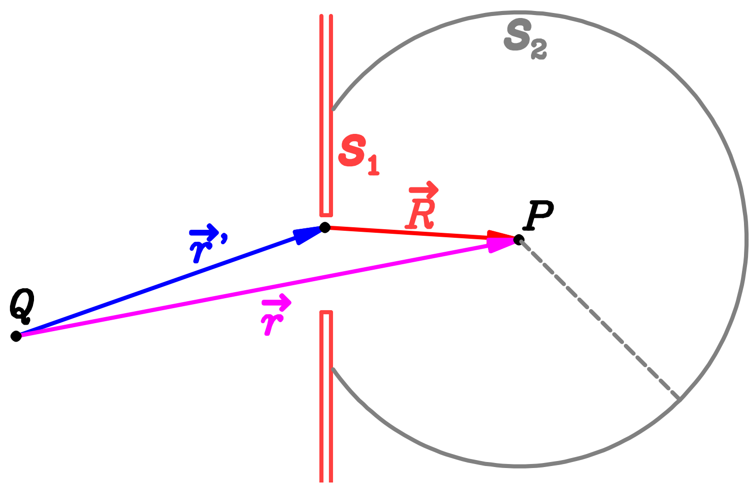


S_2
S_1
$\vec{R}$
P
$\vec{r}'$
Q
$\vec{r}$

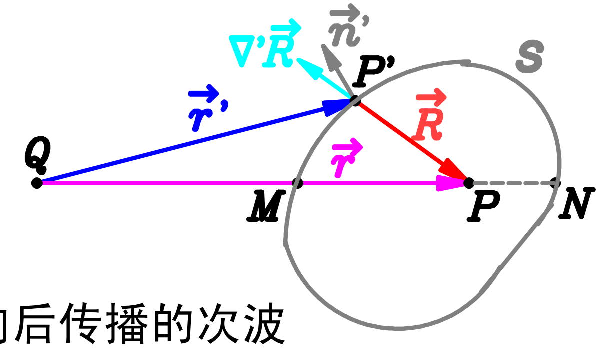
对点源 Q 发射出的球面波，有

$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \underbrace{\frac{ik}{4\pi}\left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right)}_{g} \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R} e^{-i\omega t}$$



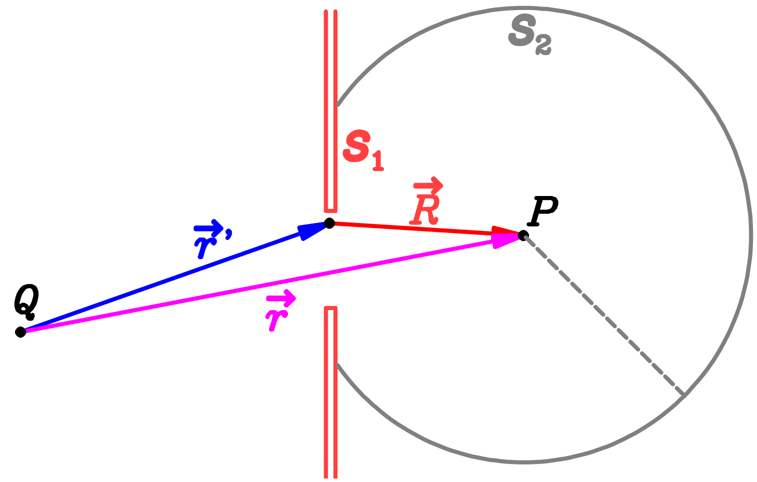


对点源 Q 发射出的球面波，有



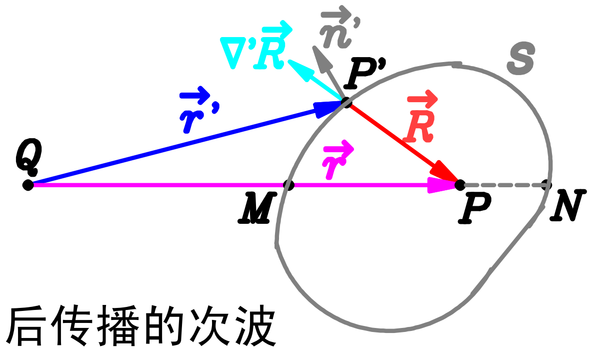
$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \underbrace{\frac{ik}{4\pi}\left(\cos\theta_{n'r'}+\cos\theta_{n'R}\right)}_{g}\frac{e^{ikr'}}{r'}\,\frac{e^{ikR}}{R}\,e^{-i\omega t}$$

原 Huygens 原理中，次波波源既可以发出向前传播，也可以发出向后传播的次波



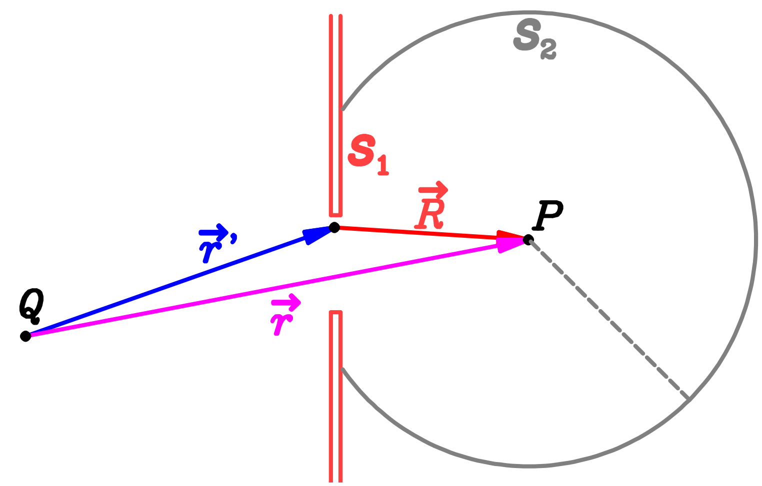
对点源 Q 发射出的球面波，有

$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \underbrace{\frac{ik}{4\pi}\left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right)}_{g} \frac{e^{ikr'}}{r'}\,\frac{e^{ikR}}{R}\,e^{-i\omega t}$$

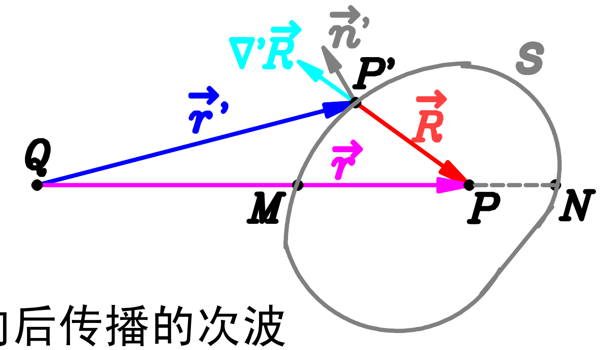


原 Huygens 原理中，次波波源既可以发出向前传播，也可以发出向后传播的次波

但向后传播的次波并未被观察到。



对点源 Q 发射出的球面波，有

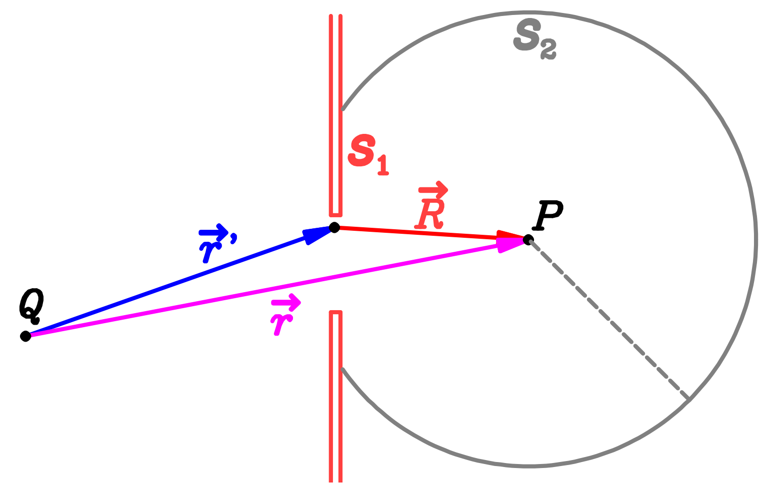


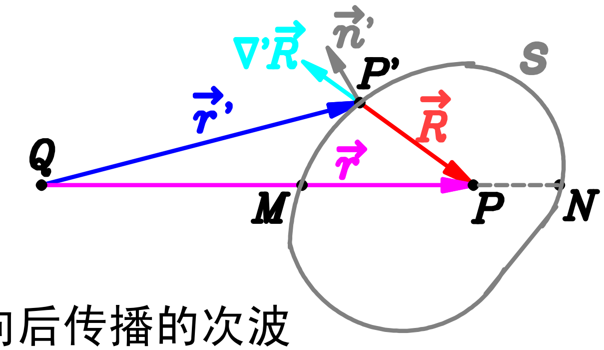
$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \underbrace{\frac{ik}{4\pi}\left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right)}_{g} \frac{e^{ikr'}}{r'}\,\frac{e^{ikR}}{R}\,e^{-i\omega t}$$

原 Huygens 原理中，次波波源既可以发出向前传播，也可以发出向后传播的次波

但向后传播的次波并未被观察到。

Fresnel 凭直觉，提出“倾斜因子”来解释不存在向后次波问题 —— Huygens-Fresnel 原理。





对点源 Q 发射出的球面波，有

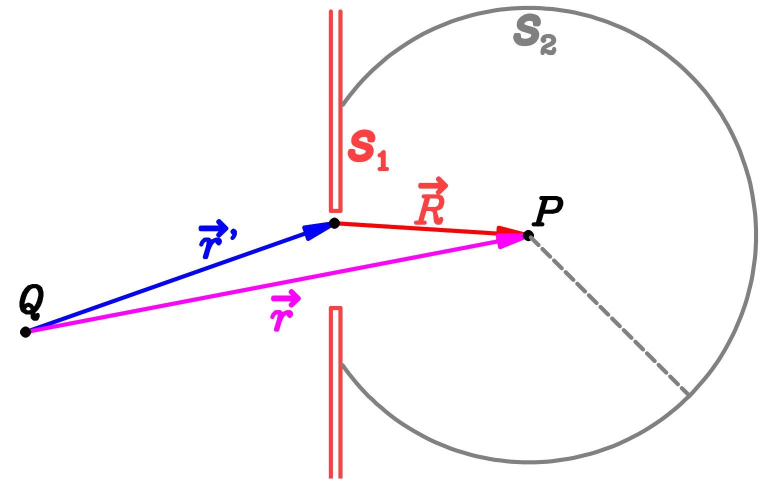
$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \underbrace{\frac{ik}{4\pi}\left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right)}_{g} \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R} e^{-i\omega t}$$

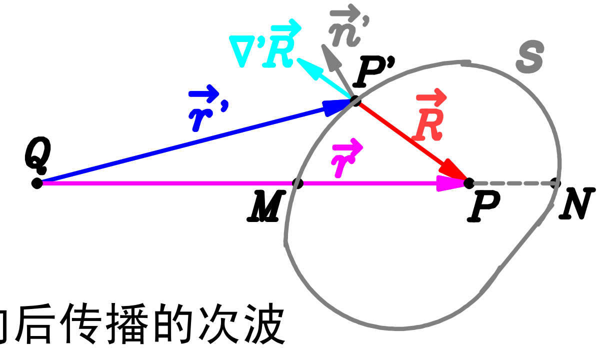
原 Huygens 原理中，次波波源既可以发出向前传播，也可以发出向后传播的次波

但向后传播的次波并未被观察到。

Fresnel 凭直觉，提出“倾斜因子”来解释不存在向后次波问题 —— Huygens-Fresnel 原理。

从 Kirchhoff 衍射理论，自然导出辐射因子 g





对点源 Q 发射出的球面波，有

$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \underbrace{\frac{ik}{4\pi}\left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right)}_{g} \frac{e^{ikr'}}{r'}\,\frac{e^{ikR}}{R}\,e^{-i\omega t}$$

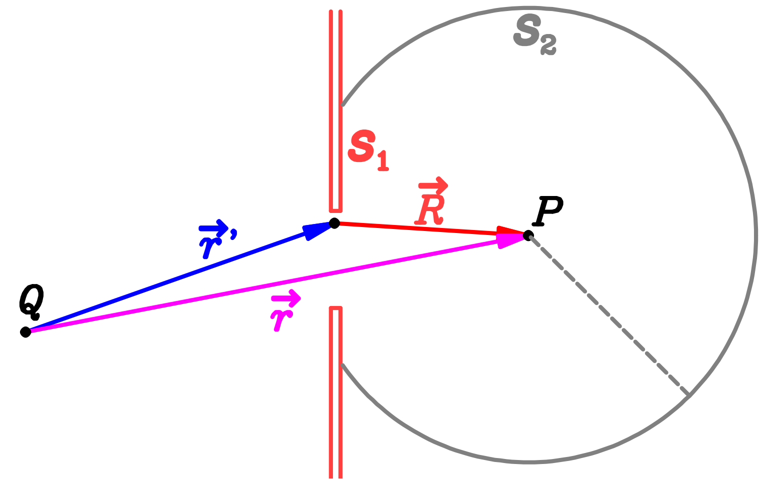
原 Huygens 原理中，次波波源既可以发出向前传播，也可以发出向后传播的次波

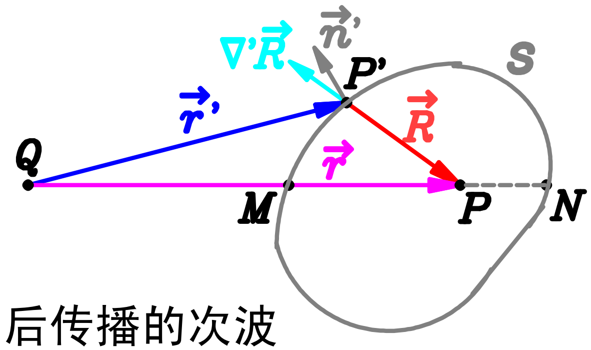
但向后传播的次波并未被观察到。

Fresnel 凭直觉，提出“倾斜因子”来解释不存在向后次波问题 —— Huygens-Fresnel 原理。

从 Kirchhoff 衍射理论，自然导出辐射因子 g

从而自然得到不存在向后传播之次波的结论。





对点源 Q 发射出的球面波，有

$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \underbrace{\frac{ik}{4\pi}\left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right)}_{g} \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R}\, e^{-i\omega t}$$

原 Huygens 原理中，次波波源既可以发出向前传播，也可以发出向后传播的次波

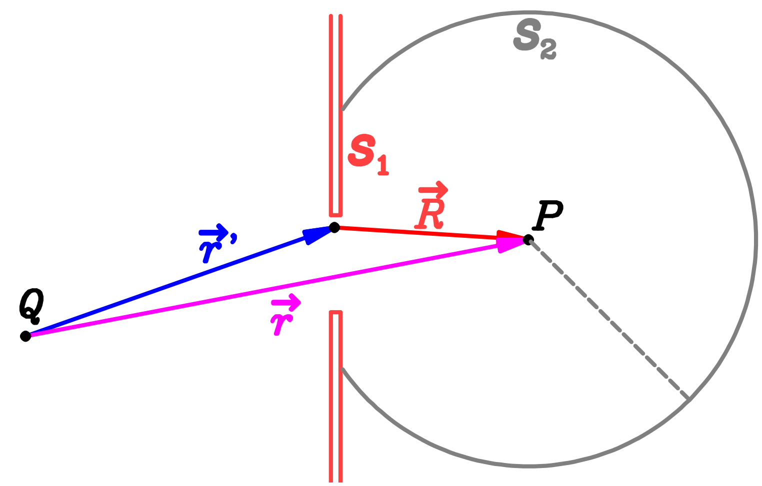
但向后传播的次波并未被观察到。

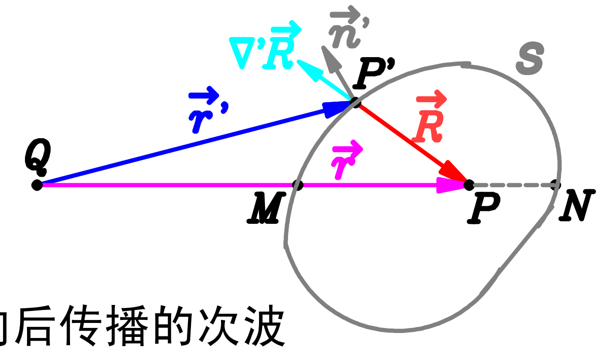
Fresnel 凭直觉，提出“倾斜因子”来解释不存在向后次波问题 —— Huygens-Fresnel 原理。

从 Kirchhoff 衍射理论，自然导出辐射因子 g

从而自然得到不存在向后传播之次波的结论。

3. Kirchhoff 边界条件和 Babinet 原理





对点源 Q 发射出的球面波，有

$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \underbrace{\frac{ik}{4\pi}\left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right)}_{g} \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R} e^{-i\omega t}$$

原 Huygens 原理中，次波波源既可以发出向前传播，也可以发出向后传播的次波

但向后传播的次波并未被观察到。

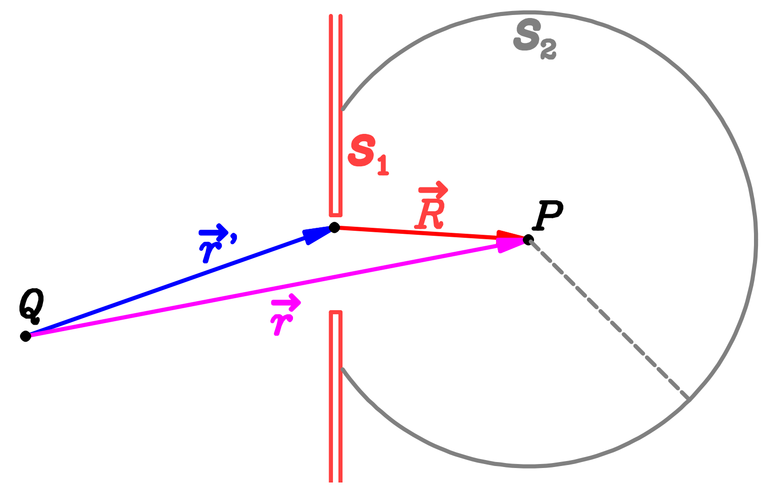
Fresnel 凭直觉，提出“倾斜因子”来解释不存在向后次波问题 —— Huygens-Fresnel 原理。

从 Kirchhoff 衍射理论，自然导出辐射因子 g

从而自然得到不存在向后传播之次波的结论。

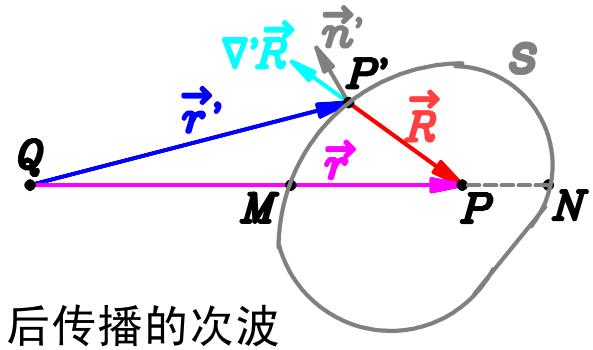
3. Kirchhoff 边界条件和 Babinet 原理

对衍射问题，通常曲面分成两部分：



对点源 Q 发射出的球面波，有

$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \underbrace{\frac{ik}{4\pi}\left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right)}_{g} \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R}\, e^{-i\omega t}$$



原 Huygens 原理中，次波波源既可以发出向前传播，也可以发出向后传播的次波

但向后传播的次波并未被观察到。

Fresnel 凭直觉，提出“倾斜因子”来解释不存在向后次波问题 —— Huygens-Fresnel 原理。

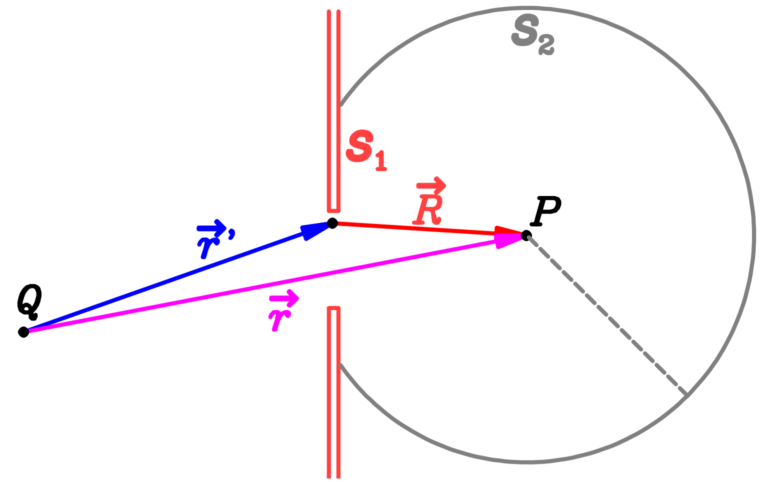
从 Kirchhoff 衍射理论，自然导出辐射因子 g

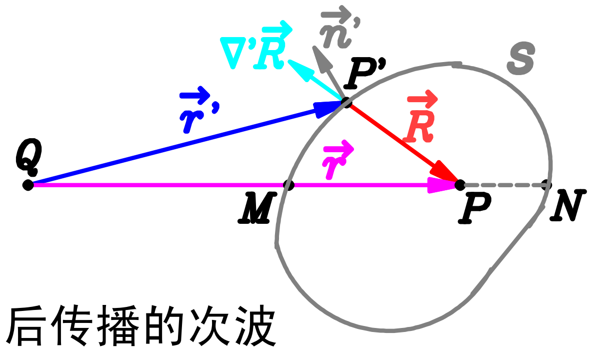
从而自然得到不存在向后传播之次波的结论。

3. Kirchhoff 边界条件和 Babinet 原理

对衍射问题，通常曲面分成两部分：

带有孔的屏 S_1 和无穷大球面 S_2，





对点源 Q 发射出的球面波，有

$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \underbrace{\frac{ik}{4\pi}\left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right)}_{g} \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R} e^{-i\omega t}$$

原 Huygens 原理中，次波波源既可以发出向前传播，也可以发出向后传播的次波

但向后传播的次波并未被观察到。

Fresnel 凭直觉，提出“倾斜因子”来解释不存在向后次波问题 —— Huygens-Fresnel 原理。

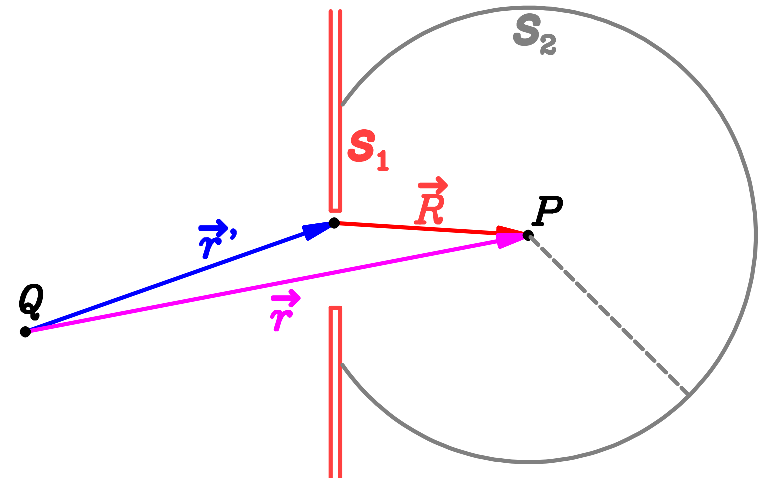
从 Kirchhoff 衍射理论，自然导出辐射因子 g

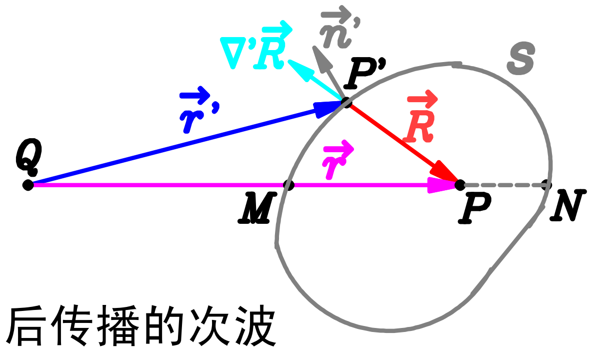
从而自然得到不存在向后传播之次波的结论。

3. Kirchhoff 边界条件和 Babinet 原理

对衍射问题，通常曲面分成两部分：

带有孔的屏 S_1 和无穷大球面 S_2，如图





对点源 Q 发射出的球面波，有

$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \underbrace{\frac{ik}{4\pi}\left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right)}_{g} \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R} e^{-i\omega t}$$

原 Huygens 原理中，次波波源既可以发出向前传播，也可以发出向后传播的次波

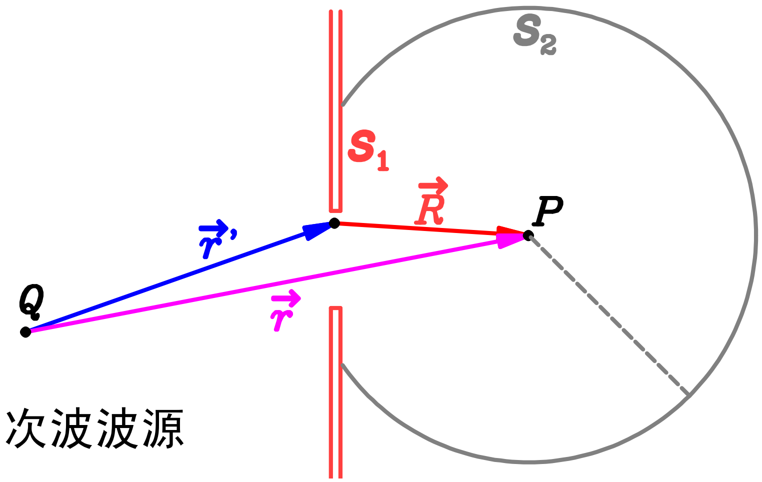
但向后传播的次波并未被观察到。

Fresnel 凭直觉，提出“倾斜因子”来解释不存在向后次波问题 —— Huygens-Fresnel 原理。

从 Kirchhoff 衍射理论，自然导出辐射因子 g

从而自然得到不存在向后传播之次波的结论。

3. Kirchhoff 边界条件和 Babinet 原理



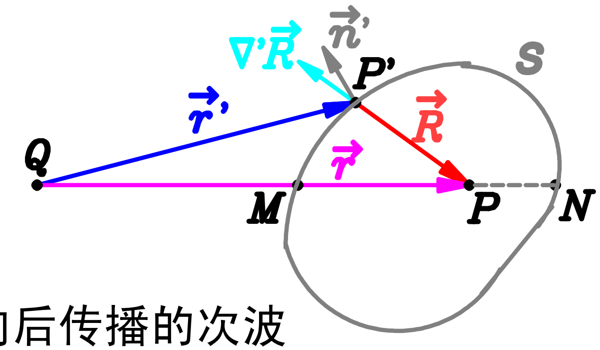
对衍射问题，通常曲面分成两部分：

带有孔的屏 S_1 和无穷大球面 S_2，如图

物理上，衍射区的场是通过 S_1 上的孔透过来，孔是真的次波波源

对点源 Q 发射出的球面波，有

$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \underbrace{\frac{ik}{4\pi}\left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right)}_{g} \frac{e^{ikr'}}{r'}\,\frac{e^{ikR}}{R}\,e^{-i\omega t}$$



原 Huygens 原理中，次波波源既可以发出向前传播，也可以发出向后传播的次波

但向后传播的次波并未被观察到。

Fresnel 凭直觉，提出“倾斜因子”来解释不存在向后次波问题 —— Huygens-Fresnel 原理。

从 Kirchhoff 衍射理论，自然导出辐射因子 g

从而自然得到不存在向后传播之次波的结论。

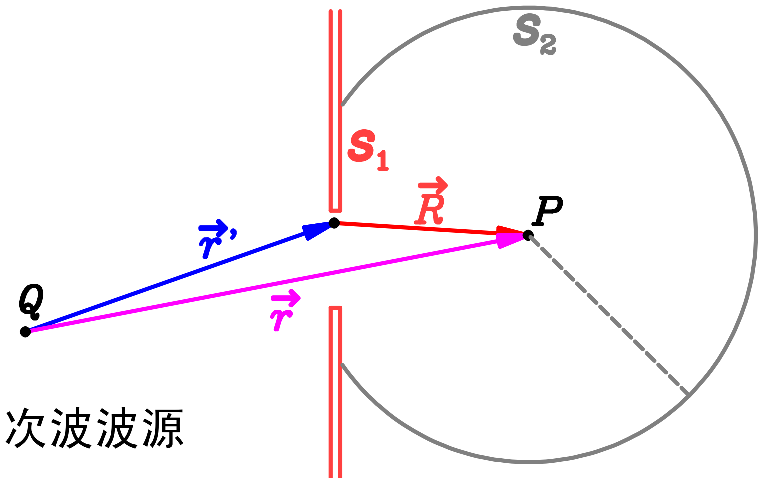
3. Kirchhoff 边界条件和 Babinet 原理

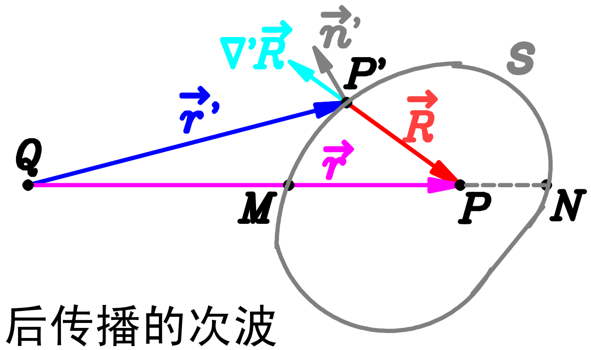
对衍射问题，通常曲面分成两部分：

带有孔的屏 S_1 和无穷大球面 S_2，如图

物理上，衍射区的场是通过 S_1 上的孔透过来，孔是真的次波波源

无穷大球面 S_2 上的实际上是出射波





对点源 Q 发射出的球面波，有

$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \underbrace{\frac{ik}{4\pi}\left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right)}_{g} \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R} e^{-i\omega t}$$

原 Huygens 原理中，次波波源既可以发出向前传播，也可以发出向后传播的次波

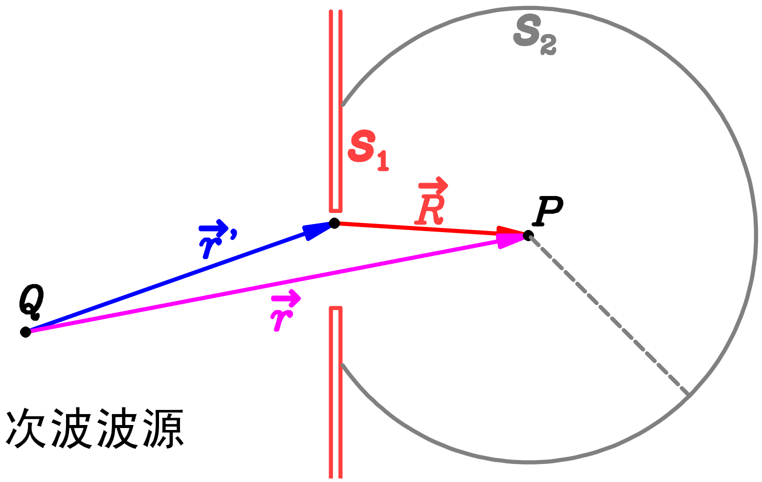
但向后传播的次波并未被观察到。

Fresnel 凭直觉，提出“倾斜因子”来解释不存在向后次波问题 —— Huygens-Fresnel 原理。

从 Kirchhoff 衍射理论，自然导出辐射因子 g

从而自然得到不存在向后传播之次波的结论。

3. Kirchhoff 边界条件和 Babinet 原理



对衍射问题，通常曲面分成两部分：

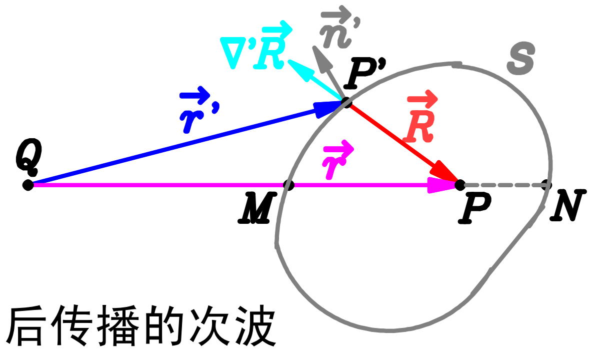
带有孔的屏 S_1 和无穷大球面 S_2，如图

物理上，衍射区的场是通过 S_1 上的孔透过来，孔是真的次波波源

无穷大球面 S_2 上的实际上是出射波

无穷远的出射波应满足 Sommerfeld 辐射条件 (Sommerfeld's radiation conditions)：

对点源 Q 发射出的球面波，有



$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \underbrace{\frac{ik}{4\pi}(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R})}_{g} \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R} e^{-i\omega t}$$

原 Huygens 原理中，次波波源既可以发出向前传播，也可以发出向后传播的次波

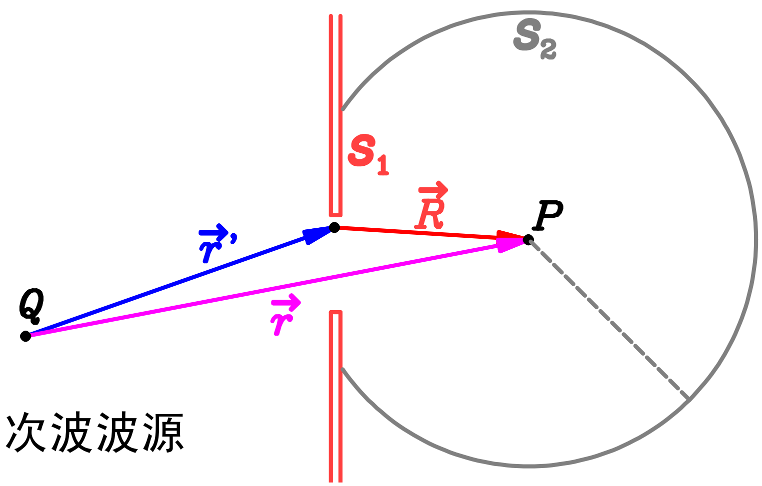
但向后传播的次波并未被观察到。

Fresnel 凭直觉，提出“倾斜因子”来解释不存在向后次波问题 —— Huygens-Fresnel 原理。

从 Kirchhoff 衍射理论，自然导出辐射因子 g

从而自然得到不存在向后传播之次波的结论。

3. Kirchhoff 边界条件和 Babinet 原理



对衍射问题，通常曲面分成两部分：

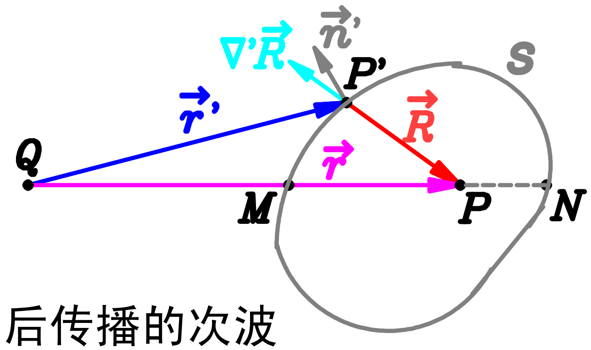
带有孔的屏 S_1 和无穷大球面 S_2，如图

物理上，衍射区的场是通过 S_1 上的孔透过来，孔是真的次波波源

无穷大球面 S_2 上的实际上是出射波

无穷远的出射波应满足 Sommerfeld 辐射条件 (Sommerfeld's radiation conditions)：

$$\psi \sim f(\theta,\phi)\frac{e^{ikr'}}{r'}, \qquad \vec{n}'\cdot\nabla'\psi = \frac{\partial\psi}{\partial n'} \sim \frac{\partial\psi}{\partial r'} \sim \left(ik - \frac{1}{r'}\right)\psi$$



对点源 Q 发射出的球面波，有

$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \underbrace{\frac{ik}{4\pi}\left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right)}_{g} \frac{e^{ikr'}}{r'}\,\frac{e^{ikR}}{R}\,e^{-i\omega t}$$

原 Huygens 原理中，次波波源既可以发出向前传播，也可以发出向后传播的次波

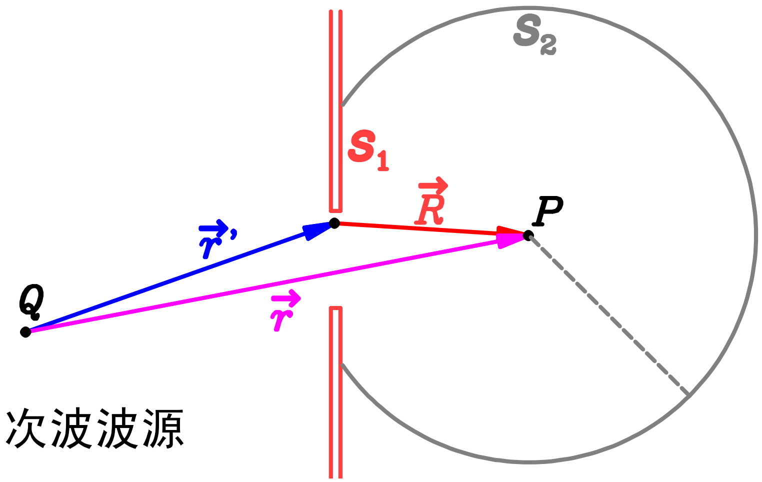
但向后传播的次波并未被观察到。

Fresnel 凭直觉，提出“倾斜因子”来解释不存在向后次波问题 —— Huygens-Fresnel 原理。

从 Kirchhoff 衍射理论，自然导出辐射因子 g

从而自然得到不存在向后传播之次波的结论。

3. Kirchhoff 边界条件和 Babinet 原理



对衍射问题，通常曲面分成两部分：

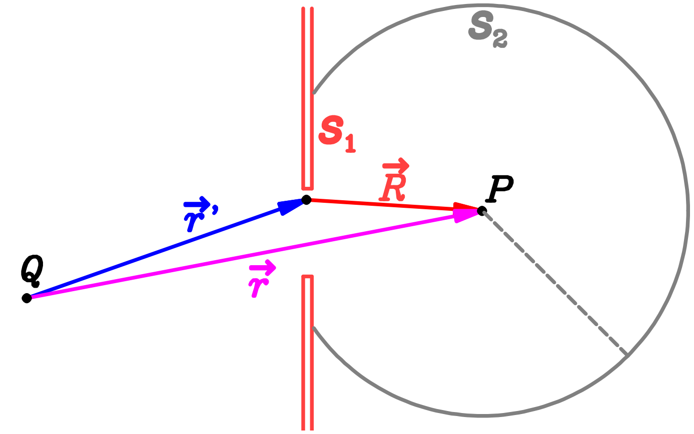
带有孔的屏 S_1 和无穷大球面 S_2，如图

物理上，衍射区的场是通过 S_1 上的孔透过来，孔是真的次波波源

无穷大球面 S_2 上的实际上是出射波

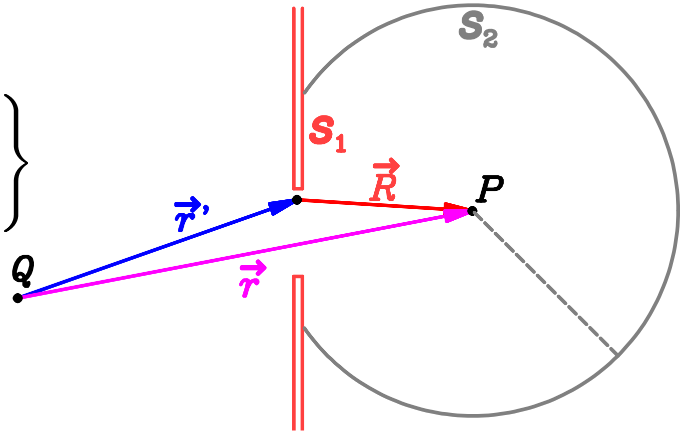
无穷远的出射波应满足 Sommerfeld 辐射条件 (Sommerfeld's radiation conditions)：

$$\psi \sim f(\theta,\phi)\frac{e^{ikr'}}{r'}, \qquad \vec{n}'\cdot\nabla'\psi = \frac{\partial\psi}{\partial n'} \sim \frac{\partial\psi}{\partial r'} \sim \left(ik - \frac{1}{r'}\right)\psi$$


S_2
S_1
$\vec{R}$
P
$\vec{r}'$
Q
$\vec{r}$

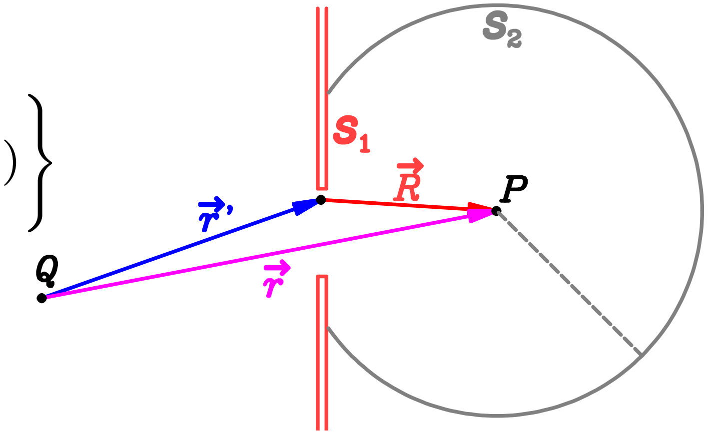
Kirchhoff 积分公式 [p4, (1) 式]

$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}\,')\right\}$$



Kirchhoff 积分公式 [p4, (1) 式]

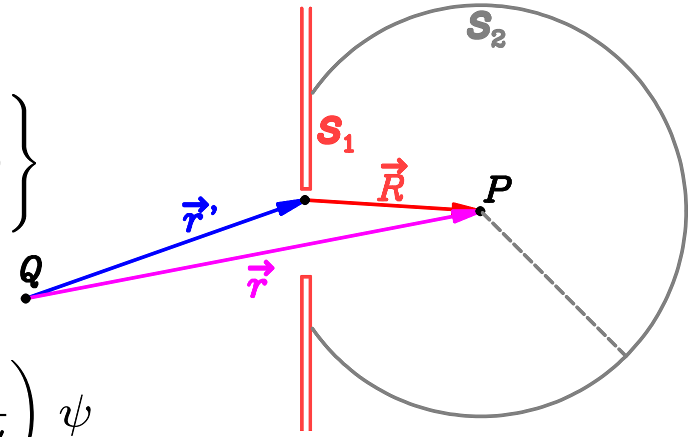
$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R} \right] \psi(\vec{\boldsymbol{r}}') \right\}$$



无穷远的出射波应满足 (Sommerfeld's radiation conditions)：

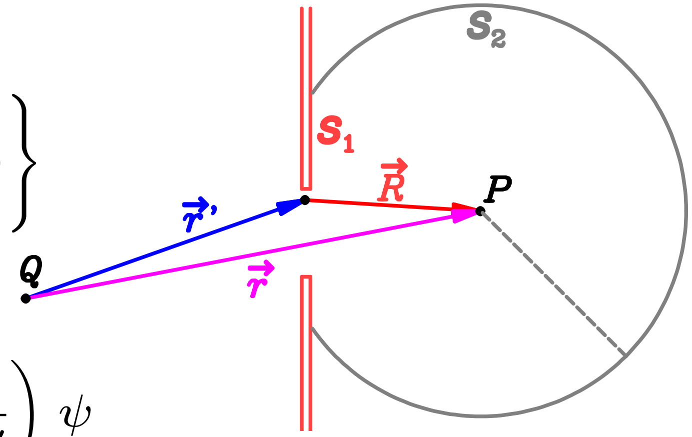
Kirchhoff 积分公式 [p4, (1) 式]

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{\boldsymbol{n}}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R}\right]\psi(\vec{\boldsymbol{r}}')\right\}$$



无穷远的出射波应满足 (Sommerfeld's radiation conditions):

$$\psi \sim f(\theta,\phi)\,\frac{e^{ikr'}}{r'}, \qquad \vec{\boldsymbol{n}}'\cdot\nabla'\psi = \frac{\partial\psi}{\partial n'} \sim \frac{\partial\psi}{\partial r'} \sim \left(ik - \frac{1}{r'}\right)\psi$$



Kirchhoff 积分公式 [p4, (1) 式]

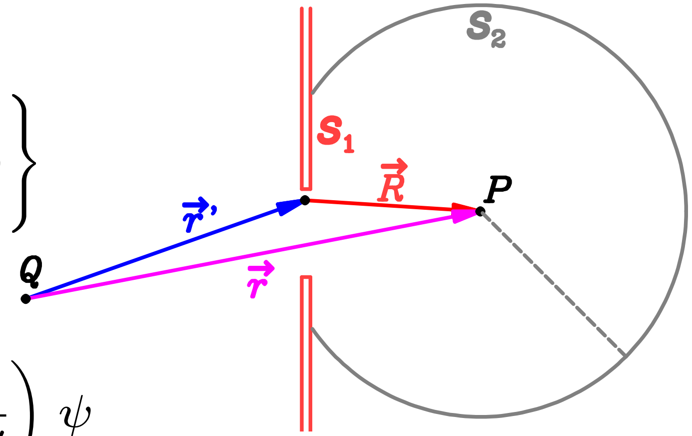
$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R} \right] \psi(\vec{\boldsymbol{r}}') \right\}$$

无穷远的出射波应满足 (Sommerfeld's radiation conditions)：

$$\psi \sim f(\theta, \phi) \frac{e^{ikr'}}{r'}, \qquad \vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \nabla' \psi = \frac{\partial \psi}{\partial n'} \sim \frac{\partial \psi}{\partial r'} \sim \left(ik - \frac{1}{r'} \right) \psi$$

注意到当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，在 S_2 球面上，$\dfrac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R}$ 与 曲面外法向 $\vec{\boldsymbol{n}}'$ 反向，ik 项相消

Kirchhoff 积分公式 [p4, (1) 式]



$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{\boldsymbol{n}}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R}\right]\psi(\vec{\boldsymbol{r}}')\right\}$$

无穷远的出射波应满足 (Sommerfeld's radiation conditions)：

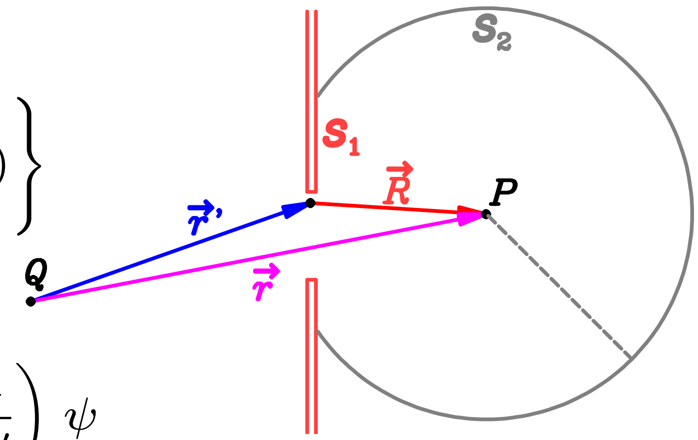
$$\psi \sim f(\theta,\phi)\,\frac{e^{ikr'}}{r'}, \qquad \vec{\boldsymbol{n}}'\cdot\nabla'\psi = \frac{\partial\psi}{\partial n'} \sim \frac{\partial\psi}{\partial r'} \sim \left(ik - \frac{1}{r'}\right)\psi$$

注意到当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，在 S_2 球面上，$\dfrac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R}$ 与 曲面外法向 $\vec{\boldsymbol{n}}'$ 反向，ik 项相消

从而当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，Kirchhoff 积分公式中的 S_2 部分的积分至少以 $1/r$ 趋于 0。

Kirchhoff 积分公式 [p4, (1) 式]

$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}')\right\}$$



无穷远的出射波应满足 (Sommerfeld's radiation conditions)：

$$\psi \sim f(\theta,\phi)\,\frac{e^{ikr'}}{r'}, \qquad \vec{n}'\cdot\nabla'\psi = \frac{\partial\psi}{\partial n'} \sim \frac{\partial\psi}{\partial r'} \sim \left(ik - \frac{1}{r'}\right)\psi$$

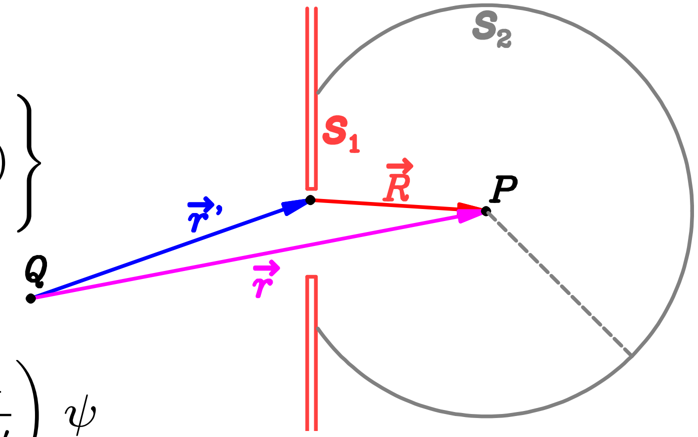
注意到当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，在 S_2 球面上，$\dfrac{\vec{R}}{R}$ 与 曲面外法向 $\vec{n}'$ 反向，ik 项相消

从而当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，Kirchhoff 积分公式中的 S_2 部分的积分至少以 $1/r$ 趋于 0。

因此，衍射问题中，Kirchhoff 积分公式简化为：

Kirchhoff 积分公式 [p4, (1) 式]

$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik-\frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}\,')\right\}$$



无穷远的出射波应满足 (Sommerfeld's radiation conditions)：

$$\psi \sim f(\theta,\phi)\,\frac{e^{ikr'}}{r'}, \qquad \vec{n}'\cdot\nabla'\psi = \frac{\partial\psi}{\partial n'} \sim \frac{\partial\psi}{\partial r'} \sim \left(ik-\frac{1}{r'}\right)\psi$$

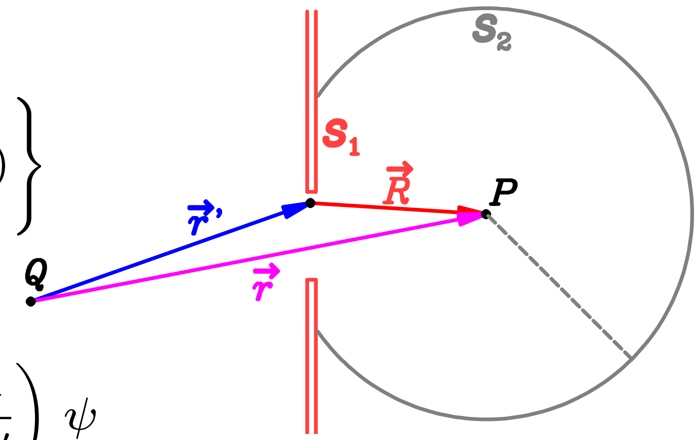
注意到当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，在 S_2 球面上，$\dfrac{\vec{R}}{R}$ 与 曲面外法向 $\vec{n}'$ 反向，ik 项相消

从而当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，Kirchhoff 积分公式中的 S_2 部分的积分至少以 $1/r$ 趋于 0。

因此，衍射问题中，Kirchhoff 积分公式简化为：

$$\psi(\vec{r}) = \int_{S_1} \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik-\frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}\,')\right\},$$

Kirchhoff 积分公式 [p4, (1) 式]



$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}\,')\right\}$$

无穷远的出射波应满足 (Sommerfeld's radiation conditions)：

$$\psi \sim f(\theta,\phi)\,\frac{e^{ikr'}}{r'}, \qquad \vec{n}'\cdot\nabla'\psi = \frac{\partial\psi}{\partial n'} \sim \frac{\partial\psi}{\partial r'} \sim \left(ik - \frac{1}{r'}\right)\psi$$

注意到当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，在 S_2 球面上，$\dfrac{\vec{R}}{R}$ 与 曲面外法向 $\vec{n}'$ 反向，ik 项相消

从而当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，Kirchhoff 积分公式中的 S_2 部分的积分至少以 $1/r$ 趋于 0。

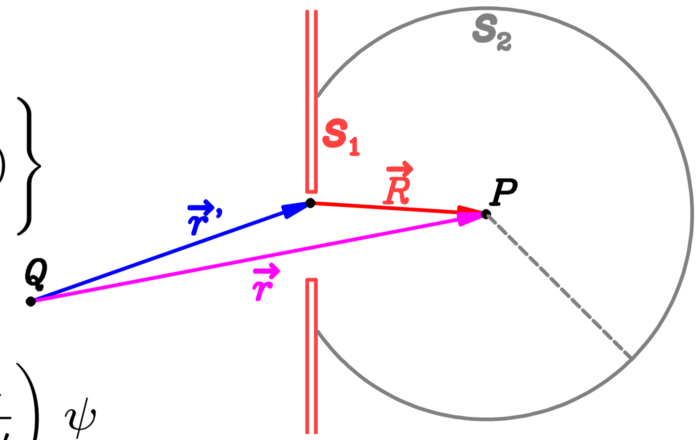
因此，衍射问题中，Kirchhoff 积分公式简化为：

$$\psi(\vec{r}) = \int_{S_1} \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}\,')\right\},$$

此处 $\vec{n}'$ 为外法向

Kirchhoff 积分公式 [p4, (1) 式]

$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}\,')\right\}$$



无穷远的出射波应满足 (Sommerfeld's radiation conditions)：

$$\psi \sim f(\theta,\phi)\frac{e^{ikr'}}{r'}, \qquad \vec{n}'\cdot\nabla'\psi = \frac{\partial\psi}{\partial n'} \sim \frac{\partial\psi}{\partial r'} \sim \left(ik - \frac{1}{r'}\right)\psi$$

注意到当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，在 S_2 球面上，$\dfrac{\vec{R}}{R}$ 与 曲面外法向 $\vec{n}'$ 反向，ik 项相消

从而当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，Kirchhoff 积分公式中的 S_2 部分的积分至少以 $1/r$ 趋于 0。

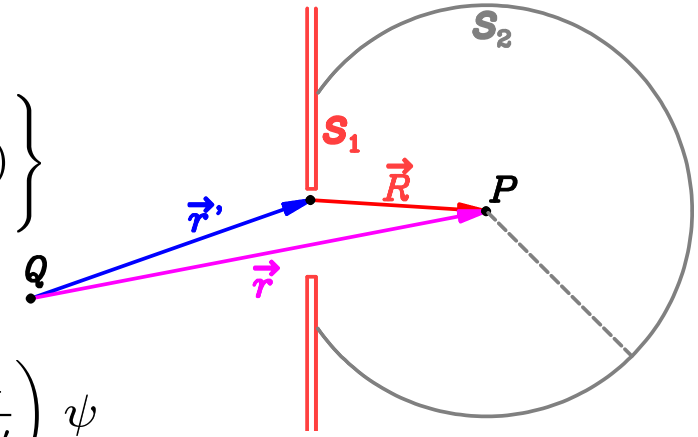
因此，衍射问题中，Kirchhoff 积分公式简化为：

$$\psi(\vec{r}) = \int_{S_1} \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}\,')\right\},$$

此处 $\vec{n}'$ 为外法向

为了分析孔隙衍射，必须知道屏和孔组成的面 S_1 上各点的波场以及波场的法向微商。

Kirchhoff 积分公式 [p4, (1) 式]



$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}')\right\}$$

无穷远的出射波应满足 (Sommerfeld's radiation conditions)：

$$\psi \sim f(\theta,\phi)\frac{e^{ikr'}}{r'}, \qquad \vec{n}'\cdot\nabla'\psi = \frac{\partial\psi}{\partial n'} \sim \frac{\partial\psi}{\partial r'} \sim \left(ik - \frac{1}{r'}\right)\psi$$

注意到当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，在 S_2 球面上，$\dfrac{\vec{R}}{R}$ 与 曲面外法向 $\vec{n}'$ 反向，ik 项相消

从而当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，Kirchhoff 积分公式中的 S_2 部分的积分至少以 $1/r$ 趋于 0。

因此，衍射问题中，Kirchhoff 积分公式简化为：

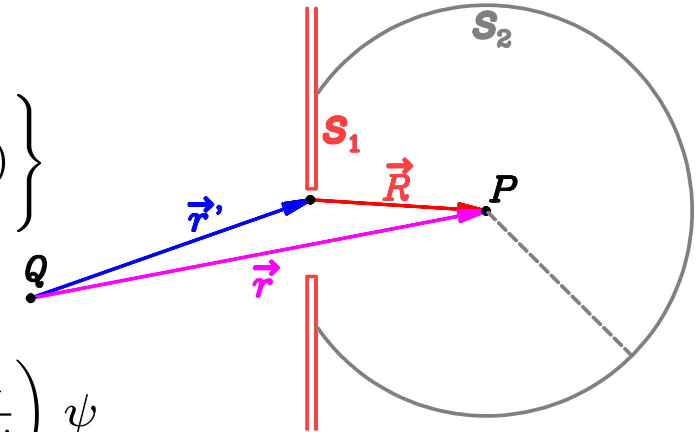
$$\psi(\vec{r}) = \int_{S_1} \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}')\right\},$$

此处 $\vec{n}'$ 为外法向

为了分析孔隙衍射，必须知道屏和孔组成的面 S_1 上各点的波场以及波场的法向微商。

对于不透明屏，Kirchhoff 提出两个近似假设

Kirchhoff 积分公式 [p4, (1) 式]



$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{\boldsymbol{n}}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R}\right]\psi(\vec{\boldsymbol{r}}')\right\}$$

无穷远的出射波应满足 (Sommerfeld's radiation conditions)：

$$\psi \sim f(\theta,\phi)\,\frac{e^{ikr'}}{r'}, \qquad \vec{\boldsymbol{n}}'\cdot\nabla'\psi = \frac{\partial\psi}{\partial n'} \sim \frac{\partial\psi}{\partial r'} \sim \left(ik - \frac{1}{r'}\right)\psi$$

注意到当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，在 S_2 球面上，$\dfrac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R}$ 与 曲面外法向 $\vec{\boldsymbol{n}}'$ 反向，ik 项相消

从而当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，Kirchhoff 积分公式中的 S_2 部分的积分至少以 $1/r$ 趋于 0。

因此，衍射问题中，Kirchhoff 积分公式简化为：

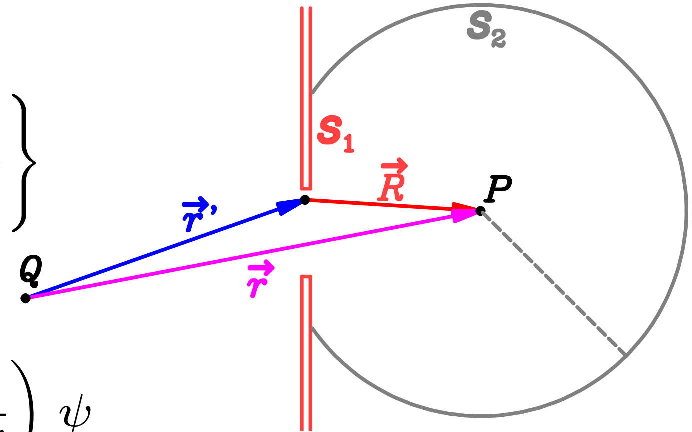
$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \int_{S_1} \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{\boldsymbol{n}}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R}\right]\psi(\vec{\boldsymbol{r}}')\right\},$$

此处 $\vec{\boldsymbol{n}}'$ 为外法向

为了分析孔隙衍射，必须知道屏和孔组成的面 S_1 上各点的波场以及波场的法向微商。

对于不透明屏，Kirchhoff 提出两个近似假设 —— Kirchhoff 边界条件。

Kirchhoff 积分公式 [p4, (1) 式]



$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{n}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{R}}{R} \right] \psi(\vec{r}\,') \right\}$$

无穷远的出射波应满足 (Sommerfeld's radiation conditions)：

$$\psi \sim f(\theta, \phi) \frac{e^{ikr'}}{r'}, \qquad \vec{n}' \cdot \nabla' \psi = \frac{\partial \psi}{\partial n'} \sim \frac{\partial \psi}{\partial r'} \sim \left(ik - \frac{1}{r'} \right) \psi$$

注意到当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，在 S_2 球面上，$\dfrac{\vec{R}}{R}$ 与 曲面外法向 $\vec{n}'$ 反向，ik 项相消

从而当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，Kirchhoff 积分公式中的 S_2 部分的积分至少以 $1/r$ 趋于 0。

因此，衍射问题中，Kirchhoff 积分公式简化为：

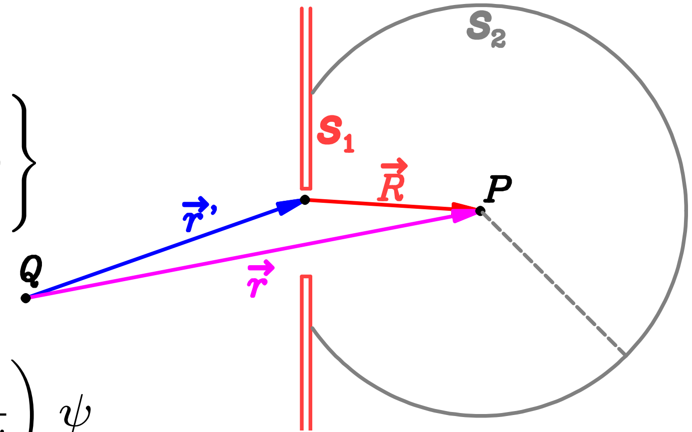
$$\psi(\vec{r}) = \int_{S_1} \frac{e^{ikR}}{R} \left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{n}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{R}}{R} \right] \psi(\vec{r}\,') \right\}, \qquad \text{此处 } \vec{n}' \text{ 为外法向}$$

为了分析孔隙衍射，必须知道屏和孔组成的面 S_1 上各点的波场以及波场的法向微商。

对于不透明屏，Kirchhoff 提出两个近似假设 —— Kirchhoff 边界条件。

1. 小孔部分 S_0：场及其法向微商与屏不存在时的场相同

Kirchhoff 积分公式 [p4, (1) 式]



$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}\,')\right\}$$

无穷远的出射波应满足 (Sommerfeld's radiation conditions)：

$$\psi \sim f(\theta,\phi)\,\frac{e^{ikr'}}{r'}, \qquad \vec{n}'\cdot\nabla'\psi = \frac{\partial\psi}{\partial n'} \sim \frac{\partial\psi}{\partial r'} \sim \left(ik - \frac{1}{r'}\right)\psi$$

注意到当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，在 S_2 球面上，$\dfrac{\vec{R}}{R}$ 与 曲面外法向 $\vec{n}'$ 反向，ik 项相消

从而当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，Kirchhoff 积分公式中的 S_2 部分的积分至少以 $1/r$ 趋于 0。

因此，衍射问题中，Kirchhoff 积分公式简化为：

$$\psi(\vec{r}) = \int_{S_1} \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}\,')\right\}, \qquad \text{此处 } \vec{n}' \text{ 为外法向}$$

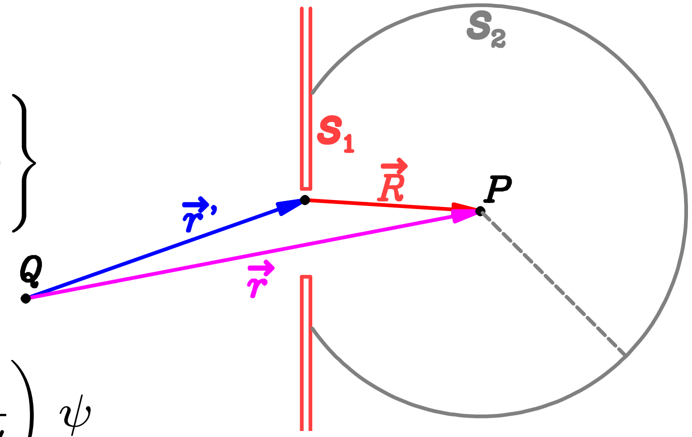
为了分析孔隙衍射，必须知道屏和孔组成的面 S_1 上各点的波场以及波场的法向微商。

对于不透明屏，Kirchhoff 提出两个近似假设 —— Kirchhoff 边界条件。

1. 小孔部分 S_0：场及其法向微商与屏不存在时的场相同
2. 未开孔处 S_0' 的背光面上：场及其法向微商均为 0

Kirchhoff 积分公式 [p4, (1) 式]

$$\psi(\vec{r}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}\,')\right\}$$



无穷远的出射波应满足 (Sommerfeld's radiation conditions)：

$$\psi \sim f(\theta,\phi)\frac{e^{ikr'}}{r'}, \qquad \vec{n}'\cdot\nabla'\psi = \frac{\partial\psi}{\partial n'} \sim \frac{\partial\psi}{\partial r'} \sim \left(ik - \frac{1}{r'}\right)\psi$$

注意到当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，在 S_2 球面上，$\dfrac{\vec{R}}{R}$ 与 曲面外法向 $\vec{n}'$ 反向，ik 项相消

从而当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，Kirchhoff 积分公式中的 S_2 部分的积分至少以 $1/r$ 趋于 0。

因此，衍射问题中，Kirchhoff 积分公式简化为：

$$\psi(\vec{r}) = \int_{S_1} \frac{e^{ikR}}{R}\left\{\frac{1}{4\pi}\mathrm{d}\sigma'\,\vec{n}'\cdot\left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R}\right)\frac{\vec{R}}{R}\right]\psi(\vec{r}\,')\right\},$$

此处 $\vec{n}'$ 为外法向

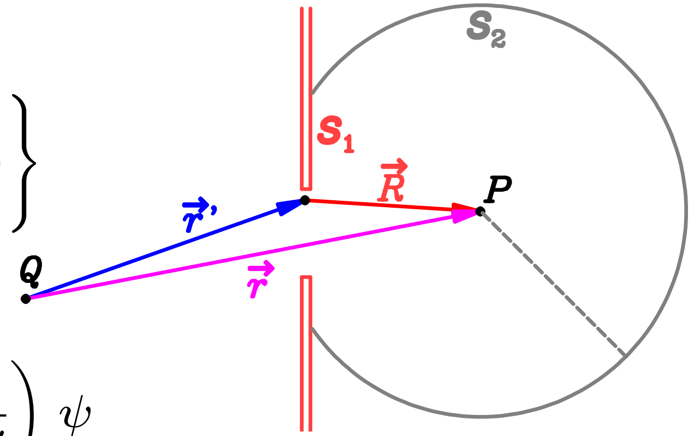
为了分析孔隙衍射，必须知道屏和孔组成的面 S_1 上各点的波场以及波场的法向微商。

对于不透明屏，Kirchhoff 提出两个近似假设 —— Kirchhoff 边界条件。

1. 小孔部分 S_0：场及其法向微商与屏不存在时的场相同
2. 未开孔处 S_0' 的背光面上：场及其法向微商均为 0

Kirchhoff 边界条件忽略了屏和小孔边缘对波场的扰动，仅在孔线度远大于波长时才成立。

Kirchhoff 积分公式 [p4, (1) 式]



$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \oint_S \frac{e^{ikR}}{R} \left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R} \right] \psi(\vec{\boldsymbol{r}}') \right\}$$

无穷远的出射波应满足 (Sommerfeld's radiation conditions)：

$$\psi \sim f(\theta, \phi) \frac{e^{ikr'}}{r'}, \qquad \vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \nabla' \psi = \frac{\partial \psi}{\partial n'} \sim \frac{\partial \psi}{\partial r'} \sim \left(ik - \frac{1}{r'} \right) \psi$$

注意到当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，在 S_2 球面上，$\dfrac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R}$ 与 曲面外法向 $\vec{\boldsymbol{n}}'$ 反向，ik 项相消

从而当球面 S_2 的半径趋于无穷大时，Kirchhoff 积分公式中的 S_2 部分的积分至少以 $1/r$ 趋于 0。

因此，衍射问题中，Kirchhoff 积分公式简化为：

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \int_{S_1} \frac{e^{ikR}}{R} \left\{ \frac{1}{4\pi} \mathrm{d}\sigma' \, \vec{\boldsymbol{n}}' \cdot \left[\nabla' + \left(ik - \frac{1}{R} \right) \frac{\vec{\boldsymbol{R}}}{R} \right] \psi(\vec{\boldsymbol{r}}') \right\}, \qquad \text{此处 } \vec{\boldsymbol{n}}' \text{ 为外法向}$$

为了分析孔隙衍射，必须知道屏和孔组成的面 S_1 上各点的波场以及波场的法向微商。

对于不透明屏，Kirchhoff 提出两个近似假设 —— Kirchhoff 边界条件。

1. 小孔部分 S_0：场及其法向微商与屏不存在时的场相同
2. 未开孔处 S_0' 的背光面上：场及其法向微商均为 0

Kirchhoff 边界条件忽略了屏和小孔边缘对波场的扰动，仅在孔线度远大于波长时才成立。

对小孔尺寸与波长相近情况 —— Born and Wolf, Principles of Optics

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

利用 Kirchhoff 边界条件，场用开孔部分的积分表示，且 A, B 为互补屏，故

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

利用 Kirchhoff 边界条件，场用开孔部分的积分表示，且 A, B 为互补屏，故

$$\psi(P) = \psi_a(P) + \psi_b(P)$$

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

利用 Kirchhoff 边界条件，场用开孔部分的积分表示，且 A, B 为互补屏，故

$$\psi(P) = \psi_a(P) + \psi_b(P)$$ —— Babinet 原理

Let there be light

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

利用 Kirchhoff 边界条件，场用开孔部分的积分表示，且 A, B 为互补屏，故

$$\psi(P) = \psi_a(P) + \psi_b(P)$$ —— Babinet 原理

若 $\psi_a(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi(P)$：

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

利用 Kirchhoff 边界条件，场用开孔部分的积分表示，且 A, B 为互补屏，故

$$\psi(P) = \psi_a(P) + \psi_b(P)$$ —— Babinet 原理

若 $\psi_a(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi(P)$：

放一个屏场强为 0 的点，换上其互补屏时，场强与没有屏相同。

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

利用 Kirchhoff 边界条件，场用开孔部分的积分表示，且 A, B 为互补屏，故

$$\psi(P) = \psi_a(P) + \psi_b(P)$$ —— Babinet 原理

若 $\psi_a(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi(P)$：

放一个屏场强为 0 的点，换上其互补屏时，场强与没有屏相同。

若 $\psi(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi_b(P)$：

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

利用 Kirchhoff 边界条件，场用开孔部分的积分表示，且 A, B 为互补屏，故

$$\psi(P) = \psi_a(P) + \psi_b(P)$$ —— Babinet 原理

若 $\psi_a(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi(P)$：

放一个屏场强为 0 的点，换上其互补屏时，场强与没有屏相同。

若 $\psi(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi_b(P)$：

无屏时场强为 0 的点，放互补屏时，场强大小相等、相位相反。

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

利用 Kirchhoff 边界条件，场用开孔部分的积分表示，且 A, B 为互补屏，故

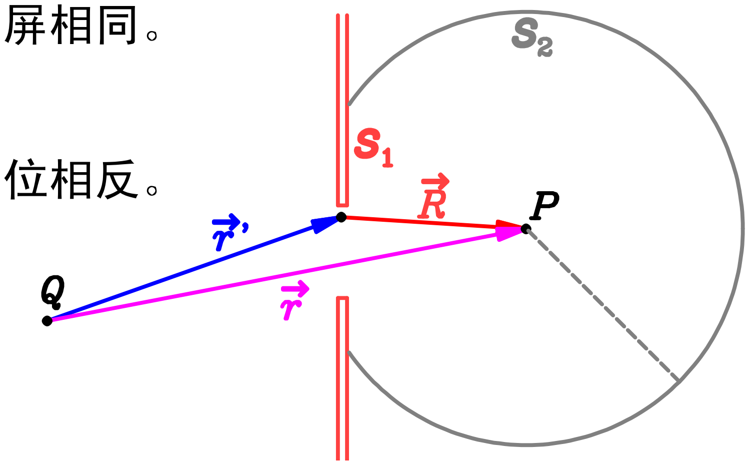
$$\psi(P) = \psi_a(P) + \psi_b(P)$$ —— Babinet 原理

若 $\psi_a(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi(P)$：

放一个屏场强为 0 的点，换上其互补屏时，场强与没有屏相同。

若 $\psi(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi_b(P)$：

无屏时场强为 0 的点，放互补屏时，场强大小相等、相位相反。



假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

利用 Kirchhoff 边界条件，场用开孔部分的积分表示，且 A, B 为互补屏，故

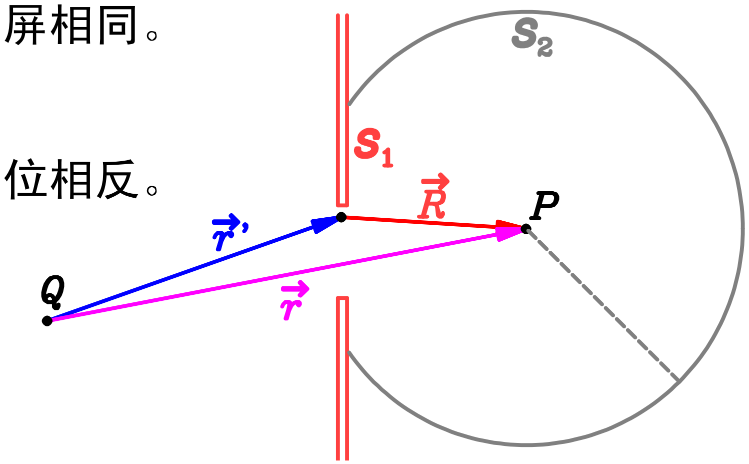
$$\psi(P) = \psi_a(P) + \psi_b(P) \qquad \text{—— Babinet 原理}$$

若 $\psi_a(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi(P)$：

放一个屏场强为 0 的点，换上其互补屏时，场强与没有屏相同。

若 $\psi(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi_b(P)$：

无屏时场强为 0 的点，放互补屏时，场强大小相等、相位相反。



二、小孔衍射

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

利用 Kirchhoff 边界条件，场用开孔部分的积分表示，且 A, B 为互补屏，故

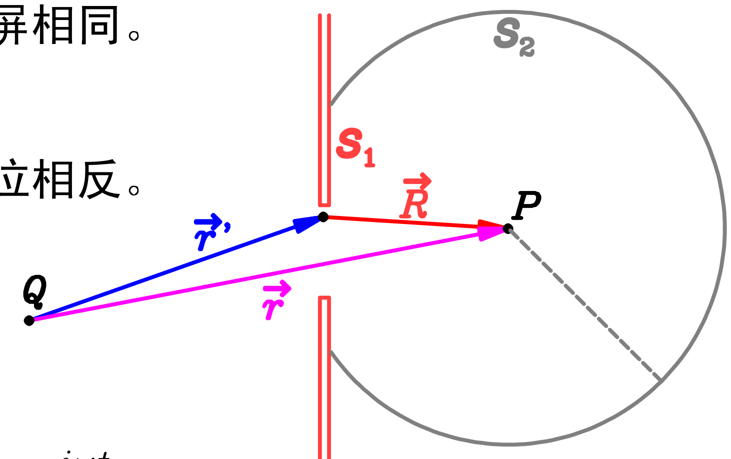
$$\psi(P) = \psi_a(P) + \psi_b(P) \qquad \text{—— Babinet 原理}$$

若 $\psi_a(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi(P)$：

放一个屏场强为 0 的点，换上其互补屏时，场强与没有屏相同。

若 $\psi(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi_b(P)$：

无屏时场强为 0 的点，放互补屏时，场强大小相等、相位相反。



二、小孔衍射

对点光源 Q，由Kirchhoff 标量衍射理论 [p6, (1) 式]

$$\psi(\vec{r}, t) = -\oint_S d\sigma' \frac{ik}{4\pi}(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R} e^{-i\omega t}$$

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

利用 Kirchhoff 边界条件，场用开孔部分的积分表示，且 A, B 为互补屏，故

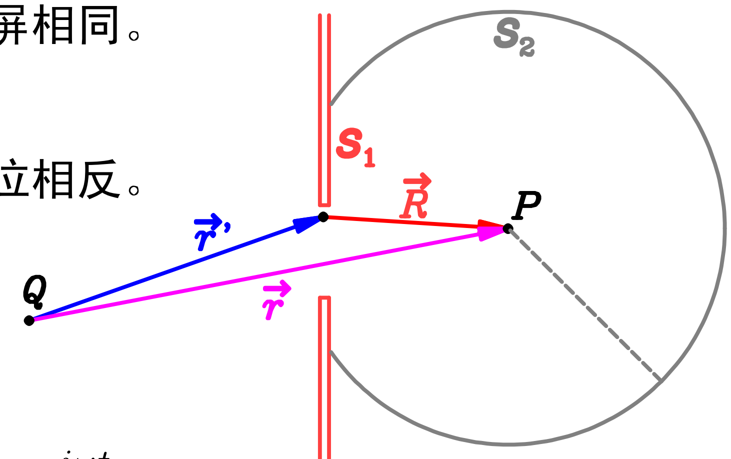
$$\psi(P) = \psi_a(P) + \psi_b(P)$$ —— Babinet 原理

若 $\psi_a(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi(P)$：

放一个屏场强为 0 的点，换上其互补屏时，场强与没有屏相同。

若 $\psi(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi_b(P)$：

无屏时场强为 0 的点，放互补屏时，场强大小相等、相位相反。



二、小孔衍射

对点光源 Q，由Kirchhoff 标量衍射理论 [p6, (1) 式]

$$\psi(\vec{r}, t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \,\frac{ik}{4\pi}\left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right)\frac{e^{ikr'}}{r'}\frac{e^{ikR}}{R}\,e^{-i\omega t}$$

$$= \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \,\frac{ik}{4\pi}\left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right)\frac{e^{ikr'}}{r'}\frac{e^{ikR}}{R}\,e^{-i\omega t},$$

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

利用 Kirchhoff 边界条件，场用开孔部分的积分表示，且 A, B 为互补屏，故

$$\psi(P) = \psi_a(P) + \psi_b(P) \qquad \text{—— Babinet 原理}$$

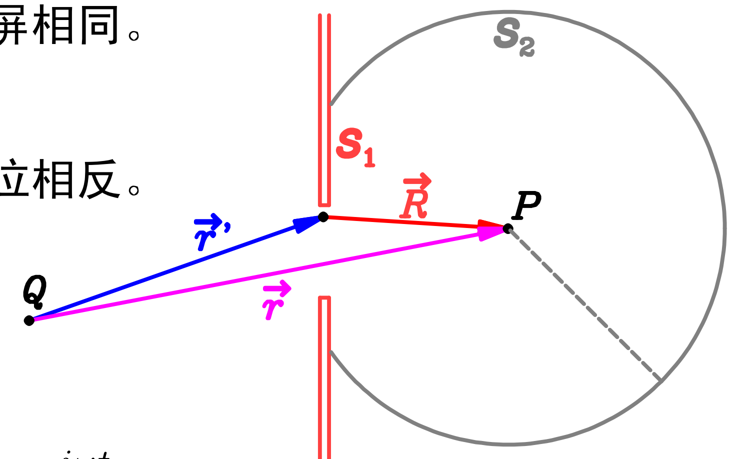
若 $\psi_a(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi(P)$：

放一个屏场强为 0 的点，换上其互补屏时，场强与没有屏相同。

若 $\psi(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi_b(P)$：

无屏时场强为 0 的点，放互补屏时，场强大小相等、相位相反。

二、小孔衍射



对点光源 Q，由Kirchhoff 标量衍射理论 [p6, (1) 式]

$$\psi(\vec{r}, t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R} \, e^{-i\omega t}$$

$$= \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R} \, e^{-i\omega t},$$

$\vec{n}'$ 由上一行的“外”法向变为这一行的“内”法向

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

利用 Kirchhoff 边界条件，场用开孔部分的积分表示，且 A, B 为互补屏，故

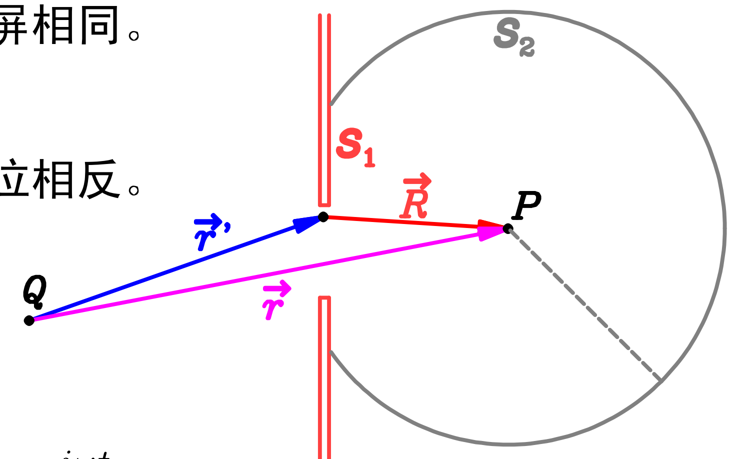
$$\psi(P) = \psi_a(P) + \psi_b(P) \qquad \text{—— Babinet 原理}$$

若 $\psi_a(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi(P)$：

放一个屏场强为 0 的点，换上其互补屏时，场强与没有屏相同。

若 $\psi(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi_b(P)$：

无屏时场强为 0 的点，放互补屏时，场强大小相等、相位相反。



二、小孔衍射

对点光源 Q，由Kirchhoff 标量衍射理论 [p6, (1) 式]

$$\psi(\vec{r},t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R} \, e^{-i\omega t}$$

$$= \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R} \, e^{-i\omega t},$$

$\vec{n}'$ 由上一行的“外”法向
变为这一行的“内”法向

$\vec{n}'$：小孔“内”法线方向，即：指向观察点一边的法线方向。

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

利用 Kirchhoff 边界条件，场用开孔部分的积分表示，且 A, B 为互补屏，故

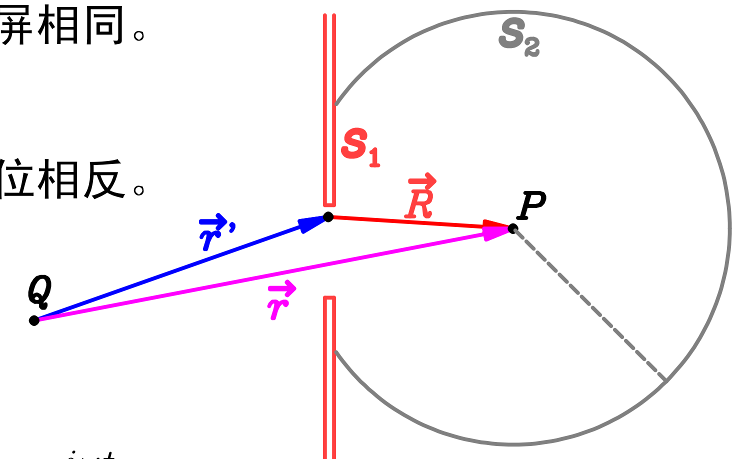
$$\psi(P) = \psi_a(P) + \psi_b(P) \qquad \text{—— Babinet 原理}$$

若 $\psi_a(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi(P)$：

放一个屏场强为 0 的点，换上其互补屏时，场强与没有屏相同。

若 $\psi(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi_b(P)$：

无屏时场强为 0 的点，放互补屏时，场强大小相等、相位相反。



二、小孔衍射

对点光源 Q，由Kirchhoff 标量衍射理论 [p6, (1) 式]

$$\psi(\vec{r}, t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R} \, e^{-i\omega t}$$

$$= \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R} \, e^{-i\omega t},$$

$\vec{n}'$ 由上一行的“外”法向变为这一行的“内”法向

$\vec{n}'$：小孔“内”法线方向，即：指向观察点一边的法线方向。　S_0：小孔部分

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

利用 Kirchhoff 边界条件，场用开孔部分的积分表示，且 A, B 为互补屏，故

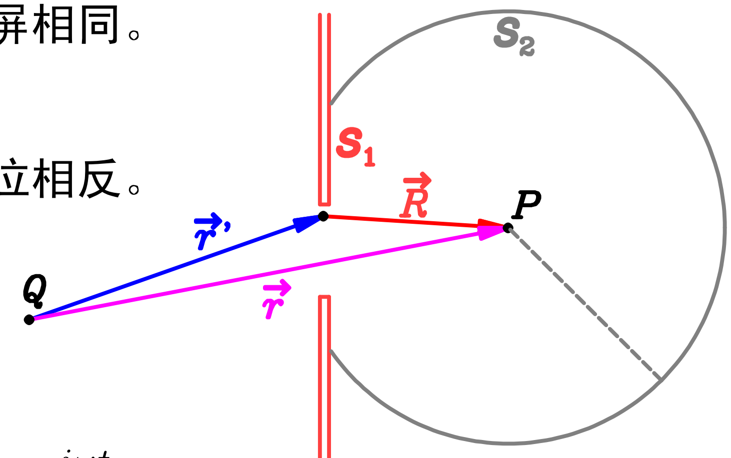
$$\psi(P) = \psi_a(P) + \psi_b(P) \qquad \text{—— Babinet 原理}$$

若 $\psi_a(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi(P)$：

放一个屏场强为 0 的点，换上其互补屏时，场强与没有屏相同。

若 $\psi(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi_b(P)$：

无屏时场强为 0 的点，放互补屏时，场强大小相等、相位相反。



二、小孔衍射

对点光源 Q，由Kirchhoff 标量衍射理论 [p6, (1) 式]

$$\psi(\vec{r}, t) = -\oint_S d\sigma' \frac{ik}{4\pi} (\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R} e^{-i\omega t}$$

$$= \int_{S_0} d\sigma' \frac{ik}{4\pi} (\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R} e^{-i\omega t},$$

$\vec{n}'$ 由上一行的“外”法向变为这一行的“内”法向

$\vec{n}'$：小孔“内”法线方向，即：指向观察点一边的法线方向。 S_0：小孔部分

$\vec{r}'$：小孔部分的位置矢量，

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

利用 Kirchhoff 边界条件，场用开孔部分的积分表示，且 A, B 为互补屏，故

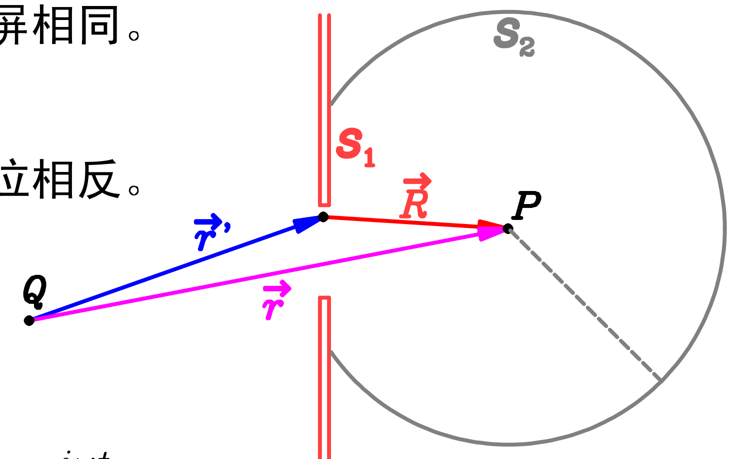
$$\psi(P) = \psi_a(P) + \psi_b(P)$$ —— Babinet 原理

若 $\psi_a(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi(P)$：

放一个屏场强为 0 的点，换上其互补屏时，场强与没有屏相同。

若 $\psi(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi_b(P)$：

无屏时场强为 0 的点，放互补屏时，场强大小相等、相位相反。



二、小孔衍射

对点光源 Q，由Kirchhoff 标量衍射理论 [p6, (1) 式]

$$\psi(\vec{r}, t) = -\oint_S d\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} (\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}) \, \frac{e^{ikr'}}{r'} \, \frac{e^{ikR}}{R} \, e^{-i\omega t}$$

$$= \int_{S_0} d\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} (\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}) \, \frac{e^{ikr'}}{r'} \, \frac{e^{ikR}}{R} \, e^{-i\omega t},$$

$\vec{n}'$ 由上一行的“外”法向变为这一行的“内”法向

$\vec{n}'$：小孔“内”法线方向，即：指向观察点一边的法线方向。　S_0：小孔部分

$\vec{r}'$：小孔部分的位置矢量，　$\vec{r}$：观察点的位置矢量，

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

利用 Kirchhoff 边界条件，场用开孔部分的积分表示，且 A, B 为互补屏，故

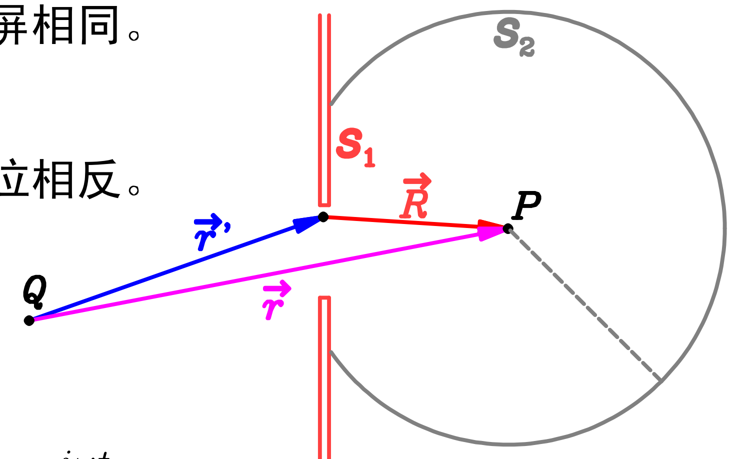
$$\psi(P) = \psi_a(P) + \psi_b(P) \qquad \text{—— Babinet 原理}$$

若 $\psi_a(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi(P)$：

放一个屏场强为 0 的点，换上其互补屏时，场强与没有屏相同。

若 $\psi(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi_b(P)$：

无屏时场强为 0 的点，放互补屏时，场强大小相等、相位相反。



二、小孔衍射

对点光源 Q，由Kirchhoff 标量衍射理论 [p6, (1) 式]

$$\psi(\vec{r}, t) = -\oint_S d\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R} \, e^{-i\omega t}$$

$$= \int_{S_0} d\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R} \, e^{-i\omega t},$$

$\vec{n}'$ 由上一行的“外”法向变为这一行的“内”法向

$\vec{n}'$：小孔“内”法线方向，即：指向观察点一边的法线方向。 S_0：小孔部分

$\vec{r}'$：小孔部分的位置矢量， $\vec{r}$：观察点的位置矢量， $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$

假设有两个屏，A 屏的孔正好是 B 屏的不透明部分，反之亦然，则称这两个屏为互补屏。

以 $\psi_a(P)$ 和 $\psi_b(P)$ 分别表示 A 屏和 B 屏单独放置在源点 Q 和观察点 P 之间时 P 点的场。

以 $\psi(P)$ 表示没有任何屏时观察点 P 的场。

利用 Kirchhoff 边界条件，场用开孔部分的积分表示，且 A, B 为互补屏，故

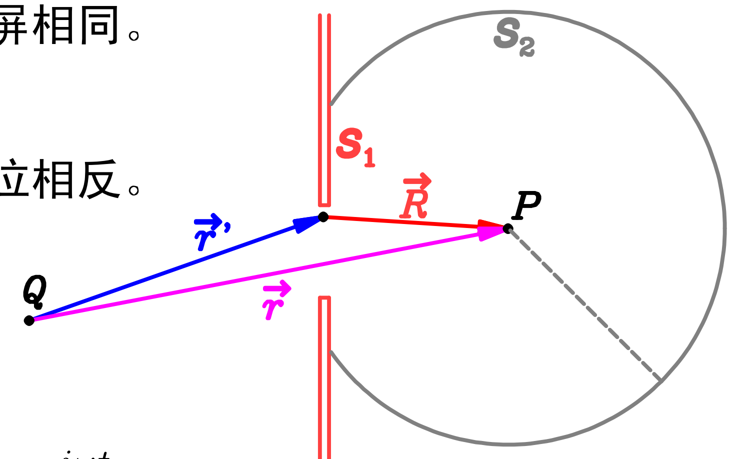
$$\psi(P) = \psi_a(P) + \psi_b(P)$$ —— Babinet 原理

若 $\psi_a(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi(P)$：

放一个屏场强为 0 的点，换上其互补屏时，场强与没有屏相同。

若 $\psi(P) = 0$，则 $\psi_b(P) = \psi_b(P)$：

无屏时场强为 0 的点，放互补屏时，场强大小相等、相位相反。



二、小孔衍射

对点光源 Q，由Kirchhoff 标量衍射理论 [p6, (1) 式]

$$\psi(\vec{r}, t) = -\oint_S \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} (\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}) \, \frac{e^{ikr'}}{r'} \, \frac{e^{ikR}}{R} \, e^{-i\omega t}$$

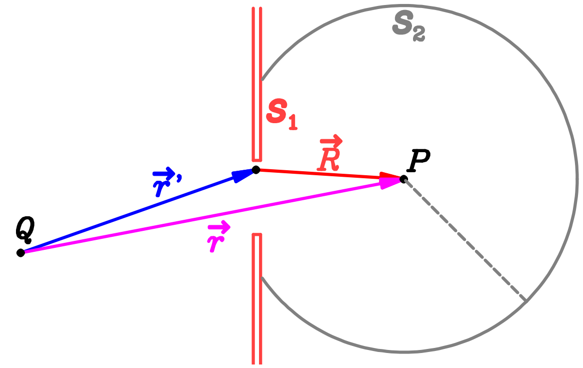
$$= \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} (\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}) \, \frac{e^{ikr'}}{r'} \, \frac{e^{ikR}}{R} \, e^{-i\omega t},$$

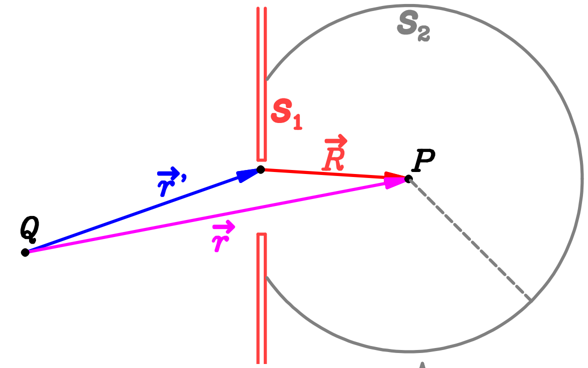
$\vec{n}'$ 由上一行的“外”法向变为这一行的“内”法向

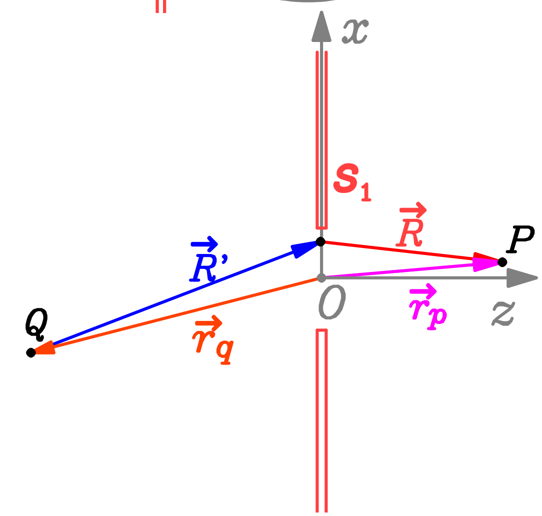
$\vec{n}'$：小孔“内”法线方向，即：指向观察点一边的法线方向。 S_0：小孔部分

$\vec{r}'$：小孔部分的位置矢量， $\vec{r}$：观察点的位置矢量， $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$ （取光源 Q 为坐标原点）

Let there be light

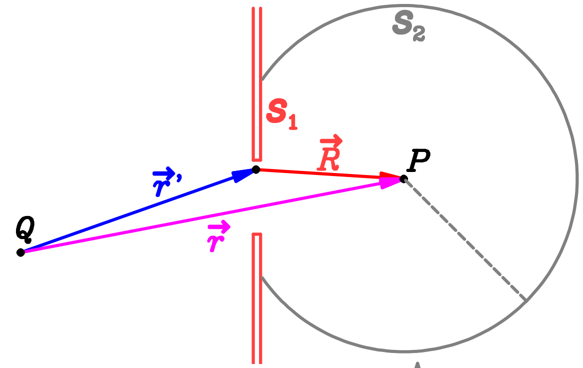


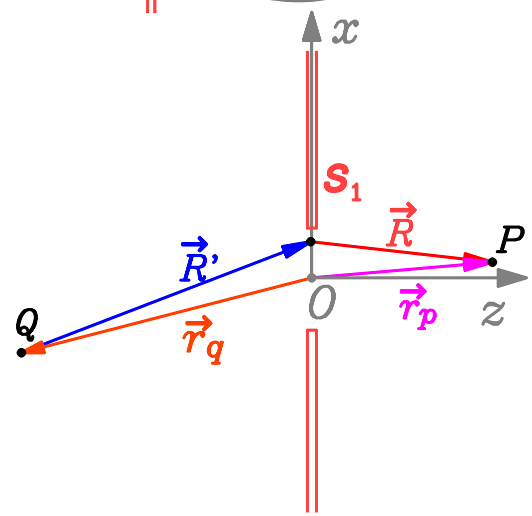

S_2
S_1
$\vec{R}$
P
$\vec{r}'$
Q
$\vec{r}$


x
S_1
$\vec{R}$
P
$\vec{R}'$
Q
O
$\vec{r}_p$
z
$\vec{r}_q$

Let there be light

$$\psi(\vec{r}) = \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \, \frac{e^{ikr'}}{r'} \, \frac{e^{ikR}}{R},$$

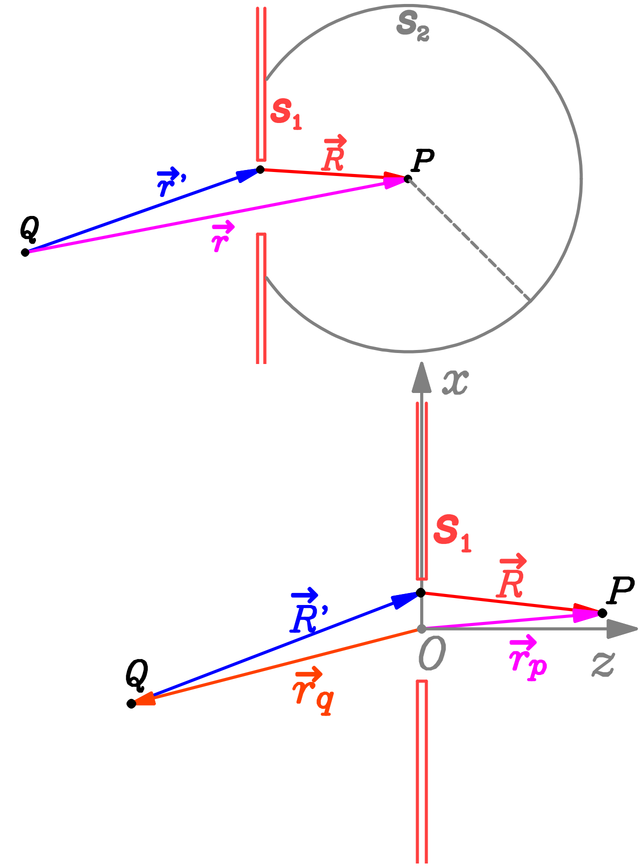




Let there be light

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \, \frac{e^{ikr'}}{r'} \, \frac{e^{ikR}}{R},$$

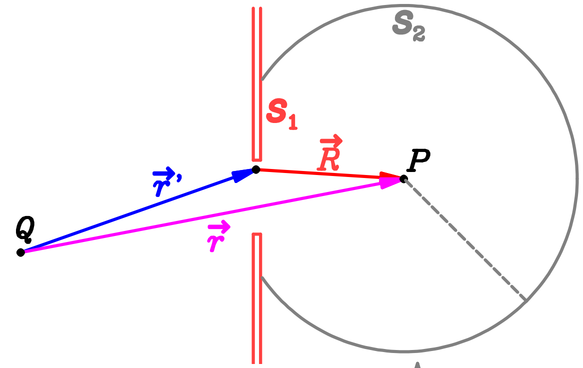
上式是取光源 Q 为坐标原点：

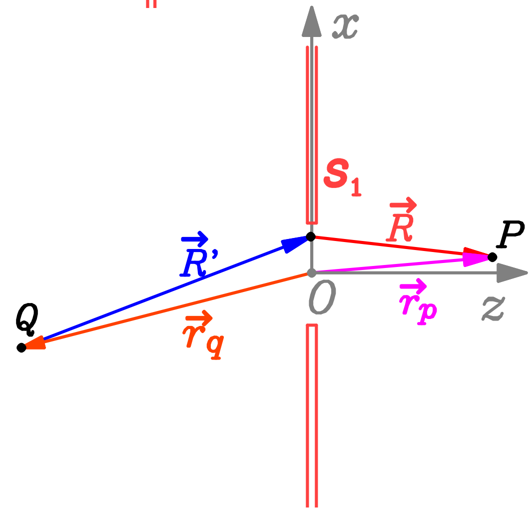


$$\psi(\vec{r}) = \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \, \frac{e^{ikr'}}{r'} \, \frac{e^{ikR}}{R},$$

上式是取光源 Q 为坐标原点：

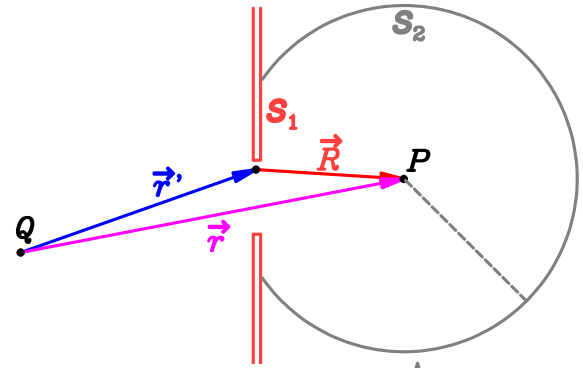
$\vec{n}'$：小孔“内”法线方向，指向观察点一边的法线方向。





Let there be light

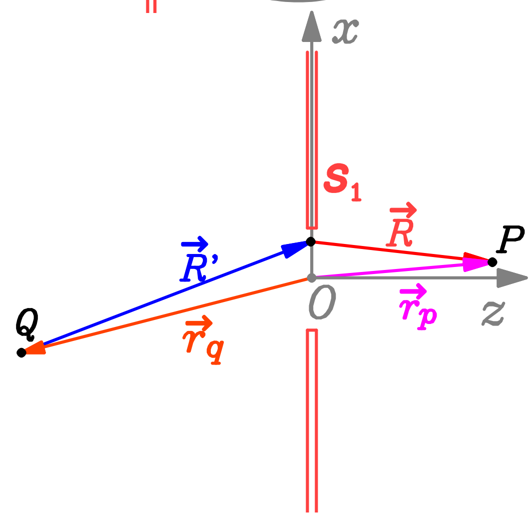
$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \, \frac{e^{ikr'}}{r'} \, \frac{e^{ikR}}{R},$$



上式是取光源 Q 为坐标原点：

$\vec{\boldsymbol{n}}'$：小孔“内”法线方向，指向观察点一边的法线方向。

$\vec{\boldsymbol{r}}'$：小孔部分的位置矢量，



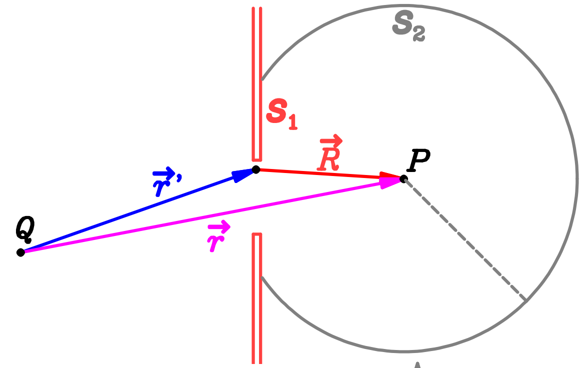
Let there be light

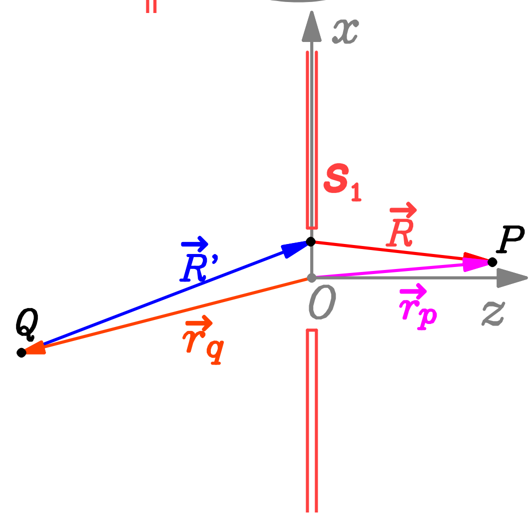
$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \, \frac{e^{ikr'}}{r'} \, \frac{e^{ikR}}{R},$$

上式是取光源 Q 为坐标原点：

$\vec{\boldsymbol{n}}'$：小孔“内”法线方向，指向观察点一边的法线方向。

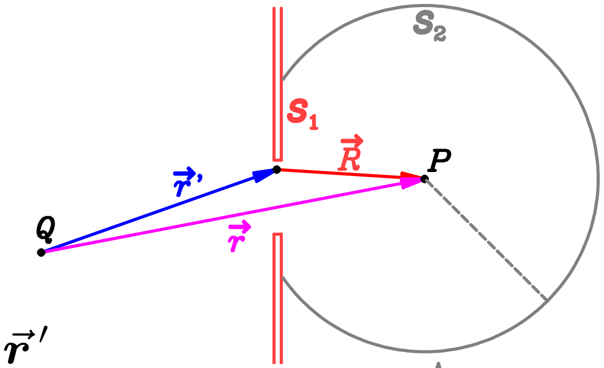
$\vec{\boldsymbol{r}}'$：小孔部分的位置矢量， $\vec{\boldsymbol{r}}$：观察点的位置矢量，





Let there be light

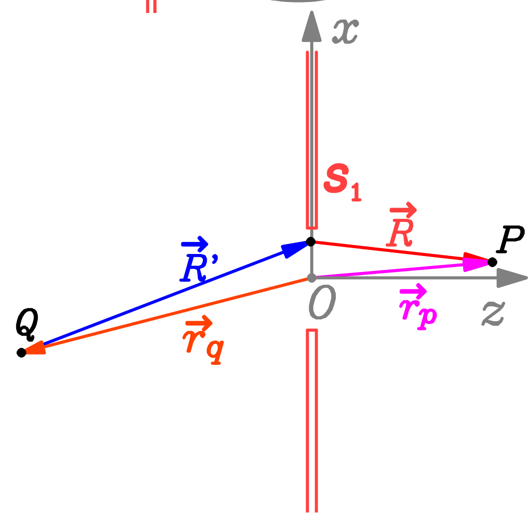
$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R},$$



上式是取光源 Q 为坐标原点：

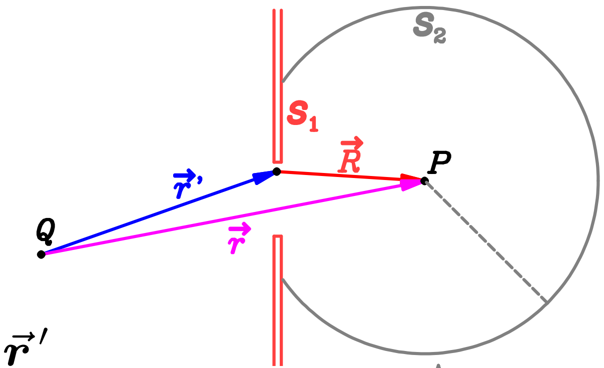
$\vec{\boldsymbol{n}}'$：小孔“内”法线方向，指向观察点一边的法线方向。

$\vec{\boldsymbol{r}}'$：小孔部分的位置矢量，　$\vec{\boldsymbol{r}}$：观察点的位置矢量，　$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}'$



Let there be light

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \, \frac{e^{ikr'}}{r'} \, \frac{e^{ikR}}{R},$$

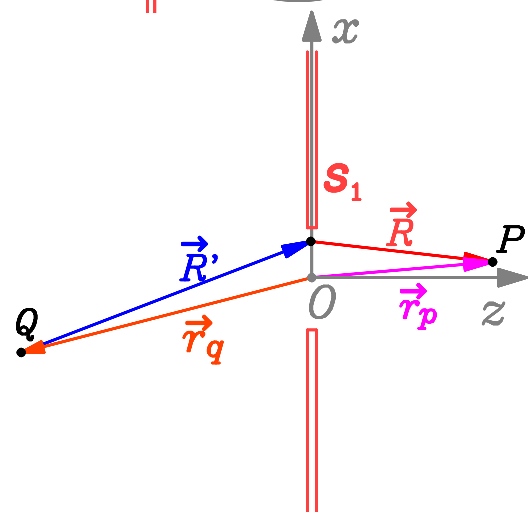


上式是取光源 Q 为坐标原点：

$\vec{\boldsymbol{n}}'$：小孔“内”法线方向，指向观察点一边的法线方向。

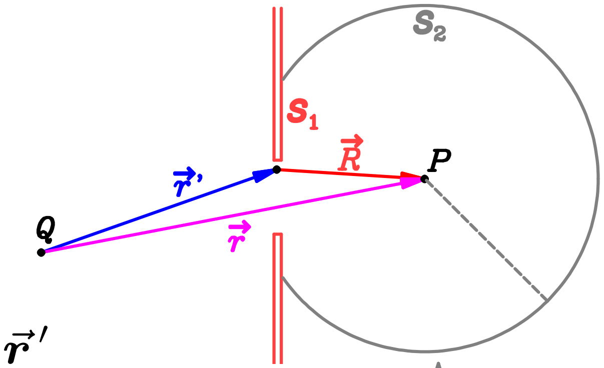
$\vec{\boldsymbol{r}}'$：小孔部分的位置矢量，　$\vec{\boldsymbol{r}}$：观察点的位置矢量，　$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}'$

S_0：小孔部分



Let there be light

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}) = \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R},$$



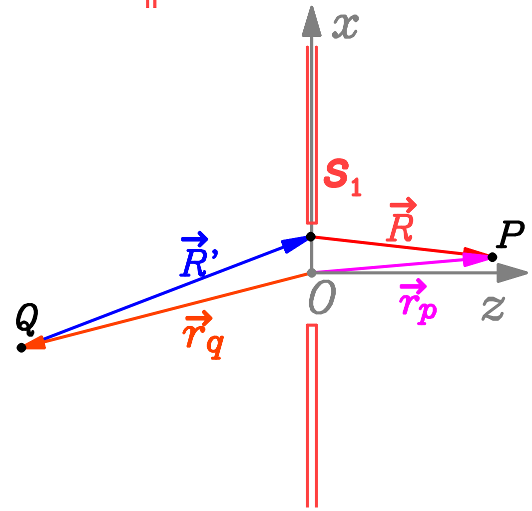
上式是取光源 Q 为坐标原点：

$\vec{\boldsymbol{n}}'$：小孔“内”法线方向，指向观察点一边的法线方向。

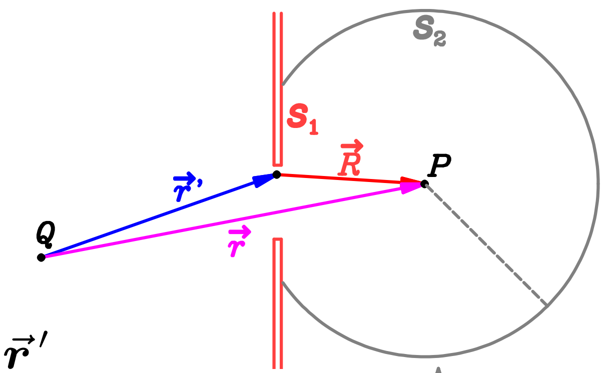
$\vec{\boldsymbol{r}}'$：小孔部分的位置矢量， $\vec{\boldsymbol{r}}$：观察点的位置矢量， $\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}'$

S_0：小孔部分

现取小孔中心为坐标原点，则 $\vec{\boldsymbol{n}}' = \hat{\boldsymbol{e}}_z$，$\vec{\boldsymbol{r}}' = \vec{\boldsymbol{R}}'$，如下图



$$\psi(\vec{r}) = \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R},$$



上式是取光源 Q 为坐标原点：

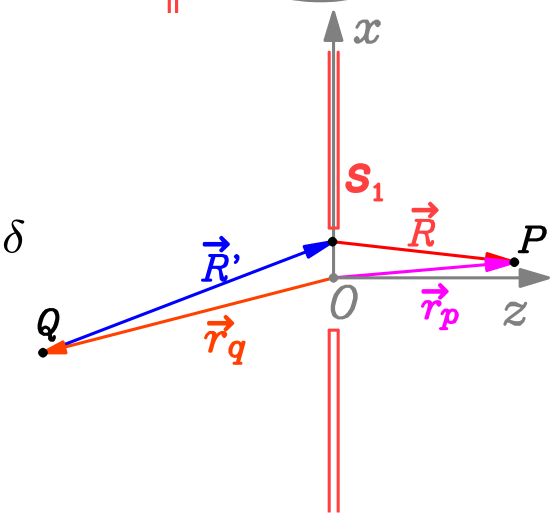
$\vec{n}'$：小孔“内”法线方向，指向观察点一边的法线方向。

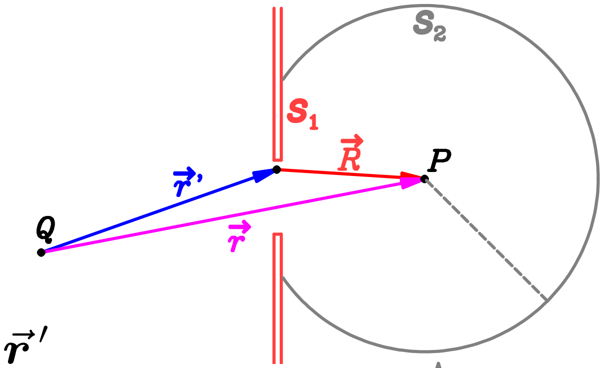
$\vec{r}'$：小孔部分的位置矢量， $\vec{r}$：观察点的位置矢量， $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$

S_0：小孔部分

现取小孔中心为坐标原点，则 $\vec{n}' = \hat{e}_z$，$\vec{r}' = \vec{R}'$，如下图

由于开孔很小，Q, P 离孔足够远，从而：$\cos\theta_{n'r'} \approx \cos\theta_{n'R} \approx \cos\delta$





$$\psi(\vec{r}) = \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R},$$

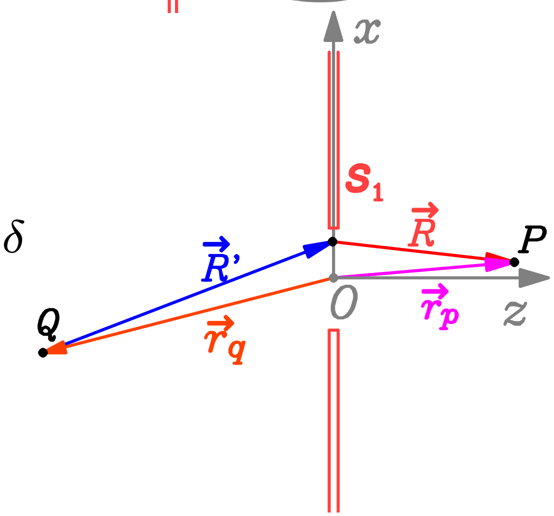
上式是取光源 Q 为坐标原点：

$\vec{n}'$：小孔“内”法线方向，指向观察点一边的法线方向。

$\vec{r}'$：小孔部分的位置矢量，　$\vec{r}$：观察点的位置矢量，　$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$

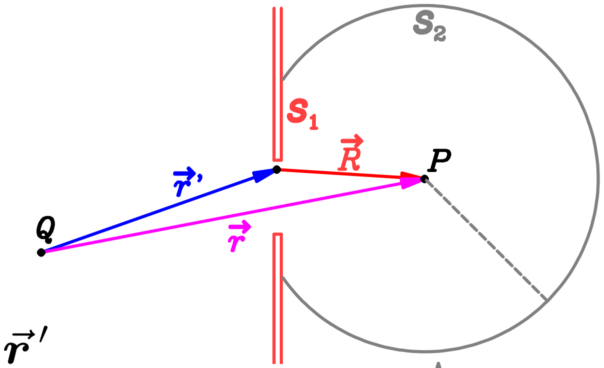
S_0：小孔部分

现取小孔中心为坐标原点，则 $\vec{n}' = \hat{e}_z$，$\vec{r}' = \vec{R}'$，如下图



由于开孔很小，Q, P 离孔足够远，从而：$\cos\theta_{n'r'} \approx \cos\theta_{n'R} \approx \cos\delta$

$$\psi(\vec{r}) = \frac{ik\cos\delta}{2\pi} \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{e^{ikR'}}{R'} \frac{e^{ikR}}{R},$$



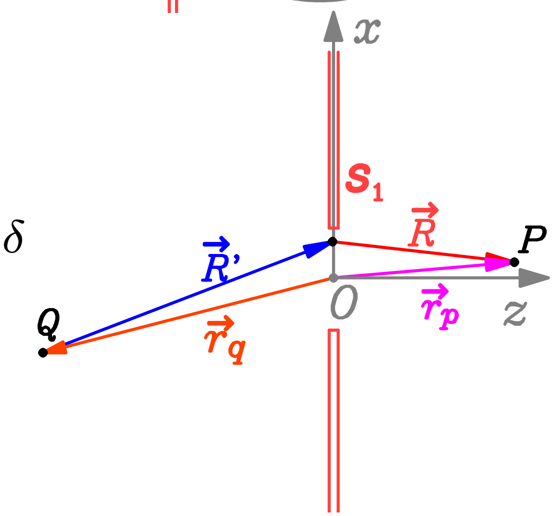
$$\psi(\vec{r}) = \int_{S_0} d\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R},$$

上式是取光源 Q 为坐标原点：

$\vec{n}'$：小孔“内”法线方向，指向观察点一边的法线方向。

$\vec{r}'$：小孔部分的位置矢量， $\vec{r}$：观察点的位置矢量， $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$

S_0：小孔部分



现取小孔中心为坐标原点，则 $\vec{n}' = \hat{e}_z$，$\vec{r}' = \vec{R}'$，如下图

由于开孔很小，Q, P 离孔足够远，从而：$\cos\theta_{n'r'} \approx \cos\theta_{n'R} \approx \cos\delta$

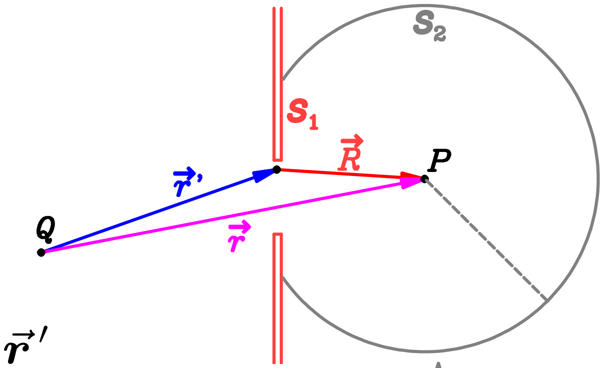
$$\psi(\vec{r}) = \frac{ik\cos\delta}{2\pi} \int_{S_0} d\sigma' \, \frac{e^{ikR'}}{R'} \frac{e^{ikR}}{R},$$

δ 为直线 QP 与 $\vec{n}'$ 的夹角。

若源点 Q 与观察点 P 都偏离小孔中心不远，且 Q、P 都离小孔很远：

$$\psi(\vec{r}) = \frac{ik\cos\delta}{2\pi r_q r_p} \int_{S_0} d\sigma' \, e^{ik(R'+R)},$$

$$\psi(\vec{r}) = \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R},$$



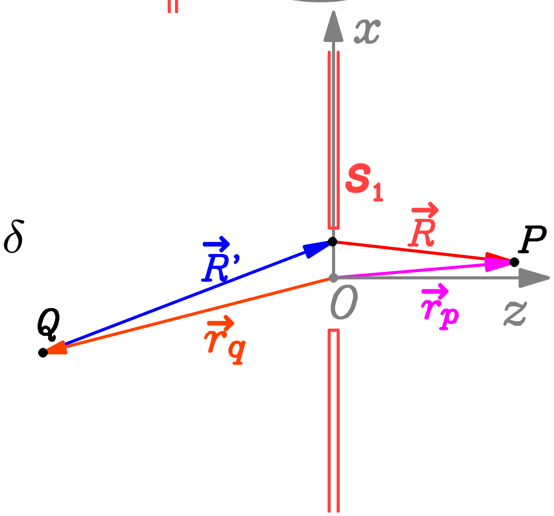
上式是取光源 Q 为坐标原点：

$\vec{n}'$：小孔“内”法线方向，指向观察点一边的法线方向。

$\vec{r}'$：小孔部分的位置矢量， $\vec{r}$：观察点的位置矢量， $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$

S_0：小孔部分

现取小孔中心为坐标原点，则 $\vec{n}' = \hat{e}_z$，$\vec{r}' = \vec{R}'$，如下图



由于开孔很小，Q, P 离孔足够远，从而： $\cos\theta_{n'r'} \approx \cos\theta_{n'R} \approx \cos\delta$

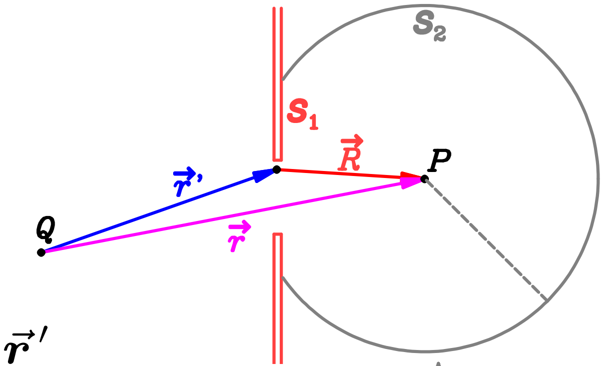
$$\psi(\vec{r}) = \frac{ik\cos\delta}{2\pi} \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{e^{ikR'}}{R'} \frac{e^{ikR}}{R},$$

δ 为直线 QP 与 $\vec{n}'$ 的夹角。

若源点 Q 与观察点 P 都偏离小孔中心不远，且 Q、P 都离小孔很远：

$$\psi(\vec{r}) = \frac{ik\cos\delta}{2\pi r_q r_p} \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, e^{ik(R'+R)},$$

r_q, r_p 分别为源点和观察点到小孔中心的距离。



$$\psi(\vec{r}) = \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R},$$

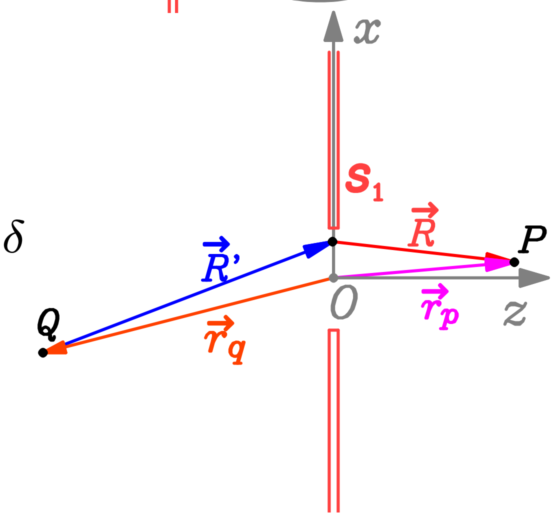
上式是取光源 Q 为坐标原点:

$\vec{n}'$: 小孔“内”法线方向，指向观察点一边的法线方向。

$\vec{r}'$: 小孔部分的位置矢量， $\vec{r}$: 观察点的位置矢量， $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$

S_0: 小孔部分

现取小孔中心为坐标原点，则 $\vec{n}' = \hat{e}_z$，$\vec{r}' = \vec{R}'$，如下图



由于开孔很小，Q, P 离孔足够远，从而: $\cos\theta_{n'r'} \approx \cos\theta_{n'R} \approx \cos\delta$

$$\psi(\vec{r}) = \frac{ik\cos\delta}{2\pi} \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{e^{ikR'}}{R'} \frac{e^{ikR}}{R},$$

δ 为直线 QP 与 $\vec{n}'$ 的夹角。

若源点 Q 与观察点 P 都偏离小孔中心不远，且 Q、P 都离小孔很远:

$$\psi(\vec{r}) = \frac{ik\cos\delta}{2\pi r_q r_p} \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, e^{ik(R'+R)},$$

r_q, r_p 分别为源点和观察点到小孔中心的距离。

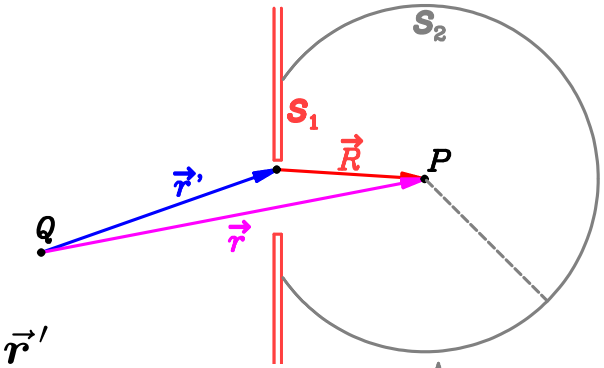
$$R' = \sqrt{(x_q - x')^2 + (y_q - y')^2 + z_q^2} \approx r_q - \frac{x_q x' + y_q y'}{r_q},$$

此处保留 x', y' 的一次项，称 Fraunhofer 衍射

$$R = \sqrt{(x_p - x')^2 + (y_p - y')^2 + z_p^2} \approx r_p - \frac{x_p x' + y_p y'}{r_p},$$

若保留到 x', y' 的二次项，则称 Fresnel 衍射

$$\psi(\vec{r}) = \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R},$$



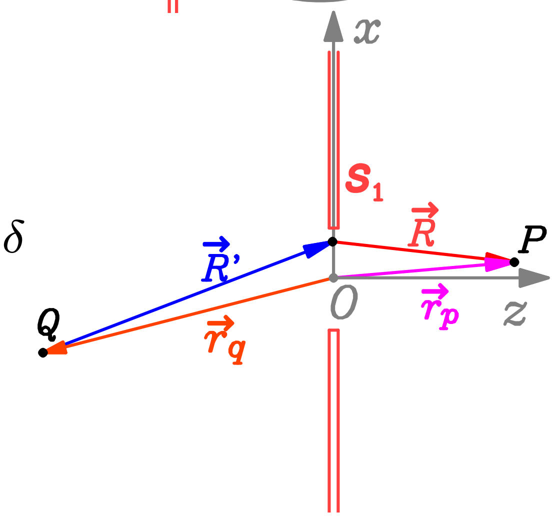
上式是取光源 Q 为坐标原点：

$\vec{n}'$：小孔“内”法线方向，指向观察点一边的法线方向。

$\vec{r}'$：小孔部分的位置矢量，　$\vec{r}$：观察点的位置矢量，　$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$

S_0：小孔部分

现取小孔中心为坐标原点，则 $\vec{n}' = \hat{e}_z$，$\vec{r}' = \vec{R}'$，如下图



由于开孔很小，Q, P 离孔足够远，从而：$\cos\theta_{n'r'} \approx \cos\theta_{n'R} \approx \cos\delta$

$$\psi(\vec{r}) = \frac{ik\cos\delta}{2\pi} \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{e^{ikR'}}{R'} \frac{e^{ikR}}{R},$$

δ 为直线 QP 与 $\vec{n}'$ 的夹角。

若源点 Q 与观察点 P 都偏离小孔中心不远，且 Q、P 都离小孔很远：

$$\psi(\vec{r}) = \frac{ik\cos\delta}{2\pi r_q r_p} \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, e^{ik(R'+R)},$$

r_q, r_p 分别为源点和观察点到小孔中心的距离。

$$R' = \sqrt{(x_q - x')^2 + (y_q - y')^2 + z_q^2} \approx r_q - \frac{x_q x' + y_q y'}{r_q},$$

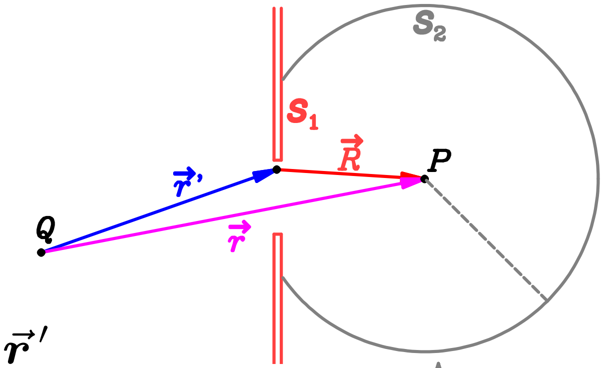
此处保留 x', y' 的一次项，称 Fraunhofer 衍射

$$R = \sqrt{(x_p - x')^2 + (y_p - y')^2 + z_p^2} \approx r_p - \frac{x_p x' + y_p y'}{r_p},$$

若保留到 x', y' 的二次项，则称 Fresnel 衍射

(x', y', z')、(x_q, y_q, z_q) 和 (x_p, y_p, z_p) 分别为小孔上的点、Q 和 P 的直角坐标。此处已取小孔中心为坐标原点。

$$\psi(\vec{r}) = \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{ik}{4\pi} \left(\cos\theta_{n'r'} + \cos\theta_{n'R}\right) \frac{e^{ikr'}}{r'} \frac{e^{ikR}}{R},$$



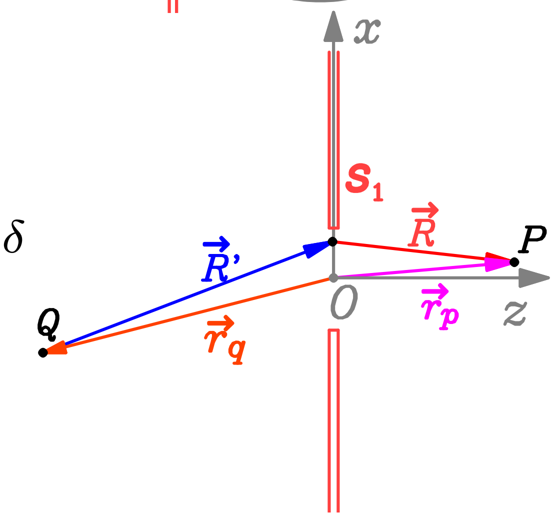
上式是取光源 Q 为坐标原点：

$\vec{n}'$：小孔“内”法线方向，指向观察点一边的法线方向。

$\vec{r}'$：小孔部分的位置矢量， $\vec{r}$：观察点的位置矢量， $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$

S_0：小孔部分

现取小孔中心为坐标原点，则 $\vec{n}' = \hat{e}_z$，$\vec{r}' = \vec{R}'$，如下图



由于开孔很小，Q, P 离孔足够远，从而： $\cos\theta_{n'r'} \approx \cos\theta_{n'R} \approx \cos\delta$

$$\psi(\vec{r}) = \frac{ik\cos\delta}{2\pi} \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, \frac{e^{ikR'}}{R'} \frac{e^{ikR}}{R},$$

δ 为直线 QP 与 $\vec{n}'$ 的夹角。

若源点 Q 与观察点 P 都偏离小孔中心不远，且 Q、P 都离小孔很远：

$$\psi(\vec{r}) = \frac{ik\cos\delta}{2\pi r_q r_p} \int_{S_0} \mathrm{d}\sigma' \, e^{ik(R'+R)},$$

r_q，r_p 分别为源点和观察点到小孔中心的距离。

$$R' = \sqrt{(x_q - x')^2 + (y_q - y')^2 + z_q^2} \approx r_q - \frac{x_q x' + y_q y'}{r_q},$$

此处保留 x'，y' 的一次项，称 Fraunhofer 衍射

$$R = \sqrt{(x_p - x')^2 + (y_p - y')^2 + z_p^2} \approx r_p - \frac{x_p x' + y_p y'}{r_p},$$

若保留到 x'，y' 的二次项，则称 Fresnel 衍射

(x', y', z')、(x_q, y_q, z_q) 和 (x_p, y_p, z_p) 分别为小孔上的点、Q 和 P 的直角坐标。此处已取小孔中心为坐标原点。

积分化简即得结果。