§7.3 电子对电磁波的散射

§7.3 电子对电磁波的散射

散射： 当电磁波入射到电荷体系，电荷体系在入射电磁场的作用下作受迫振动。

§7.3 电子对电磁波的散射

散射： 当电磁波入射到电荷体系，电荷体系在入射电磁场的作用下作受迫振动。
在振动的同时，电荷体系也向外辐射出电磁波，从而影响了空间总电磁场的分布。

§7.3 电子对电磁波的散射

散射： 当电磁波入射到电荷体系，电荷体系在入射电磁场的作用下作受迫振动。
在振动的同时，电荷体系也向外辐射出电磁波，从而影响了空间总电磁场的分布。
这种现象称为散射。

§ 7.3 电子对电磁波的散射

散射： 当电磁波入射到电荷体系，电荷体系在入射电磁场的作用下作受迫振动。

在振动的同时，电荷体系也向外辐射出电磁波，从而影响了空间总电磁场的分布。

这种现象称为散射。

本节分别讨论：自由电子和束缚电子对电磁波的散射。

§7.3 电子对电磁波的散射

散射： 当电磁波入射到电荷体系，电荷体系在入射电磁场的作用下作受迫振动。
在振动的同时，电荷体系也向外辐射出电磁波，从而影响了空间总电磁场的分布。
这种现象称为散射。
本节分别讨论：自由电子和束缚电子对电磁波的散射。

一、自由电子对电磁波的散射 —— Thomson 散射

§7.3 电子对电磁波的散射

散射： 当电磁波入射到电荷体系，电荷体系在入射电磁场的作用下作受迫振动。
在振动的同时，电荷体系也向外辐射出电磁波，从而影响了空间总电磁场的分布。
这种现象称为散射。
本节分别讨论：自由电子和束缚电子对电磁波的散射。

一、自由电子对电磁波的散射 —— Thomson 散射

近似：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$

§7.3 电子对电磁波的散射

散射： 当电磁波入射到电荷体系，电荷体系在入射电磁场的作用下作受迫振动。
在振动的同时，电荷体系也向外辐射出电磁波，从而影响了空间总电磁场的分布。
这种现象称为散射。
本节分别讨论：自由电子和束缚电子对电磁波的散射。

一、自由电子对电磁波的散射 —— Thomson 散射

近似： 低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$
电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力

§7.3 电子对电磁波的散射

散射： 当电磁波入射到电荷体系，电荷体系在入射电磁场的作用下作受迫振动。
在振动的同时，电荷体系也向外辐射出电磁波，从而影响了空间总电磁场的分布。
这种现象称为散射。
本节分别讨论：自由电子和束缚电子对电磁波的散射。

一、自由电子对电磁波的散射 —— Thomson 散射

近似：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$
电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力
电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

§ 7.3 电子对电磁波的散射

散射：当电磁波入射到电荷体系，电荷体系在入射电磁场的作用下作受迫振动。
在振动的同时，电荷体系也向外辐射出电磁波，从而影响了空间总电磁场的分布。
这种现象称为散射。
本节分别讨论：自由电子和束缚电子对电磁波的散射。

一、自由电子对电磁波的散射 —— Thomson 散射

近似：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$
电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力
电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

电子运动方程：$m\dot{\vec{\boldsymbol{v}}} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{\boldsymbol{v}}} - e\vec{\boldsymbol{E}}_0 e^{-i\omega t}$

§ 7.3 电子对电磁波的散射

散射： 当电磁波入射到电荷体系，电荷体系在入射电磁场的作用下作受迫振动。
在振动的同时，电荷体系也向外辐射出电磁波，从而影响了空间总电磁场的分布。
这种现象称为散射。
本节分别讨论：自由电子和束缚电子对电磁波的散射。

一、自由电子对电磁波的散射 —— Thomson 散射

近似： 低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$
电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力
电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

电子运动方程：$m\dot{\vec{v}} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{v}} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t} = -m\gamma\vec{v} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t}$

§ 7.3 电子对电磁波的散射

散射： 当电磁波入射到电荷体系，电荷体系在入射电磁场的作用下作受迫振动。

在振动的同时，电荷体系也向外辐射出电磁波，从而影响了空间总电磁场的分布。

这种现象称为散射。

本节分别讨论：自由电子和束缚电子对电磁波的散射。

一、自由电子对电磁波的散射 —— Thomson 散射

近似：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$

电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力

电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

电子运动方程：$m\dot{\vec{\boldsymbol{v}}} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{\boldsymbol{v}}} - e\vec{\boldsymbol{E}}_0 e^{-i\omega t} = -m\gamma\vec{\boldsymbol{v}} - e\vec{\boldsymbol{E}}_0 e^{-i\omega t}$

求稳态解，$\vec{\boldsymbol{r}}_e = \vec{\boldsymbol{r}}_0 e^{-i\omega t}$

§ 7.3 电子对电磁波的散射

散射： 当电磁波入射到电荷体系，电荷体系在入射电磁场的作用下作受迫振动。
在振动的同时，电荷体系也向外辐射出电磁波，从而影响了空间总电磁场的分布。
这种现象称为散射。
本节分别讨论：自由电子和束缚电子对电磁波的散射。

一、自由电子对电磁波的散射 — Thomson 散射

近似：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$
电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力
电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

电子运动方程：$m\dot{\vec{\boldsymbol{v}}} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{\boldsymbol{v}}} - e\vec{\boldsymbol{E}}_0 e^{-i\omega t} = -m\gamma\vec{\boldsymbol{v}} - e\vec{\boldsymbol{E}}_0 e^{-i\omega t}$

求稳态解，$\vec{\boldsymbol{r}}_e = \vec{\boldsymbol{r}}_0 e^{-i\omega t} \quad\Longrightarrow\quad \ddot{\vec{\boldsymbol{v}}} = (-i\omega)^2\vec{\boldsymbol{v}} = -\omega^2\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e, \quad \gamma = \dfrac{\omega^2 e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3 m} = \dfrac{4\pi}{3}\dfrac{r_c}{\lambda}\omega$

§ 7.3 电子对电磁波的散射

散射： 当电磁波入射到电荷体系，电荷体系在入射电磁场的作用下作受迫振动。
在振动的同时，电荷体系也向外辐射出电磁波，从而影响了空间总电磁场的分布。
这种现象称为散射。
本节分别讨论：自由电子和束缚电子对电磁波的散射。

一、自由电子对电磁波的散射 —— Thomson 散射

近似： 低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$
电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力
电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

电子运动方程：$m\dot{\vec{\boldsymbol{v}}} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{\boldsymbol{v}}} - e\vec{\boldsymbol{E}}_0 e^{-i\omega t} = -m\gamma\vec{\boldsymbol{v}} - e\vec{\boldsymbol{E}}_0 e^{-i\omega t}$

求稳态解，$\vec{\boldsymbol{r}}_e = \vec{\boldsymbol{r}}_0 e^{-i\omega t} \quad \Longrightarrow \quad \ddot{\vec{\boldsymbol{v}}} = (-i\omega)^2\vec{\boldsymbol{v}} = -\omega^2\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e, \quad \gamma = \dfrac{\omega^2 e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3 m} = \dfrac{4\pi}{3}\dfrac{r_c}{\lambda}\omega$

r_c 为电子经典半径，λ 为入射波波长。

§ 7.3 电子对电磁波的散射

散射： 当电磁波入射到电荷体系，电荷体系在入射电磁场的作用下作受迫振动。
在振动的同时，电荷体系也向外辐射出电磁波，从而影响了空间总电磁场的分布。
这种现象称为散射。
本节分别讨论：自由电子和束缚电子对电磁波的散射。

一、自由电子对电磁波的散射 —— Thomson 散射

近似：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$
电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力
电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

电子运动方程：$m\dot{\vec{v}} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{v}} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t} = -m\gamma\vec{v} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t}$

求稳态解，$\vec{r}_e = \vec{r}_0 e^{-i\omega t} \quad \Longrightarrow \quad \ddot{\vec{v}} = (-i\omega)^2\vec{v} = -\omega^2\dot{\vec{r}}_e, \quad \gamma = \dfrac{\omega^2 e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3 m} = \dfrac{4\pi}{3}\dfrac{r_c}{\lambda}\omega$

r_c 为电子经典半径，λ 为入射波波长。 $\Longrightarrow \quad \vec{r}_e = \dfrac{e\vec{E}_0}{m\omega(\omega + i\gamma)} e^{-i\omega t}$

§ 7.3 电子对电磁波的散射

散射： 当电磁波入射到电荷体系，电荷体系在入射电磁场的作用下作受迫振动。
在振动的同时，电荷体系也向外辐射出电磁波，从而影响了空间总电磁场的分布。
这种现象称为散射。
本节分别讨论：自由电子和束缚电子对电磁波的散射。

一、自由电子对电磁波的散射 —— Thomson 散射

近似： 低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$
电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力
电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

电子运动方程：$m\dot{\vec{v}} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{v}} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t} = -m\gamma\vec{v} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t}$

求稳态解，$\vec{r}_e = \vec{r}_0 e^{-i\omega t} \quad \Longrightarrow \quad \ddot{\vec{v}} = (-i\omega)^2\vec{v} = -\omega^2\dot{\vec{r}}_e, \quad \gamma = \dfrac{\omega^2 e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3 m} = \dfrac{4\pi}{3}\dfrac{r_c}{\lambda}\omega$

r_c 为电子经典半径，λ 为入射波波长。 $\Longrightarrow \quad \vec{r}_e = \dfrac{e\vec{E}_0}{m\omega(\omega + i\gamma)} e^{-i\omega t}$

若入射波波长远大于电子经典半径，$\lambda \gg r_c \quad \Longrightarrow \quad \omega \gg \gamma$

§ 7.3 电子对电磁波的散射

散射： 当电磁波入射到电荷体系，电荷体系在入射电磁场的作用下作受迫振动。
在振动的同时，电荷体系也向外辐射出电磁波，从而影响了空间总电磁场的分布。
这种现象称为散射。
本节分别讨论：自由电子和束缚电子对电磁波的散射。

一、自由电子对电磁波的散射 —— Thomson 散射

近似：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$
电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力
电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

电子运动方程：$m\dot{\vec{v}} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{v}} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t} = -m\gamma\vec{v} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t}$

求稳态解，$\vec{r}_e = \vec{r}_0 e^{-i\omega t} \quad \Longrightarrow \quad \ddot{\vec{v}} = (-i\omega)^2\vec{v} = -\omega^2\dot{\vec{r}}_e, \quad \gamma = \dfrac{\omega^2 e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3 m} = \dfrac{4\pi}{3}\dfrac{r_c}{\lambda}\omega$

r_c 为电子经典半径，λ 为入射波波长。 $\Longrightarrow \quad \vec{r}_e = \dfrac{e\vec{E}_0}{m\omega(\omega + i\gamma)} e^{-i\omega t}$

若入射波波长远大于电子经典半径，$\lambda \gg r_c \quad \Longrightarrow \quad \omega \gg \gamma \quad \Longrightarrow \quad \vec{r}_e = \dfrac{e\vec{E}_0}{m\omega^2} e^{-i\omega t}$

$$\vec{\boldsymbol{r}}_e(t) = \frac{e\vec{\boldsymbol{E}}_0}{m\omega^2}\, e^{-i\omega t},$$

$$\vec{\boldsymbol{r}}_e(t) = \frac{e\vec{\boldsymbol{E}}_0}{m\omega^2}\, e^{-i\omega t},$$

$v \ll c$，电偶极辐射 (§6.4 p15) $\Longrightarrow$ $\vec{\boldsymbol{E}} = \dfrac{e}{4\pi\epsilon_0 c^2 R}\,\vec{\boldsymbol{n}} \times [\vec{\boldsymbol{n}} \times \ddot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e(t_r)]$

$$\vec{\boldsymbol{r}}_e(t) = \frac{e\vec{\boldsymbol{E}}_0}{m\omega^2}\, e^{-i\omega t},$$

$v \ll c$，电偶极辐射 (§6.4 p15) $\Longrightarrow$ $\vec{\boldsymbol{E}} = \dfrac{e}{4\pi\epsilon_0 c^2 R}\,\vec{\boldsymbol{n}} \times [\vec{\boldsymbol{n}} \times \ddot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e(t_r)]$

$\vec{\boldsymbol{n}} = \vec{\boldsymbol{R}}/R, \quad \vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}_e(t_r), \quad t_r = t - R/c,$ $\vec{\boldsymbol{r}}$ 为观察点的位置矢量

$$\vec{\boldsymbol{r}}_e(t) = \frac{e\vec{\boldsymbol{E}}_0}{m\omega^2}\, e^{-i\omega t},$$

$v \ll c$，电偶极辐射 (§6.4 p15) $\implies \vec{\boldsymbol{E}} = \dfrac{e}{4\pi\epsilon_0 c^2 R}\, \vec{\boldsymbol{n}} \times [\vec{\boldsymbol{n}} \times \ddot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e(t_r)]$

$\vec{\boldsymbol{n}} = \vec{\boldsymbol{R}}/R, \quad \vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}_e(t_r), \quad t_r = t - R/c,$ $\vec{\boldsymbol{r}}$ 为观察点的位置矢量

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \vec{\boldsymbol{E}}_s e^{ikR - i\omega t}, \quad \vec{\boldsymbol{E}}_s = \frac{-e^2 E_0}{4\pi\epsilon_0 m R c^2}\, \vec{\boldsymbol{n}} \times (\vec{\boldsymbol{n}} \times \hat{\boldsymbol{e}}_0), \quad \vec{\boldsymbol{E}}_0 = E_0\, \hat{\boldsymbol{e}}_0$$

$$\vec{r}_e(t) = \frac{e\vec{E}_0}{m\omega^2}\, e^{-i\omega t},$$

$v \ll c$，电偶极辐射 (§6.4 p15) $\implies \vec{E} = \dfrac{e}{4\pi\epsilon_0 c^2 R}\, \vec{n} \times [\vec{n} \times \ddot{\vec{r}}_e(t_r)]$

$\vec{n} = \vec{R}/R, \quad \vec{R} = \vec{r} - \vec{r}_e(t_r), \quad t_r = t - R/c,$ $\vec{r}$ 为观察点的位置矢量

$$\vec{E} = \vec{E}_s e^{ikR - i\omega t}, \quad \vec{E}_s = \frac{-e^2 E_0}{4\pi\epsilon_0 m R c^2}\, \vec{n} \times (\vec{n} \times \hat{\boldsymbol{e}}_0), \quad \vec{E}_0 = E_0\, \hat{\boldsymbol{e}}_0$$

$\vec{B} = \vec{B}_s e^{ikR - i\omega t}, \quad \vec{B}_s = \dfrac{\vec{n}}{c} \times \vec{E}_s,$ —— 参见 §6.4 p15 低速辐射公式

$$\vec{\boldsymbol{r}}_e(t) = \frac{e\vec{\boldsymbol{E}}_0}{m\omega^2} e^{-i\omega t},$$

$v \ll c$，电偶极辐射 (§6.4 p15) $\implies \vec{\boldsymbol{E}} = \dfrac{e}{4\pi\epsilon_0 c^2 R} \vec{\boldsymbol{n}} \times [\vec{\boldsymbol{n}} \times \ddot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e(t_r)]$

$\vec{\boldsymbol{n}} = \vec{\boldsymbol{R}}/R, \quad \vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}_e(t_r), \quad t_r = t - R/c,$ $\vec{\boldsymbol{r}}$ 为观察点的位置矢量

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \vec{\boldsymbol{E}}_s e^{ikR-i\omega t}, \quad \vec{\boldsymbol{E}}_s = \frac{-e^2 E_0}{4\pi\epsilon_0 m R c^2} \vec{\boldsymbol{n}} \times (\vec{\boldsymbol{n}} \times \hat{\boldsymbol{e}}_0), \quad \vec{\boldsymbol{E}}_0 = E_0\, \hat{\boldsymbol{e}}_0$$

$\vec{\boldsymbol{B}} = \vec{\boldsymbol{B}}_s e^{ikR-i\omega t}, \quad \vec{\boldsymbol{B}}_s = \dfrac{\vec{\boldsymbol{n}}}{c} \times \vec{\boldsymbol{E}}_s,$ —— 参见 §6.4 p15 低速辐射公式

电子振幅很小，$|\vec{\boldsymbol{r}}| \gg |\vec{\boldsymbol{r}}_e|, \quad \vec{\boldsymbol{R}} \approx \vec{\boldsymbol{r}}$，取入射平面波的入射波矢 $\vec{\boldsymbol{k}}_i$ 沿 $\hat{\boldsymbol{e}}_z$，如图

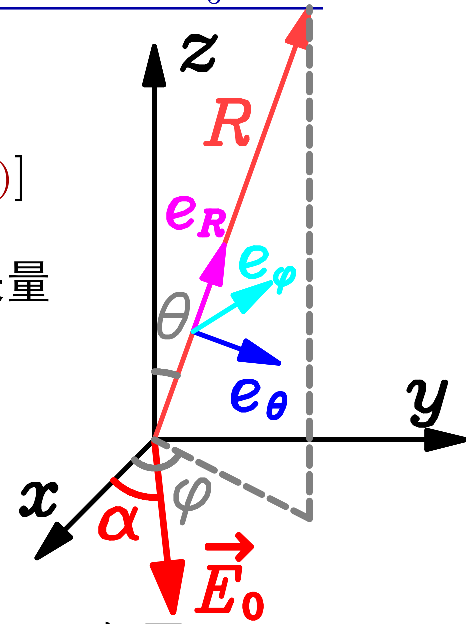
$$\vec{r}_e(t) = \frac{e\vec{E}_0}{m\omega^2}\, e^{-i\omega t},$$

$v \ll c$，电偶极辐射 (§6.4 p15) $\Longrightarrow$ $\vec{E} = \dfrac{e}{4\pi\epsilon_0 c^2 R}\, \vec{n} \times [\vec{n} \times \ddot{\vec{r}}_e(t_r)]$

$\vec{n} = \vec{R}/R,\quad \vec{R} = \vec{r} - \vec{r}_e(t_r),\quad t_r = t - R/c,\quad \vec{r}$ 为观察点的位置矢量

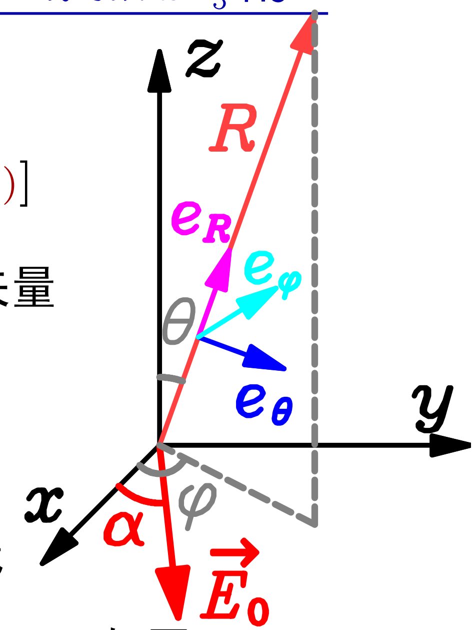
$$\vec{E} = \vec{E}_s e^{ikR-i\omega t},\quad \vec{E}_s = \frac{-e^2 E_0}{4\pi\epsilon_0 m R c^2}\, \vec{n} \times (\vec{n} \times \hat{e}_0),\quad \vec{E}_0 = E_0\, \hat{e}_0$$

$\vec{B} = \vec{B}_s e^{ikR-i\omega t},\quad \vec{B}_s = \dfrac{\vec{n}}{c} \times \vec{E}_s,$ —— 参见 §6.4 p15 低速辐射公式



电子振幅很小，$|\vec{r}| \gg |\vec{r}_e|$，$\vec{R} \approx \vec{r}$，取入射平面波的入射波矢 $\vec{k}_i$ 沿 $\hat{e}_z$，如图

由于 $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{n} = \vec{e}_R$ 两两互相垂直，故散射场在垂直于 $\vec{e}_R$ 方向：$\vec{E}_s = E_\theta\, \hat{e}_\theta + E_\phi\, \hat{e}_\phi$



$$\vec{r}_e(t) = \frac{e\vec{E}_0}{m\omega^2}\,e^{-i\omega t},$$

$v \ll c$，电偶极辐射 (§6.4 p15) $\Longrightarrow$ $\vec{E} = \dfrac{e}{4\pi\epsilon_0 c^2 R}\,\vec{n}\times[\vec{n}\times\ddot{\vec{r}}_e(t_r)]$

$\vec{n} = \vec{R}/R,\quad \vec{R} = \vec{r} - \vec{r}_e(t_r),\quad t_r = t - R/c,$ $\vec{r}$ 为观察点的位置矢量

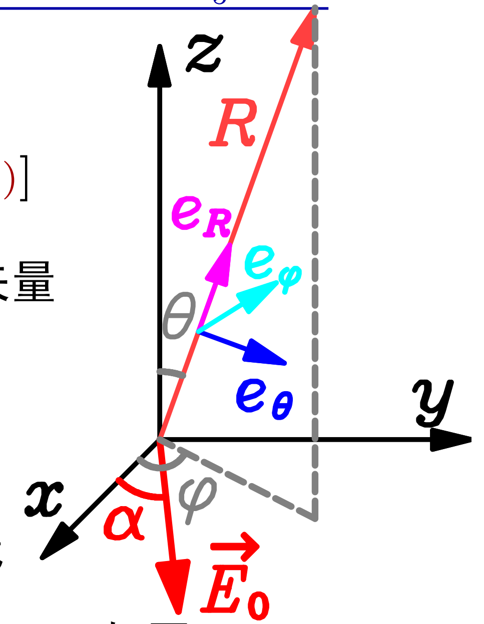
$$\vec{E} = \vec{E}_s e^{ikR-i\omega t},\quad \vec{E}_s = \frac{-e^2E_0}{4\pi\epsilon_0 mRc^2}\,\vec{n}\times(\vec{n}\times\hat{e}_0),\quad \vec{E}_0 = E_0\,\hat{e}_0$$

$$\vec{B} = \vec{B}_s e^{ikR-i\omega t},\quad \vec{B}_s = \frac{\vec{n}}{c}\times\vec{E}_s,$$ —— 参见 §6.4 p15 低速辐射公式

电子振幅很小，$|\vec{r}| \gg |\vec{r}_e|$，$\vec{R}\approx\vec{r}$，取入射平面波的入射波矢 $\vec{k}_i$ 沿 $\hat{e}_z$，如图

由于 $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{n} = \vec{e}_R$ 两两互相垂直，故散射场在垂直于 $\vec{e}_R$ 方向：$\vec{E}_s = E_\theta\,\hat{e}_\theta + E_\phi\,\hat{e}_\phi$

入射方向 $\hat{e}_z \,||\, \vec{k}_i$ 和散射方向 $\hat{e}_R$ 构成散射面，E_θ、E_ϕ 分别为平行、垂直于散射面的电场分量



$$\vec{r}_e(t) = \frac{e\vec{E}_0}{m\omega^2} e^{-i\omega t},$$

$v \ll c$，电偶极辐射 (§6.4 p15) $\Longrightarrow$ $\vec{E} = \dfrac{e}{4\pi\epsilon_0 c^2 R} \vec{n} \times [\vec{n} \times \ddot{\vec{r}}_e(t_r)]$

$\vec{n} = \vec{R}/R, \quad \vec{R} = \vec{r} - \vec{r}_e(t_r), \quad t_r = t - R/c,$ $\vec{r}$ 为观察点的位置矢量

$$\vec{E} = \vec{E}_s e^{ikR - i\omega t}, \quad \vec{E}_s = \frac{-e^2 E_0}{4\pi\epsilon_0 m R c^2} \vec{n} \times (\vec{n} \times \hat{e}_0), \quad \vec{E}_0 = E_0\,\hat{e}_0$$

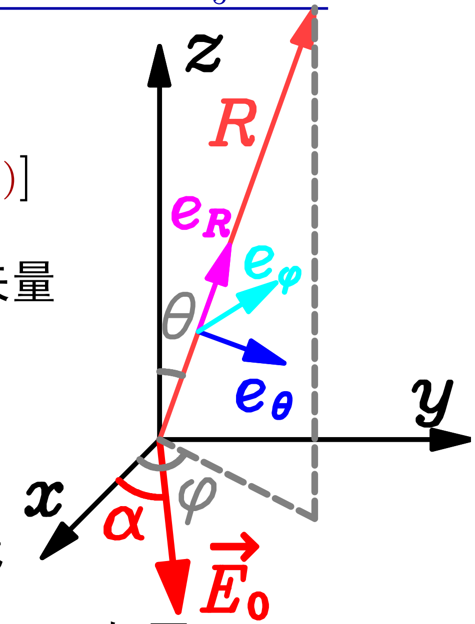
$$\vec{B} = \vec{B}_s e^{ikR - i\omega t}, \quad \vec{B}_s = \frac{\vec{n}}{c} \times \vec{E}_s,$$ —— 参见 §6.4 p15 低速辐射公式

电子振幅很小，$|\vec{r}| \gg |\vec{r}_e|$， $\vec{R} \approx \vec{r}$，取入射平面波的入射波矢 $\vec{k}_i$ 沿 $\hat{e}_z$，如图

由于 $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{n} = \vec{e}_R$ 两两互相垂直，故散射场在垂直于 $\vec{e}_R$ 方向：$\vec{E}_s = E_\theta\,\hat{e}_\theta + E_\phi\,\hat{e}_\phi$

入射方向 $\hat{e}_z \,||\, \vec{k}_i$ 和散射方向 $\hat{e}_R$ 构成散射面，E_θ、E_ϕ 分别为平行、垂直于散射面的电场分量

对应于平行分量，平均能流：$\langle \vec{S}_{||} \rangle = \dfrac{1}{2\mu_0} \mathrm{Re}\left[\, E_\theta B_\phi^* \,\right] \hat{e}_R = \dfrac{1}{2\mu_0 c} |E_\theta|^2\, \hat{e}_R$



$$\vec{r}_e(t) = \frac{e\vec{E}_0}{m\omega^2}\, e^{-i\omega t},$$

$v \ll c$，电偶极辐射 (§6.4 p15) $\Longrightarrow$ $\vec{E} = \dfrac{e}{4\pi\epsilon_0 c^2 R}\, \vec{n} \times [\vec{n} \times \ddot{\vec{r}}_e(t_r)]$

$\vec{n} = \vec{R}/R, \quad \vec{R} = \vec{r} - \vec{r}_e(t_r), \quad t_r = t - R/c,$ $\vec{r}$ 为观察点的位置矢量

$$\vec{E} = \vec{E}_s e^{ikR - i\omega t}, \quad \vec{E}_s = \frac{-e^2 E_0}{4\pi\epsilon_0 m R c^2}\, \vec{n} \times (\vec{n} \times \hat{e}_0), \quad \vec{E}_0 = E_0\, \hat{e}_0$$

$\vec{B} = \vec{B}_s e^{ikR - i\omega t}, \quad \vec{B}_s = \dfrac{\vec{n}}{c} \times \vec{E}_s,$ —— 参见 §6.4 p15 低速辐射公式

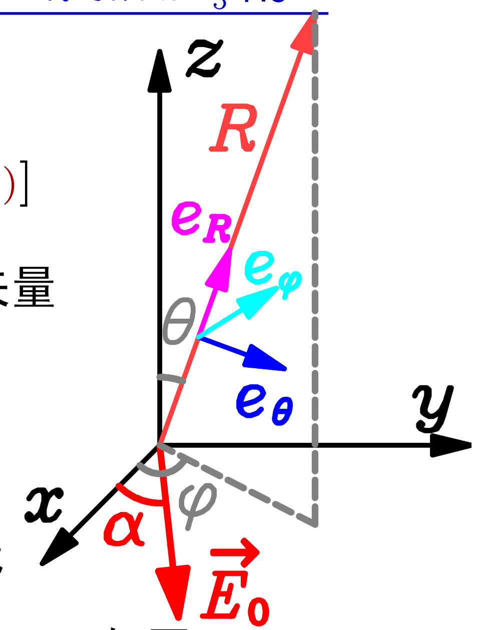
电子振幅很小，$|\vec{r}| \gg |\vec{r}_e|$， $\vec{R} \approx \vec{r}$，取入射平面波的入射波矢 $\vec{k}_i$ 沿 $\hat{e}_z$，如图

由于 $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{n} = \vec{e}_R$ 两两互相垂直，故散射场在垂直于 $\vec{e}_R$ 方向：$\vec{E}_s = E_\theta\, \hat{e}_\theta + E_\phi\, \hat{e}_\phi$

入射方向 $\hat{e}_z \,||\, \vec{k}_i$ 和散射方向 $\hat{e}_R$ 构成散射面，E_θ、E_ϕ 分别为平行、垂直于散射面的电场分量

对应于平行分量，平均能流：$\langle \vec{S}_{||} \rangle = \dfrac{1}{2\mu_0}\mathrm{Re}\left[\, E_\theta B_\phi^* \,\right]\, \hat{e}_R = \dfrac{1}{2\mu_0 c}|E_\theta|^2\, \hat{e}_R$

对应于垂直分量，平均能流：$\langle \vec{S}_{\perp} \rangle = \dfrac{1}{2\mu_0}\mathrm{Re}\,[\, E_\phi B_\theta^* \,]\, \hat{e}_R = \dfrac{1}{2\mu_0 c}|E_\phi|^2\, \hat{e}_R$



$$\vec{r}_e(t) = \frac{e\vec{E}_0}{m\omega^2}\, e^{-i\omega t},$$

$v \ll c$，电偶极辐射 (§6.4 p15) $\Longrightarrow$ $\vec{E} = \dfrac{e}{4\pi\epsilon_0 c^2 R}\,\vec{n}\times[\vec{n}\times\ddot{\vec{r}}_e(t_r)]$

$\vec{n} = \vec{R}/R$, $\quad \vec{R} = \vec{r} - \vec{r}_e(t_r)$, $\quad t_r = t - R/c$, $\vec{r}$ 为观察点的位置矢量

$$\vec{E} = \vec{E}_s e^{ikR-i\omega t}, \quad \vec{E}_s = \frac{-e^2 E_0}{4\pi\epsilon_0 m R c^2}\,\vec{n}\times(\vec{n}\times\hat{e}_0), \quad \vec{E}_0 = E_0\,\hat{e}_0$$

$$\vec{B} = \vec{B}_s e^{ikR-i\omega t}, \quad \vec{B}_s = \frac{\vec{n}}{c}\times\vec{E}_s,$$ —— 参见 §6.4 p15 低速辐射公式

电子振幅很小，$|\vec{r}| \gg |\vec{r}_e|$, $\quad \vec{R}\approx\vec{r}$，取入射平面波的入射波矢 $\vec{k}_i$ 沿 $\hat{e}_z$，如图

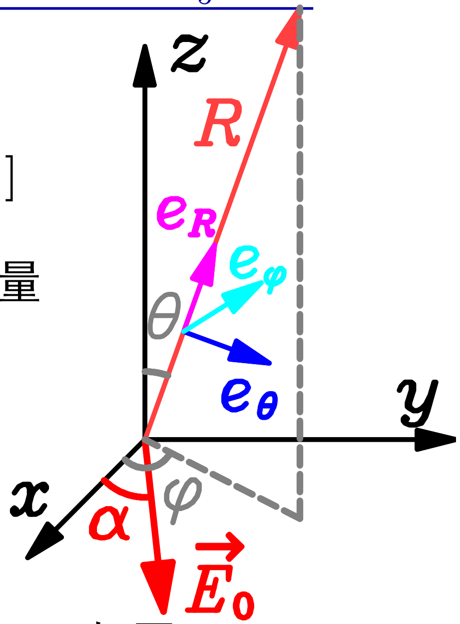
由于 $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{n} = \vec{e}_R$ 两两互相垂直，故散射场在垂直于 $\vec{e}_R$ 方向：$\vec{E}_s = E_\theta\,\hat{e}_\theta + E_\phi\,\hat{e}_\phi$

入射方向 $\hat{e}_z \,||\, \vec{k}_i$ 和散射方向 $\hat{e}_R$ 构成散射面，E_θ、E_ϕ 分别为平行、垂直于散射面的电场分量

对应于平行分量，平均能流：$\langle\vec{S}_{||}\rangle = \dfrac{1}{2\mu_0}\mathrm{Re}\left[\,E_\theta B_\phi^*\,\right]\,\hat{e}_R = \dfrac{1}{2\mu_0 c}|E_\theta|^2\,\hat{e}_R$

对应于垂直分量，平均能流：$\langle\vec{S}_{\perp}\rangle = \dfrac{1}{2\mu_0}\mathrm{Re}\left[\,E_\phi B_\theta^*\,\right]\,\hat{e}_R = \dfrac{1}{2\mu_0 c}|E_\phi|^2\,\hat{e}_R$

对应于入射波的平均能流：$\quad \langle\vec{S}_i\rangle = \dfrac{1}{2\mu_0}\mathrm{Re}\left[\,\vec{E}_0\times\vec{B}_0^*\,\right]\,\hat{e}_z = \dfrac{1}{2\mu_0 c}|E_0|^2\,\hat{e}_z$



$$\vec{r}_e(t) = \frac{e\vec{E}_0}{m\omega^2}\, e^{-i\omega t},$$

$v \ll c$，电偶极辐射 (§6.4 p15) $\Longrightarrow$ $\vec{E} = \dfrac{e}{4\pi\epsilon_0 c^2 R}\,\vec{n}\times[\vec{n}\times\ddot{\vec{r}}_e(t_r)]$

$\vec{n} = \vec{R}/R,\quad \vec{R} = \vec{r} - \vec{r}_e(t_r),\quad t_r = t - R/c,$ $\vec{r}$ 为观察点的位置矢量

$$\vec{E} = \vec{E}_s e^{ikR-i\omega t},\quad \vec{E}_s = \frac{-e^2 E_0}{4\pi\epsilon_0 m R c^2}\,\vec{n}\times(\vec{n}\times\hat{e}_0),\quad \vec{E}_0 = E_0\,\hat{e}_0$$

$\vec{B} = \vec{B}_s e^{ikR-i\omega t},\quad \vec{B}_s = \dfrac{\vec{n}}{c}\times\vec{E}_s,$ —— 参见 §6.4 p15 低速辐射公式

电子振幅很小，$|\vec{r}| \gg |\vec{r}_e|$，$\vec{R} \approx \vec{r}$，取入射平面波的入射波矢 $\vec{k}_i$ 沿 $\hat{e}_z$，如图

由于 $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{n} = \vec{e}_R$ 两两互相垂直，故散射场在垂直于 $\vec{e}_R$ 方向：$\vec{E}_s = E_\theta\,\hat{e}_\theta + E_\phi\,\hat{e}_\phi$

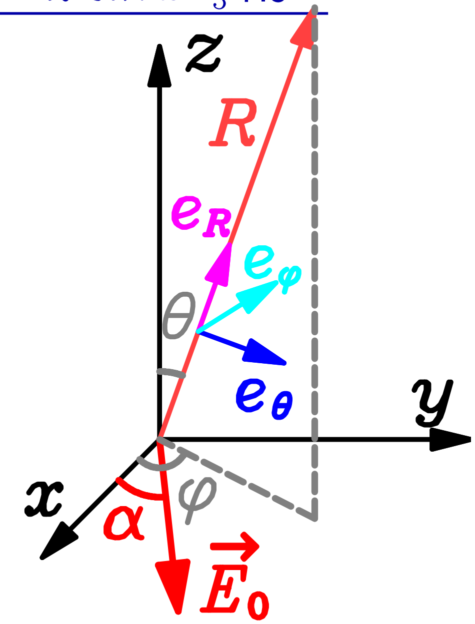
入射方向 $\hat{e}_z \,||\, \vec{k}_i$ 和散射方向 $\hat{e}_R$ 构成散射面，E_θ、E_ϕ 分别为平行、垂直于散射面的电场分量

对应于平行分量，平均能流：$\langle\vec{S}_{||}\rangle = \dfrac{1}{2\mu_0}\mathrm{Re}\left[\,E_\theta B_\phi^*\,\right]\,\hat{e}_R = \dfrac{1}{2\mu_0 c}|E_\theta|^2\,\hat{e}_R$

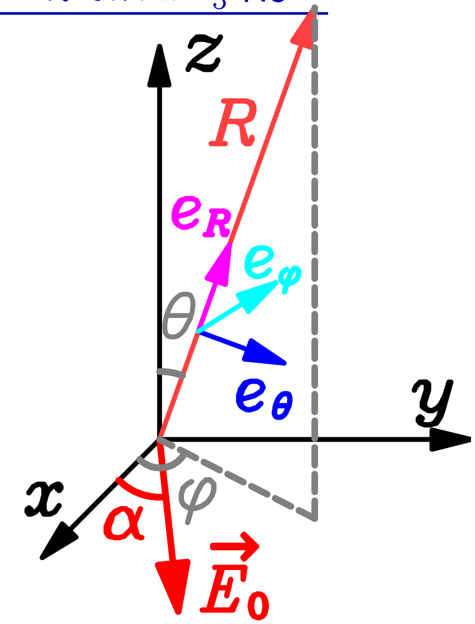
对应于垂直分量，平均能流：$\langle\vec{S}_{\perp}\rangle = \dfrac{1}{2\mu_0}\mathrm{Re}\,[\,E_\phi B_\theta^*\,]\,\hat{e}_R = \dfrac{1}{2\mu_0 c}|E_\phi|^2\,\hat{e}_R$

对应于入射波的平均能流：$\langle\vec{S}_i\rangle = \dfrac{1}{2\mu_0}\mathrm{Re}\left[\,\vec{E}_0\times\vec{B}_0^*\,\right]\,\hat{e}_z = \dfrac{1}{2\mu_0 c}|E_0|^2\,\hat{e}_z$

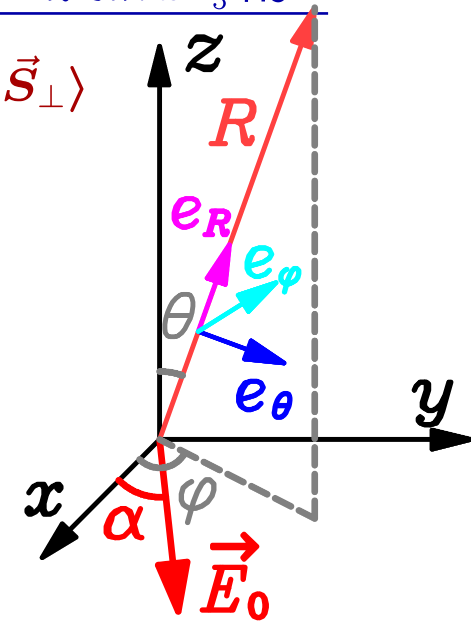
入射波强度：入射波平均能流在入射波方向上的投影：$I_i = \langle\vec{S}_i\rangle\cdot\hat{e}_z = \dfrac{1}{2\mu_0 c}\,|E_0|^2$


z
R
e_R
e_φ
θ
e_θ
y
x
α
φ
$\vec{E}_0$

$$\langle \vec{S}_{||} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\theta|^2 \, \hat{e}_R, \quad \langle \vec{S}_{\perp} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\phi|^2 \, \hat{e}_R,$$

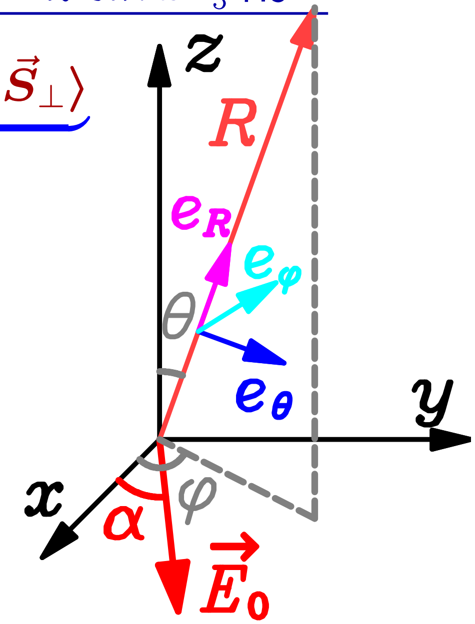


$$\langle\vec{S}_{||}\rangle = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_\theta|^2\,\hat{e}_R, \quad \langle\vec{S}_{\perp}\rangle = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_\phi|^2\,\hat{e}_R, \quad \langle\vec{S}_s\rangle = \langle\vec{S}_{||}\rangle + \langle\vec{S}_{\perp}\rangle$$



Let there be light

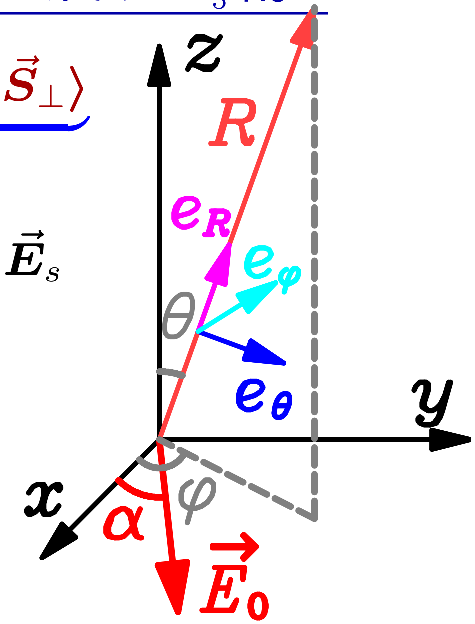
$$\langle \vec{S}_{||} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\theta|^2 \, \hat{e}_R, \quad \langle \vec{S}_\perp \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\phi|^2 \, \hat{e}_R, \quad \underbrace{\langle \vec{S}_s \rangle = \langle \vec{S}_{||} \rangle + \langle \vec{S}_\perp \rangle}_{\text{why?}}$$



Let there be light

$$\langle \vec{\boldsymbol{S}}_{||} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\theta|^2 \, \hat{\boldsymbol{e}}_R, \quad \langle \vec{\boldsymbol{S}}_{\perp} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\phi|^2 \, \hat{\boldsymbol{e}}_R, \quad \underbrace{\langle \vec{\boldsymbol{S}}_s \rangle = \langle \vec{\boldsymbol{S}}_{||} \rangle + \langle \vec{\boldsymbol{S}}_{\perp} \rangle}_{\text{why?}}$$

$$\vec{\boldsymbol{E}}_s = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 m c^2} \frac{E_0}{R} \, \vec{\boldsymbol{n}} \times (\vec{\boldsymbol{n}} \times \hat{\boldsymbol{e}}_0), \qquad E_\theta = \hat{\boldsymbol{e}}_\theta \cdot \vec{\boldsymbol{E}}_s, \quad E_\phi = \hat{\boldsymbol{e}}_\phi \cdot \vec{\boldsymbol{E}}_s$$

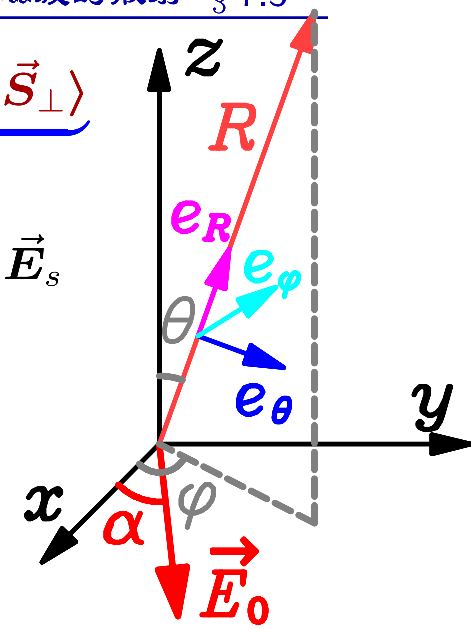


Let there be light

$$\langle \vec{S}_{||} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_\theta|^2\, \hat{e}_R, \quad \langle \vec{S}_{\perp} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_\phi|^2\, \hat{e}_R, \quad \underbrace{\langle \vec{S}_s \rangle = \langle \vec{S}_{||} \rangle + \langle \vec{S}_{\perp} \rangle}_{\text{why?}}$$

$$\vec{E}_s = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}\frac{E_0}{R}\,\vec{n}\times(\vec{n}\times\,\hat{e}_0), \qquad E_\theta = \hat{e}_\theta\cdot\vec{E}_s, \quad E_\phi = \hat{e}_\phi\cdot\vec{E}_s$$

入射波强度：$I_i = \langle \vec{S}_i \rangle \cdot \hat{e}_z = \frac{1}{2\mu_0 c}\,|E_0|^2$



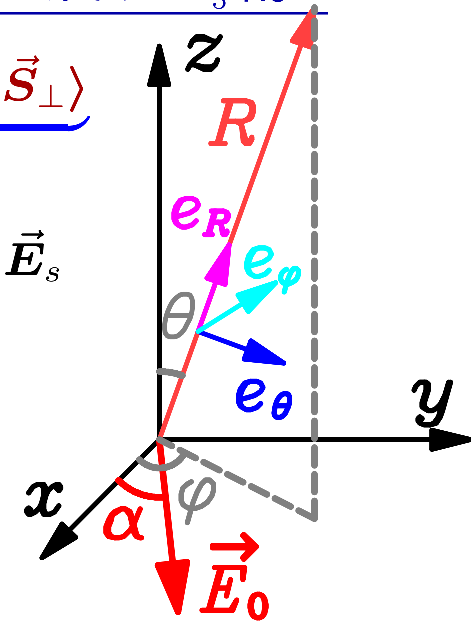
Let there be light

$$\langle \vec{S}_{||} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\theta|^2 \,\hat{e}_R, \quad \langle \vec{S}_\perp \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\phi|^2 \,\hat{e}_R, \quad \underbrace{\langle \vec{S}_s \rangle = \langle \vec{S}_{||} \rangle + \langle \vec{S}_\perp \rangle}_{\text{why?}}$$

$$\vec{E}_s = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} \frac{E_0}{R} \vec{n} \times (\vec{n} \times \hat{e}_0), \qquad E_\theta = \hat{e}_\theta \cdot \vec{E}_s, \quad E_\phi = \hat{e}_\phi \cdot \vec{E}_s$$

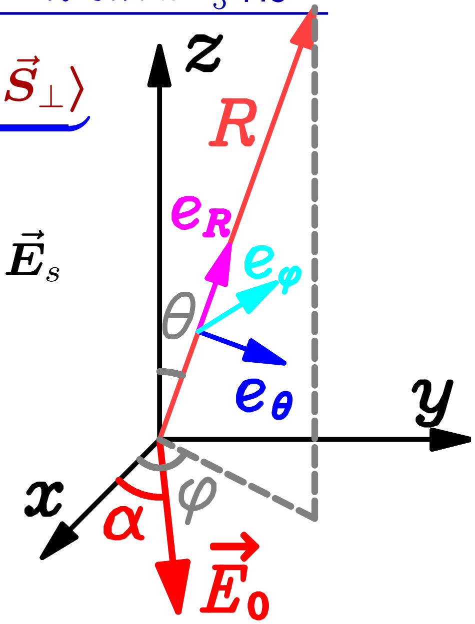
入射波强度：$I_i = \langle \vec{S}_i \rangle \cdot \hat{e}_z = \dfrac{1}{2\mu_0 c} |E_0|^2$

微分散射截面：$\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \dfrac{\langle \vec{S}_s \rangle \cdot (r^2 \hat{e}_r)}{I_i} = \dfrac{|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2}{|E_0|^2} r_c^2$



$$\langle \vec{\boldsymbol{S}}_{||} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\theta|^2 \, \hat{\boldsymbol{e}}_R, \quad \langle \vec{\boldsymbol{S}}_{\perp} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\phi|^2 \, \hat{\boldsymbol{e}}_R, \quad \underbrace{\langle \vec{\boldsymbol{S}}_s \rangle = \langle \vec{\boldsymbol{S}}_{||} \rangle + \langle \vec{\boldsymbol{S}}_{\perp} \rangle}_{\text{why?}}$$

$$\vec{\boldsymbol{E}}_s = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} \frac{E_0}{R} \, \vec{\boldsymbol{n}} \times (\vec{\boldsymbol{n}} \times \hat{\boldsymbol{e}}_0), \qquad E_\theta = \hat{\boldsymbol{e}}_\theta \cdot \vec{\boldsymbol{E}}_s, \quad E_\phi = \hat{\boldsymbol{e}}_\phi \cdot \vec{\boldsymbol{E}}_s$$



入射波强度：$I_i = \langle \vec{\boldsymbol{S}}_i \rangle \cdot \hat{\boldsymbol{e}}_z = \dfrac{1}{2\mu_0 c} |E_0|^2$

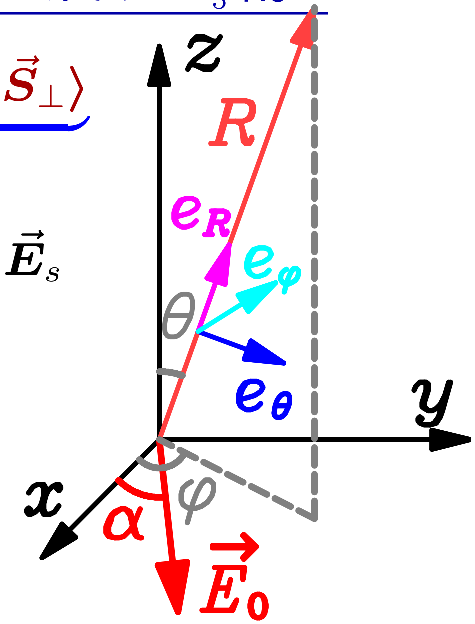
微分散射截面：$\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \dfrac{\langle \vec{\boldsymbol{S}}_s \rangle \cdot (r^2 \, \hat{\boldsymbol{e}}_r)}{I_i} = \dfrac{|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2}{|E_0|^2} \, r_c^2$

其中：$r_c = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}$ 为电子经典半径。

Let there be light

$$\langle \vec{S}_{||} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\theta|^2 \, \hat{e}_R, \quad \langle \vec{S}_{\perp} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\phi|^2 \, \hat{e}_R, \quad \underbrace{\langle \vec{S}_s \rangle = \langle \vec{S}_{||} \rangle + \langle \vec{S}_{\perp} \rangle}_{\text{why?}}$$

$$\vec{E}_s = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 m c^2} \frac{E_0}{R} \vec{n} \times (\vec{n} \times \hat{e}_0), \qquad E_\theta = \hat{e}_\theta \cdot \vec{E}_s, \quad E_\phi = \hat{e}_\phi \cdot \vec{E}_s$$



入射波强度：$I_i = \langle \vec{S}_i \rangle \cdot \hat{e}_z = \dfrac{1}{2\mu_0 c} |E_0|^2$

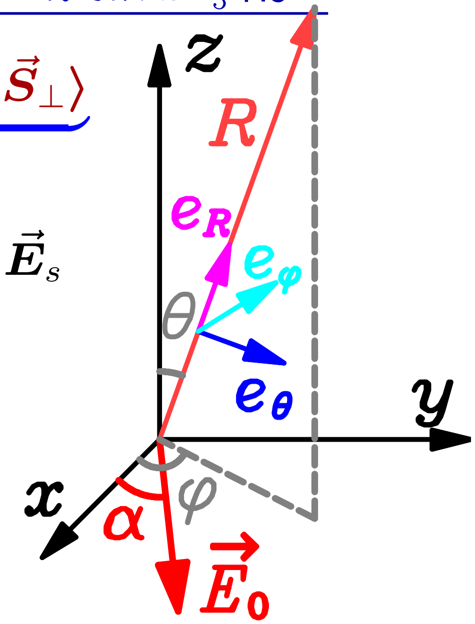
微分散射截面：$\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \dfrac{\langle \vec{S}_s \rangle \cdot (r^2 \, \hat{e}_r)}{I_i} = \dfrac{|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2}{|E_0|^2} \, r_c^2$

其中：$r_c = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m c^2}$ 为电子经典半径。

注意到：$\vec{n} = \hat{e}_R = \hat{e}_r$

$$\langle \vec{S}_{||}\rangle = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_\theta|^2\,\hat{e}_R,\quad \langle \vec{S}_{\perp}\rangle = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_\phi|^2\,\hat{e}_R,\quad \underbrace{\langle \vec{S}_s\rangle = \langle \vec{S}_{||}\rangle + \langle \vec{S}_{\perp}\rangle}_{\text{why?}}$$

$$\vec{E}_s = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}\frac{E_0}{R}\,\vec{n}\times(\vec{n}\times\,\hat{e}_0),\qquad E_\theta = \hat{e}_\theta\cdot\vec{E}_s,\quad E_\phi = \hat{e}_\phi\cdot\vec{E}_s$$



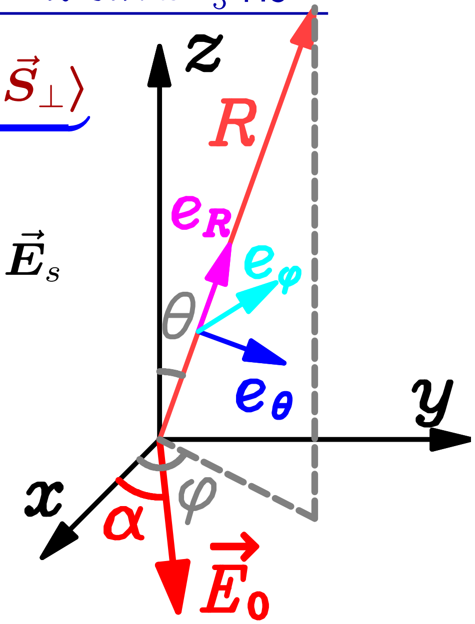
入射波强度：$I_i = \langle \vec{S}_i\rangle\cdot\,\hat{e}_z = \dfrac{1}{2\mu_0 c}\,|E_0|^2$

微分散射截面：$\dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} = \dfrac{\langle \vec{S}_s\rangle\cdot(r^2\,\hat{e}_r)}{I_i} = \dfrac{|E_\theta|^2+|E_\phi|^2}{|E_0|^2}\,r_c^2$

其中：$r_c = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}$ 为电子经典半径。

注意到：$\vec{n} = \hat{e}_R = \hat{e}_r \quad\Longrightarrow\quad \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} = (|\,\hat{e}_\theta\cdot\,\hat{e}_0|^2+|\,\hat{e}_\phi\cdot\,\hat{e}_0|^2)r_c^2$

Let there be light



$$\langle \vec{S}_{||} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\theta|^2 \, \hat{e}_R, \quad \langle \vec{S}_\perp \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\phi|^2 \, \hat{e}_R, \quad \underbrace{\langle \vec{S}_s \rangle = \langle \vec{S}_{||} \rangle + \langle \vec{S}_\perp \rangle}_{\text{why?}}$$

$$\vec{E}_s = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 m c^2} \frac{E_0}{R} \vec{n} \times (\vec{n} \times \hat{e}_0), \qquad E_\theta = \hat{e}_\theta \cdot \vec{E}_s, \quad E_\phi = \hat{e}_\phi \cdot \vec{E}_s$$

入射波强度：$I_i = \langle \vec{S}_i \rangle \cdot \hat{e}_z = \dfrac{1}{2\mu_0 c} |E_0|^2$

微分散射截面：$\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \dfrac{\langle \vec{S}_s \rangle \cdot (r^2 \, \hat{e}_r)}{I_i} = \dfrac{|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2}{|E_0|^2} r_c^2$

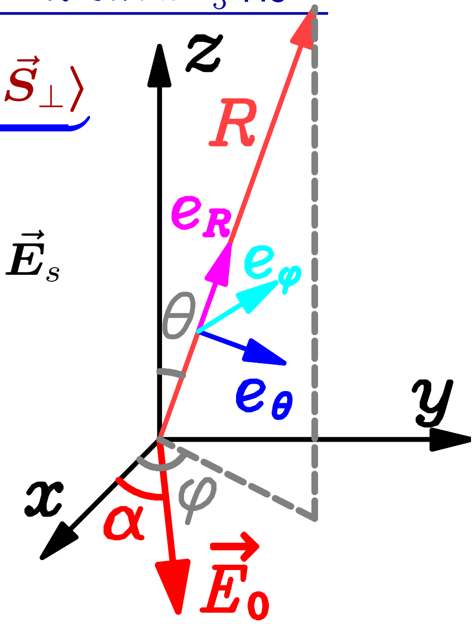
其中：$r_c = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m c^2}$ 为电子经典半径。

注意到：$\vec{n} = \hat{e}_R = \hat{e}_r \quad \Longrightarrow \quad \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = (|\,\hat{e}_\theta \cdot \hat{e}_0|^2 + |\,\hat{e}_\phi \cdot \hat{e}_0|^2) r_c^2$

若入射波为线偏振波，由于 $\vec{k}_i \,||\, \hat{e}_z$： $\hat{e}_0 = \hat{e}_x \cos\alpha + \hat{e}_y \sin\alpha$,

Let there be light

$$\langle \vec{S}_{||} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_\theta|^2\,\hat{e}_R, \quad \langle \vec{S}_\perp \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_\phi|^2\,\hat{e}_R, \quad \underbrace{\langle \vec{S}_s \rangle = \langle \vec{S}_{||} \rangle + \langle \vec{S}_\perp \rangle}_{\text{why?}}$$



$$\vec{E}_s = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}\frac{E_0}{R}\,\vec{n}\times(\vec{n}\times\hat{e}_0), \qquad E_\theta = \hat{e}_\theta\cdot\vec{E}_s, \quad E_\phi = \hat{e}_\phi\cdot\vec{E}_s$$

入射波强度：$I_i = \langle \vec{S}_i \rangle \cdot \hat{e}_z = \dfrac{1}{2\mu_0 c}\,|E_0|^2$

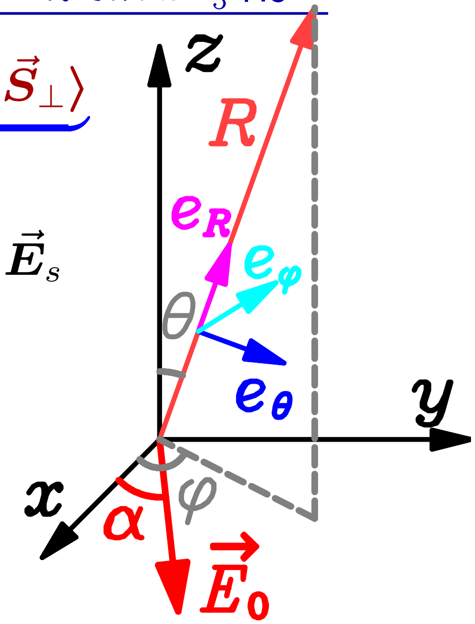
微分散射截面：$\dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} = \dfrac{\langle \vec{S}_s \rangle \cdot (r^2\,\hat{e}_r)}{I_i} = \dfrac{|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2}{|E_0|^2}\,r_c^2$

其中：$r_c = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}$ 为电子经典半径。

注意到：$\vec{n} = \hat{e}_R = \hat{e}_r \quad \Longrightarrow \quad \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} = (|\,\hat{e}_\theta\cdot\hat{e}_0|^2 + |\,\hat{e}_\phi\cdot\hat{e}_0|^2)r_c^2$

若入射波为线偏振波，由于 $\vec{k}_i \,||\, \hat{e}_z$：$\hat{e}_0 = \hat{e}_x\cos\alpha + \hat{e}_y\sin\alpha$， α 为入射电场与 $\hat{e}_x$ 的夹角

$$\langle \vec{S}_{||}\rangle = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_\theta|^2\,\hat{e}_R,\quad \langle \vec{S}_{\perp}\rangle = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_\phi|^2\,\hat{e}_R,\quad \underbrace{\langle \vec{S}_s\rangle = \langle \vec{S}_{||}\rangle + \langle \vec{S}_{\perp}\rangle}_{\text{why?}}$$



$$\vec{E}_s = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}\frac{E_0}{R}\,\vec{n}\times(\vec{n}\times\hat{e}_0),\qquad E_\theta = \hat{e}_\theta\cdot\vec{E}_s,\quad E_\phi = \hat{e}_\phi\cdot\vec{E}_s$$

入射波强度：$I_i = \langle\vec{S}_i\rangle\cdot\hat{e}_z = \dfrac{1}{2\mu_0 c}|E_0|^2$

微分散射截面：$\dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} = \dfrac{\langle\vec{S}_s\rangle\cdot(r^2\,\hat{e}_r)}{I_i} = \dfrac{|E_\theta|^2+|E_\phi|^2}{|E_0|^2}\,r_c^2$

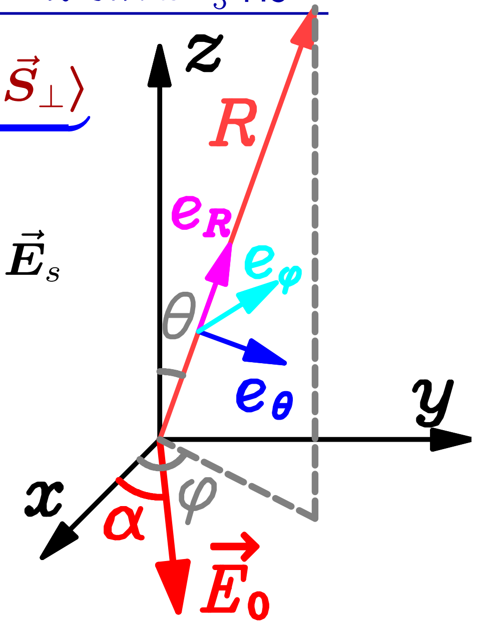
其中：$r_c = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}$ 为电子经典半径。

注意到：$\vec{n} = \hat{e}_R = \hat{e}_r \quad\Longrightarrow\quad \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} = (|\hat{e}_\theta\cdot\hat{e}_0|^2 + |\hat{e}_\phi\cdot\hat{e}_0|^2)r_c^2$

若入射波为线偏振波，由于 $\vec{k}_i \,||\, \hat{e}_z$：$\hat{e}_0 = \hat{e}_x\cos\alpha + \hat{e}_y\sin\alpha$，$\alpha$ 为入射电场与 $\hat{e}_x$ 的夹角

另：$\begin{cases} \hat{e}_\theta = \hat{e}_x\cos\theta\cos\phi + \hat{e}_y\cos\theta\sin\phi - \hat{e}_z\sin\theta \\ \hat{e}_\phi = -\hat{e}_x\sin\phi + \hat{e}_y\cos\phi \end{cases}$

$$\langle \vec{S}_{||}\rangle = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_\theta|^2\,\hat{e}_R,\quad \langle \vec{S}_{\perp}\rangle = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_\phi|^2\,\hat{e}_R,\quad \underbrace{\langle \vec{S}_s\rangle = \langle \vec{S}_{||}\rangle + \langle \vec{S}_{\perp}\rangle}_{\text{why?}}$$



$$\vec{E}_s = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}\,\frac{E_0}{R}\,\vec{n}\times(\vec{n}\times\,\hat{e}_0),\qquad E_\theta = \hat{e}_\theta\cdot\vec{E}_s,\quad E_\phi = \hat{e}_\phi\cdot\vec{E}_s$$

入射波强度：$I_i = \langle \vec{S}_i\rangle\cdot\,\hat{e}_z = \dfrac{1}{2\mu_0 c}\,|E_0|^2$

微分散射截面：$\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \dfrac{\langle \vec{S}_s\rangle\cdot(r^2\,\hat{e}_r)}{I_i} = \dfrac{|E_\theta|^2+|E_\phi|^2}{|E_0|^2}\,r_c^2$

其中：$r_c = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}$ 为电子经典半径。

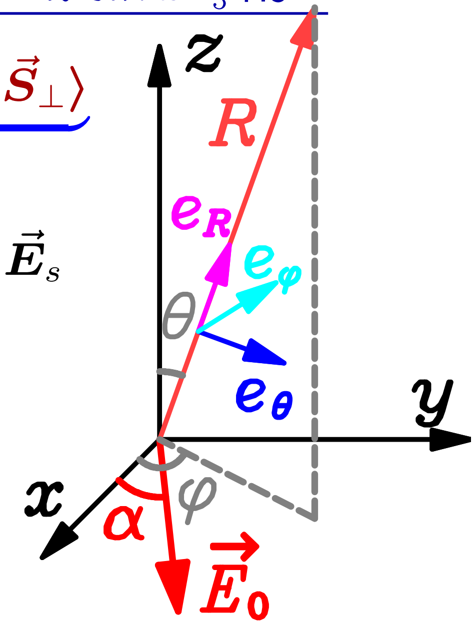
注意到：$\vec{n} = \hat{e}_R = \hat{e}_r \quad\Longrightarrow\quad \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = (|\,\hat{e}_\theta\cdot\,\hat{e}_0|^2 + |\,\hat{e}_\phi\cdot\,\hat{e}_0|^2)r_c^2$

若入射波为线偏振波，由于 $\vec{k}_i\,||\,\hat{e}_z$： $\hat{e}_0 = \hat{e}_x\cos\alpha + \hat{e}_y\sin\alpha,\quad \alpha$ 为入射电场与 $\hat{e}_x$ 的夹角

另：
$$\begin{cases}\hat{e}_\theta = \hat{e}_x\cos\theta\cos\phi + \hat{e}_y\cos\theta\sin\phi - \hat{e}_z\sin\theta\\ \hat{e}_\phi = -\,\hat{e}_x\sin\phi + \hat{e}_y\cos\phi\end{cases}$$

$$\Longrightarrow\quad \frac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = r_c^2[\cos^2\theta + \sin^2\theta\sin^2(\alpha-\phi)] = r_c^2\sin^2\beta,$$

$$\langle \vec{S}_{||} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\theta|^2 \,\hat{e}_R, \quad \langle \vec{S}_{\perp} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\phi|^2 \,\hat{e}_R, \quad \underbrace{\langle \vec{S}_s \rangle = \langle \vec{S}_{||} \rangle + \langle \vec{S}_{\perp} \rangle}_{\text{why?}}$$



$$\vec{E}_s = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} \frac{E_0}{R} \vec{n} \times (\vec{n} \times \hat{e}_0), \qquad E_\theta = \hat{e}_\theta \cdot \vec{E}_s, \quad E_\phi = \hat{e}_\phi \cdot \vec{E}_s$$

入射波强度：$I_i = \langle \vec{S}_i \rangle \cdot \hat{e}_z = \dfrac{1}{2\mu_0 c} |E_0|^2$

微分散射截面：$\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \dfrac{\langle \vec{S}_s \rangle \cdot (r^2 \,\hat{e}_r)}{I_i} = \dfrac{|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2}{|E_0|^2} r_c^2$

其中：$r_c = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}$ 为电子经典半径。

注意到：$\vec{n} = \hat{e}_R = \hat{e}_r \quad \Longrightarrow \quad \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = (|\,\hat{e}_\theta \cdot \hat{e}_0|^2 + |\,\hat{e}_\phi \cdot \hat{e}_0|^2) r_c^2$

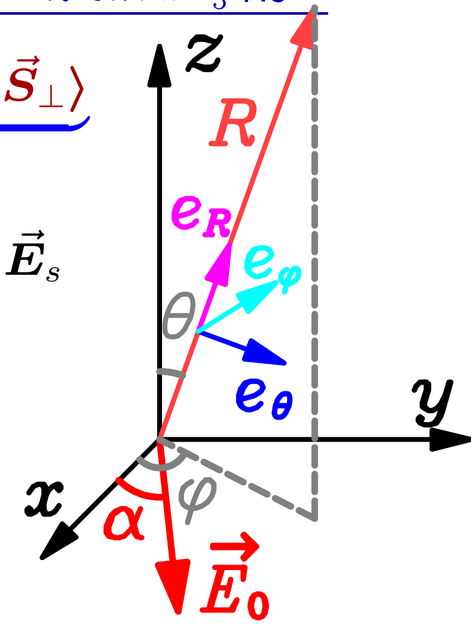
若入射波为线偏振波，由于 $\vec{k}_i \,||\, \hat{e}_z$：$\hat{e}_0 = \hat{e}_x \cos\alpha + \hat{e}_y \sin\alpha$， α 为入射电场与 $\hat{e}_x$ 的夹角

另：
$$\begin{cases} \hat{e}_\theta = \hat{e}_x \cos\theta\cos\phi + \hat{e}_y \cos\theta\sin\phi - \hat{e}_z \sin\theta \\ \hat{e}_\phi = -\hat{e}_x \sin\phi + \hat{e}_y \cos\phi \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = r_c^2[\cos^2\theta + \sin^2\theta \sin^2(\alpha - \phi)] = r_c^2 \sin^2\beta,$$

β 为 $\hat{e}_0$ 与 $\hat{e}_r$ 的夹角

$$\langle \vec{S}_{||} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\theta|^2 \,\hat{e}_R, \quad \langle \vec{S}_\perp \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\phi|^2 \,\hat{e}_R, \quad \underbrace{\langle \vec{S}_s \rangle = \langle \vec{S}_{||} \rangle + \langle \vec{S}_\perp \rangle}_{\text{why?}}$$



$$\vec{E}_s = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} \frac{E_0}{R} \vec{n} \times (\vec{n} \times \hat{e}_0), \qquad E_\theta = \hat{e}_\theta \cdot \vec{E}_s, \quad E_\phi = \hat{e}_\phi \cdot \vec{E}_s$$

入射波强度：$I_i = \langle \vec{S}_i \rangle \cdot \hat{e}_z = \dfrac{1}{2\mu_0 c} |E_0|^2$

微分散射截面：$\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \dfrac{\langle \vec{S}_s \rangle \cdot (r^2 \,\hat{e}_r)}{I_i} = \dfrac{|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2}{|E_0|^2} r_c^2$

其中：$r_c = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}$ 为电子经典半径。

注意到：$\vec{n} = \hat{e}_R = \hat{e}_r \quad \Longrightarrow \quad \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = (|\,\hat{e}_\theta \cdot \hat{e}_0|^2 + |\,\hat{e}_\phi \cdot \hat{e}_0|^2) r_c^2$

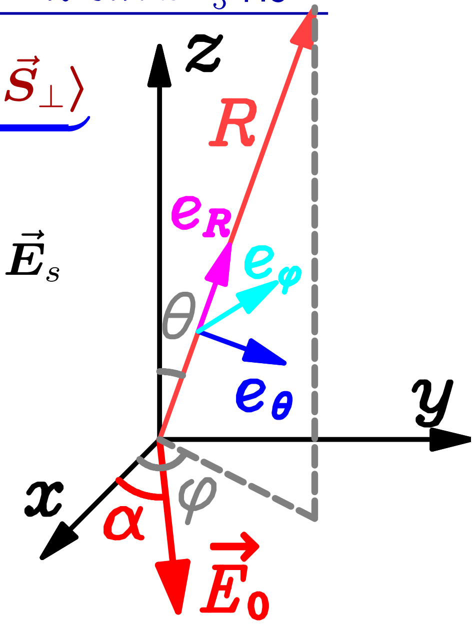
若入射波为线偏振波，由于 $\vec{k}_i \,||\, \hat{e}_z$：$\hat{e}_0 = \hat{e}_x \cos\alpha + \hat{e}_y \sin\alpha$，$\alpha$ 为入射电场与 $\hat{e}_x$ 的夹角

另：
$$\begin{cases} \hat{e}_\theta = \hat{e}_x \cos\theta\cos\phi + \hat{e}_y \cos\theta\sin\phi - \hat{e}_z \sin\theta \\ \hat{e}_\phi = -\hat{e}_x \sin\phi + \hat{e}_y \cos\phi \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = r_c^2[\cos^2\theta + \sin^2\theta \sin^2(\alpha - \phi)] = r_c^2 \sin^2\beta,$$

β 为 $\hat{e}_0$ 与 $\hat{e}_r$ 的夹角

若入射波为非偏振波，则应对 α 求平均：$\left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\int_0^{2\pi} \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \mathrm{d}\alpha$



$$\langle \vec{S}_{||} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\theta|^2 \, \hat{e}_R, \quad \langle \vec{S}_\perp \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\phi|^2 \, \hat{e}_R, \quad \underbrace{\langle \vec{S}_s \rangle = \langle \vec{S}_{||} \rangle + \langle \vec{S}_\perp \rangle}_{\text{why?}}$$

$$\vec{E}_s = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} \frac{E_0}{R} \vec{n} \times (\vec{n} \times \hat{e}_0), \qquad E_\theta = \hat{e}_\theta \cdot \vec{E}_s, \quad E_\phi = \hat{e}_\phi \cdot \vec{E}_s$$

入射波强度：$I_i = \langle \vec{S}_i \rangle \cdot \hat{e}_z = \dfrac{1}{2\mu_0 c} |E_0|^2$

微分散射截面：$\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \dfrac{\langle \vec{S}_s \rangle \cdot (r^2 \, \hat{e}_r)}{I_i} = \dfrac{|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2}{|E_0|^2} \, r_c^2$

其中：$r_c = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}$ 为电子经典半径。

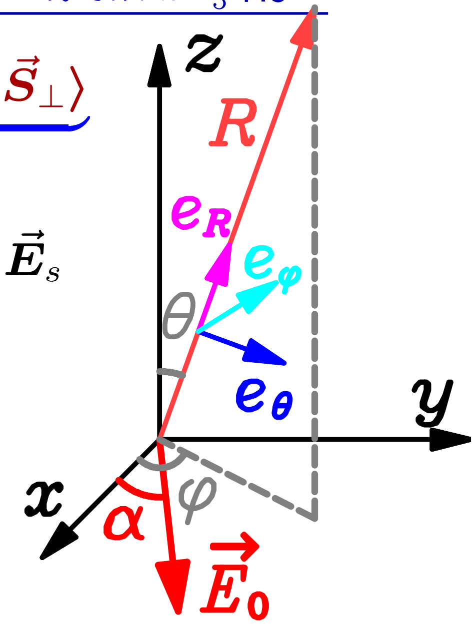
注意到：$\vec{n} = \hat{e}_R = \hat{e}_r \quad \Longrightarrow \quad \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = (|\hat{e}_\theta \cdot \hat{e}_0|^2 + |\hat{e}_\phi \cdot \hat{e}_0|^2) r_c^2$

若入射波为线偏振波，由于 $\vec{k}_i \,||\, \hat{e}_z$：$\hat{e}_0 = \hat{e}_x \cos\alpha + \hat{e}_y \sin\alpha$， α 为入射电场与 $\hat{e}_x$ 的夹角

另：$\begin{cases} \hat{e}_\theta = \hat{e}_x \cos\theta\cos\phi + \hat{e}_y \cos\theta \sin\phi - \hat{e}_z \sin\theta \\ \hat{e}_\phi = -\hat{e}_x \sin\phi + \hat{e}_y \cos\phi \end{cases}$

$$\Longrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = r_c^2[\cos^2\theta + \sin^2\theta\sin^2(\alpha - \phi)] = r_c^2 \sin^2\beta, \qquad \beta \text{ 为 } \hat{e}_0 \text{ 与 } \hat{e}_r \text{ 的夹角}$$

若入射波为非偏振波，则应对 α 求平均：$\left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega}\mathrm{d}\alpha = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2$



$$\langle\vec{S}_{||}\rangle = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_\theta|^2\,\hat{e}_R,\quad \langle\vec{S}_\perp\rangle = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_\phi|^2\,\hat{e}_R,\quad \underbrace{\langle\vec{S}_s\rangle = \langle\vec{S}_{||}\rangle + \langle\vec{S}_\perp\rangle}_{\text{why?}}$$

$$\vec{E}_s = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}\frac{E_0}{R}\,\vec{n}\times(\vec{n}\times\hat{e}_0),\qquad E_\theta = \hat{e}_\theta\cdot\vec{E}_s,\quad E_\phi = \hat{e}_\phi\cdot\vec{E}_s$$

入射波强度：$I_i = \langle\vec{S}_i\rangle\cdot\hat{e}_z = \dfrac{1}{2\mu_0 c}|E_0|^2$

微分散射截面：$\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \dfrac{\langle\vec{S}_s\rangle\cdot(r^2\,\hat{e}_r)}{I_i} = \dfrac{|E_\theta|^2+|E_\phi|^2}{|E_0|^2}\,r_c^2$

其中：$r_c = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}$ 为电子经典半径。

注意到：$\vec{n} = \hat{e}_R = \hat{e}_r \quad\Longrightarrow\quad \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = (|\,\hat{e}_\theta\cdot\hat{e}_0|^2 + |\,\hat{e}_\phi\cdot\hat{e}_0|^2)r_c^2$

若入射波为线偏振波，由于 $\vec{k}_i\,||\,\hat{e}_z$：$\hat{e}_0 = \hat{e}_x\cos\alpha + \hat{e}_y\sin\alpha,\quad \alpha$ 为入射电场与 $\hat{e}_x$ 的夹角

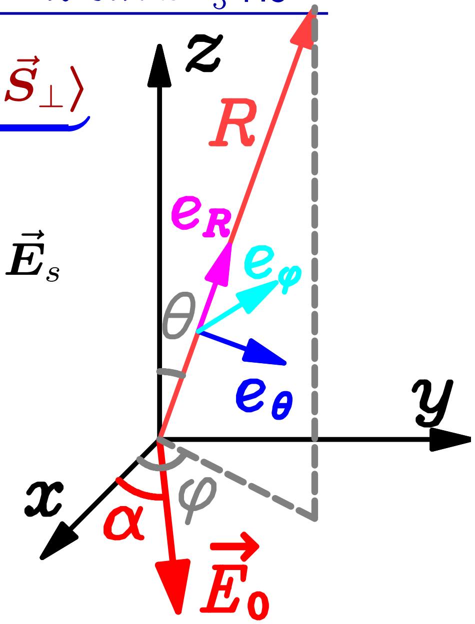
另：$\begin{cases}\hat{e}_\theta = \hat{e}_x\cos\theta\cos\phi + \hat{e}_y\cos\theta\sin\phi - \hat{e}_z\sin\theta\\ \hat{e}_\phi = -\hat{e}_x\sin\phi + \hat{e}_y\cos\phi\end{cases}$

$$\Longrightarrow\quad \frac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = r_c^2[\cos^2\theta + \sin^2\theta\sin^2(\alpha-\phi)] = r_c^2\sin^2\beta,$$

β 为 $\hat{e}_0$ 与 $\hat{e}_r$ 的夹角

若入射波为非偏振波，则应对 α 求平均：$\left\langle\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega}\right\rangle = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi}\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega}\mathrm{d}\alpha = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta)r_c^2$

总散射截面：$\sigma_s = \displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega}\,\mathrm{d}\Omega,$



$$\langle \vec{S}_{||} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_\theta|^2\,\hat{\boldsymbol{e}}_R, \quad \langle \vec{S}_{\perp} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_\phi|^2\,\hat{\boldsymbol{e}}_R, \quad \underbrace{\langle \vec{S}_s \rangle = \langle \vec{S}_{||} \rangle + \langle \vec{S}_{\perp} \rangle}_{\text{why?}}$$

$$\vec{E}_s = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 m c^2}\frac{E_0}{R}\,\vec{n}\times(\vec{n}\times\,\hat{e}_0), \qquad E_\theta = \,\hat{\boldsymbol{e}}_\theta\cdot\vec{E}_s, \quad E_\phi = \,\hat{\boldsymbol{e}}_\phi\cdot\vec{E}_s$$

入射波强度：$I_i = \langle \vec{S}_i \rangle \cdot \,\hat{\boldsymbol{e}}_z = \dfrac{1}{2\mu_0 c}\,|E_0|^2$

微分散射截面：$\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \dfrac{\langle \vec{S}_s \rangle\cdot(r^2\,\,\hat{\boldsymbol{e}}_r)}{I_i} = \dfrac{|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2}{|E_0|^2}\,r_c^2$

其中：$r_c = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m c^2}$ 为电子经典半径。

注意到：$\vec{n} = \,\hat{\boldsymbol{e}}_R = \,\hat{\boldsymbol{e}}_r \quad\Longrightarrow\quad \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = (|\,\hat{\boldsymbol{e}}_\theta\cdot\,\hat{\boldsymbol{e}}_0|^2 + |\,\hat{\boldsymbol{e}}_\phi\cdot\,\hat{\boldsymbol{e}}_0|^2)r_c^2$

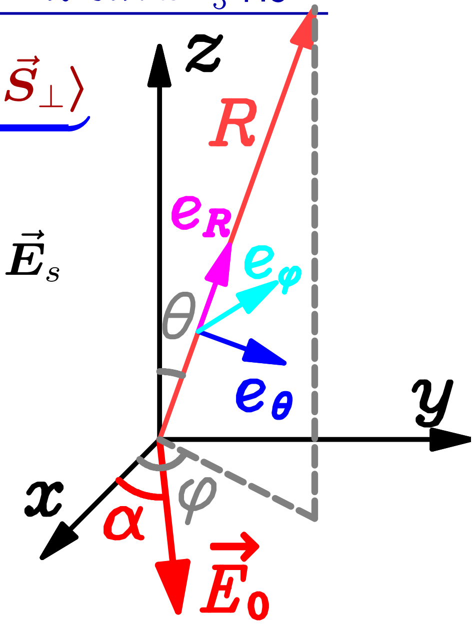
若入射波为线偏振波，由于 $\vec{k}_i \,||\, \hat{\boldsymbol{e}}_z$： $\hat{\boldsymbol{e}}_0 = \,\hat{\boldsymbol{e}}_x\cos\alpha + \,\hat{\boldsymbol{e}}_y\sin\alpha,\quad$ α 为入射电场与 $\hat{\boldsymbol{e}}_x$ 的夹角

另：$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{e}}_\theta = \,\hat{\boldsymbol{e}}_x\cos\theta\cos\phi + \,\hat{\boldsymbol{e}}_y\cos\theta\sin\phi - \,\hat{\boldsymbol{e}}_z\sin\theta \\ \hat{\boldsymbol{e}}_\phi = -\,\hat{\boldsymbol{e}}_x\sin\phi + \,\hat{\boldsymbol{e}}_y\cos\phi \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = r_c^2[\cos^2\theta + \sin^2\theta\sin^2(\alpha-\phi)] = r_c^2\sin^2\beta,$$ β 为 $\hat{\boldsymbol{e}}_0$ 与 $\hat{\boldsymbol{e}}_r$ 的夹角

若入射波为非偏振波，则应对 α 求平均：$\left\langle\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega}\right\rangle = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi}\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega}\mathrm{d}\alpha = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta)r_c^2$

总散射截面：$\sigma_s = \displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega}\,\mathrm{d}\Omega, \quad\Longrightarrow\quad \langle\sigma_s\rangle = \int\left\langle\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega}\right\rangle\,\mathrm{d}\Omega = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2$



$$\langle \vec{S}_{||} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\theta|^2 \,\hat{e}_R, \quad \langle \vec{S}_{\perp} \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} |E_\phi|^2 \,\hat{e}_R, \quad \underbrace{\langle \vec{S}_s \rangle = \langle \vec{S}_{||} \rangle + \langle \vec{S}_{\perp} \rangle}_{\text{why?}}$$

$$\vec{E}_s = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} \frac{E_0}{R} \vec{n} \times (\vec{n} \times \hat{e}_0), \qquad E_\theta = \hat{e}_\theta \cdot \vec{E}_s, \quad E_\phi = \hat{e}_\phi \cdot \vec{E}_s$$

入射波强度：$I_i = \langle \vec{S}_i \rangle \cdot \hat{e}_z = \dfrac{1}{2\mu_0 c} |E_0|^2$

微分散射截面：$\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \dfrac{\langle \vec{S}_s \rangle \cdot (r^2 \,\hat{e}_r)}{I_i} = \dfrac{|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2}{|E_0|^2} r_c^2$

其中：$r_c = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}$ 为电子经典半径。

注意到：$\vec{n} = \hat{e}_R = \hat{e}_r \quad \Longrightarrow \quad \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = (|\,\hat{e}_\theta \cdot \hat{e}_0|^2 + |\,\hat{e}_\phi \cdot \hat{e}_0|^2) r_c^2$

若入射波为线偏振波，由于 $\vec{k}_i \,||\, \hat{e}_z$： $\hat{e}_0 = \hat{e}_x \cos\alpha + \hat{e}_y \sin\alpha, \quad \alpha$ 为入射电场与 $\hat{e}_x$ 的夹角

另：$\begin{cases} \hat{e}_\theta = \hat{e}_x \cos\theta\cos\phi + \hat{e}_y \cos\theta \sin\phi - \hat{e}_z \sin\theta \\ \hat{e}_\phi = -\hat{e}_x \sin\phi + \hat{e}_y \cos\phi \end{cases}$

$\Longrightarrow \quad \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = r_c^2 [\cos^2\theta + \sin^2\theta \sin^2(\alpha - \phi)] = r_c^2 \sin^2\beta, \qquad \beta$ 为 $\hat{e}_0$ 与 $\hat{e}_r$ 的夹角

若入射波为非偏振波，则应对 α 求平均：$\left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\int_0^{2\pi} \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \mathrm{d}\alpha = \dfrac{1}{2}(1 + \cos^2\theta) r_c^2$

总散射截面：$\sigma_s = \displaystyle\int \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \,\mathrm{d}\Omega, \quad \Longrightarrow \quad \langle \sigma_s \rangle = \displaystyle\int \left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle \mathrm{d}\Omega = \dfrac{8}{3} \pi r_c^2 \sim 0.665 \times 10^{-24}\ \mathrm{cm}^2$

二、束缚电子对电磁波的散射

二、束缚电子对电磁波的散射

与自由电子比较

二、束缚电子对电磁波的散射

与自由电子比较

相同处：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$

二、束缚电子对电磁波的散射

与自由电子比较

相同处：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$

电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力

二、束缚电子对电磁波的散射

与自由电子比较

相同处：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$

电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力

电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

二、束缚电子对电磁波的散射

与自由电子比较

相同处：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$

电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力

电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

不同处：束缚力视为各向同性的简谐振子

二、束缚电子对电磁波的散射

与自由电子比较

相同处：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$

电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力

电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

不同处：束缚力视为各向同性的简谐振子

除辐射阻尼外，还存在另一类阻尼 —— 碰撞阻尼力，正比于速度

二、束缚电子对电磁波的散射

与自由电子比较

相同处：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$

电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力

电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

不同处：束缚力视为各向同性的简谐振子

除辐射阻尼外，还存在另一类阻尼 —— 碰撞阻尼力，正比于速度

电子运动方程：$m\dot{\vec{v}} + m\omega_0^2\vec{r}_e = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{v}} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t} - \gamma'\dot{\vec{r}}_e$

二、束缚电子对电磁波的散射

与自由电子比较

相同处：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$

电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力

电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

不同处：束缚力视为各向同性的简谐振子

除辐射阻尼外，还存在另一类阻尼 —— 碰撞阻尼力，正比于速度

电子运动方程：$m\dot{\boldsymbol{\vec{v}}} + m\omega_0^2\boldsymbol{\vec{r}}_e = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{2e^2}{3c^3}\ddot{\boldsymbol{\vec{v}}} - e\boldsymbol{\vec{E}}_0 e^{-i\omega t} - \gamma'\dot{\boldsymbol{\vec{r}}}_e = -m\gamma\boldsymbol{\vec{v}} - e\boldsymbol{\vec{E}}_0 e^{-i\omega t}$

二、束缚电子对电磁波的散射

与自由电子比较

相同处：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$

电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力

电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

不同处：束缚力视为各向同性的简谐振子

除辐射阻尼外，还存在另一类阻尼 —— 碰撞阻尼力，正比于速度

电子运动方程：$m\dot{\vec{\boldsymbol{v}}} + m\omega_0^2\vec{\boldsymbol{r}}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{\boldsymbol{v}}} - e\vec{\boldsymbol{E}}_0 e^{-i\omega t} - \gamma'\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e = -m\gamma\vec{\boldsymbol{v}} - e\vec{\boldsymbol{E}}_0 e^{-i\omega t}$

求稳态解，$\vec{\boldsymbol{r}}_e = \vec{\boldsymbol{r}}_0 e^{-i\omega t}$

二、束缚电子对电磁波的散射

与自由电子比较

相同处：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$

电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力

电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

不同处：束缚力视为各向同性的简谐振子

除辐射阻尼外，还存在另一类阻尼 —— 碰撞阻尼力，正比于速度

电子运动方程：$m\dot{\vec{\boldsymbol{v}}} + m\omega_0^2\vec{\boldsymbol{r}}_e = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{\boldsymbol{v}}} - e\vec{\boldsymbol{E}}_0 e^{-i\omega t} - \gamma'\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e = -m\gamma\vec{\boldsymbol{v}} - e\vec{\boldsymbol{E}}_0 e^{-i\omega t}$

求稳态解，$\vec{\boldsymbol{r}}_e = \vec{\boldsymbol{r}}_0 e^{-i\omega t} \quad \Longrightarrow \quad \ddot{\vec{\boldsymbol{v}}} = (-i\omega)^2\vec{\boldsymbol{v}} = -\omega^2\,\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e, \quad \gamma = \gamma' + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\omega^2$

二、束缚电子对电磁波的散射

与自由电子比较

相同处：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$

电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力

电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

不同处：束缚力视为各向同性的简谐振子

除辐射阻尼外，还存在另一类阻尼 —— 碰撞阻尼力，正比于速度

电子运动方程：$m\dot{\vec{v}} + m\omega_0^2\vec{r}_e = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{v}} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t} - \gamma'\dot{\vec{r}}_e = -m\gamma\vec{v} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t}$

求稳态解，$\vec{r}_e = \vec{r}_0 e^{-i\omega t} \quad \Longrightarrow \quad \ddot{\vec{v}} = (-i\omega)^2\vec{v} = -\omega^2\dot{\vec{r}}_e, \quad \gamma = \gamma' + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\omega^2$

r_c 为电子经典半径。

二、束缚电子对电磁波的散射

与自由电子比较

相同处：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$

电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力

电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

不同处：束缚力视为各向同性的简谐振子

除辐射阻尼外，还存在另一类阻尼 —— 碰撞阻尼力，正比于速度

电子运动方程：$m\dot{\vec{v}} + m\omega_0^2\vec{r}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{v}} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t} - \gamma'\dot{\vec{r}}_e = -m\gamma\vec{v} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t}$

求稳态解，$\vec{r}_e = \vec{r}_0 e^{-i\omega t} \quad \Longrightarrow \quad \ddot{\vec{v}} = (-i\omega)^2\vec{v} = -\omega^2\,\dot{\vec{r}}_e, \quad \gamma = \gamma' + \frac{2}{3}\frac{r_c}{c}\omega^2$

r_c 为电子经典半径。

$$\Longrightarrow \quad \vec{r}_e = -\frac{e}{m}\frac{\vec{E}_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}e^{-i\omega t}$$

二、束缚电子对电磁波的散射

与自由电子比较

相同处：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$

电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力

电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

不同处：束缚力视为各向同性的简谐振子

除辐射阻尼外，还存在另一类阻尼 —— 碰撞阻尼力，正比于速度

电子运动方程：$m\dot{\vec{v}} + m\omega_0^2\vec{r}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{v}} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t} - \gamma'\dot{\vec{r}}_e = -m\gamma\vec{v} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t}$

求稳态解，$\vec{r}_e = \vec{r}_0 e^{-i\omega t} \quad \Longrightarrow \quad \ddot{\vec{v}} = (-i\omega)^2\vec{v} = -\omega^2\,\dot{\vec{r}}_e, \quad \gamma = \gamma' + \frac{2}{3}\frac{r_c}{c}\omega^2$

r_c 为电子经典半径。

$$\Longrightarrow \quad \vec{r}_e = -\frac{e}{m}\frac{\vec{E}_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}e^{-i\omega t}$$

低速，电偶极辐射场 (§6.4 p15)

二、束缚电子对电磁波的散射

与自由电子比较

相同处：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$

电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力

电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

不同处：束缚力视为各向同性的简谐振子

除辐射阻尼外，还存在另一类阻尼 —— 碰撞阻尼力，正比于速度

电子运动方程：$m\dot{\vec{v}} + m\omega_0^2\vec{r}_e = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{v}} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t} - \gamma'\dot{\vec{r}}_e = -m\gamma\vec{v} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t}$

求稳态解，$\vec{r}_e = \vec{r}_0 e^{-i\omega t} \quad \Longrightarrow \quad \ddot{\vec{v}} = (-i\omega)^2\vec{v} = -\omega^2\dot{\vec{r}}_e, \quad \gamma = \gamma' + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\omega^2$

r_c 为电子经典半径。

$$\Longrightarrow \quad \vec{r}_e = -\frac{e}{m}\frac{\vec{E}_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}e^{-i\omega t}$$

低速，电偶极辐射场 (§6.4 p15) $\quad \Longrightarrow \quad \vec{E} = \dfrac{e}{4\pi\epsilon_0 c^2 R}\vec{n}\times[\vec{n}\times\ddot{\vec{r}}_e(t_r)]$

二、束缚电子对电磁波的散射

与自由电子比较

相同处：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$

电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力

电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

不同处：束缚力视为各向同性的简谐振子

除辐射阻尼外，还存在另一类阻尼 —— 碰撞阻尼力，正比于速度

电子运动方程：$m\dot{\vec{v}} + m\omega_0^2\vec{r}_e = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{v}} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t} - \gamma'\dot{\vec{r}}_e = -m\gamma\vec{v} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t}$

求稳态解，$\vec{r}_e = \vec{r}_0 e^{-i\omega t} \quad \Longrightarrow \quad \ddot{\vec{v}} = (-i\omega)^2\vec{v} = -\omega^2\,\dot{\vec{r}}_e, \quad \gamma = \gamma' + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\omega^2$

r_c 为电子经典半径。

$$\Longrightarrow \quad \vec{r}_e = -\frac{e}{m}\frac{\vec{E}_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}e^{-i\omega t}$$

低速，电偶极辐射场 (§6.4 p15) $\Longrightarrow \quad \vec{E} = \dfrac{e}{4\pi\epsilon_0 c^2 R}\vec{n}\times[\vec{n}\times\ddot{\vec{r}}_e(t_r)]$

$$\Longrightarrow \quad \vec{E} = -\frac{r_c E_0}{R}\underbrace{\left(\frac{-\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}\right)}_{\text{比自由电子多了这个因子}}\vec{n}\times(\vec{n}\times\hat{e}_0)\,e^{ikr-i\omega t}$$

二、束缚电子对电磁波的散射

与自由电子比较

相同处：低速电子，电子速度远小于光速 c，$v/c \ll 1$

电子受到的磁场力与电场力之比：$v/c \ll 1$，只需考虑电场力

电子在外电场力作用下，振动振幅远小于外场的波长，电子看成在“均匀场”中

不同处：束缚力视为各向同性的简谐振子

除辐射阻尼外，还存在另一类阻尼 —— 碰撞阻尼力，正比于速度

电子运动方程：$m\dot{\vec{v}} + m\omega_0^2\vec{r}_e = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{v}} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t} - \gamma'\dot{\vec{r}}_e = -m\gamma\vec{v} - e\vec{E}_0 e^{-i\omega t}$

求稳态解，$\vec{r}_e = \vec{r}_0 e^{-i\omega t} \quad \Longrightarrow \quad \ddot{\vec{v}} = (-i\omega)^2\vec{v} = -\omega^2\,\dot{\vec{r}}_e, \quad \gamma = \gamma' + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\omega^2$

r_c 为电子经典半径。

$$\Longrightarrow \quad \vec{r}_e = -\frac{e}{m}\frac{\vec{E}_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}e^{-i\omega t}$$

低速，电偶极辐射场 (§6.4 p15) $\Longrightarrow \quad \vec{E} = \dfrac{e}{4\pi\epsilon_0 c^2 R}\vec{n}\times[\vec{n}\times\ddot{\vec{r}}_e(t_r)]$

$$\Longrightarrow \quad \vec{E} = -\frac{r_c E_0}{R}\underbrace{\left(\frac{-\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}\right)}_{\text{比自由电子多了这个因子}}\vec{n}\times(\vec{n}\times\hat{e}_0)\,e^{ikr - i\omega t}$$

利用了 $\vec{R} \approx \vec{r}$

Let there be light

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \vec{\boldsymbol{E}}_s\, e^{ikr - i\omega t}, \quad \vec{\boldsymbol{E}}_s = -\frac{r_c\, E_0}{R}\, \xi e^{i\phi_\xi}\, \vec{\boldsymbol{n}} \times (\vec{\boldsymbol{n}} \times\, \hat{\boldsymbol{e}}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}}$$

Let there be light

$$\vec{E} = \vec{E}_s\, e^{ikr-i\omega t}, \quad \vec{E}_s = -\frac{r_c\, E_0}{R}\, \xi e^{i\phi_\xi}\, \vec{n} \times (\vec{n} \times \hat{e}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}}$$

ϕ_ξ 只影响初相，不影响散射截面，$\quad\Longrightarrow\quad \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \xi^2 r_c^2 \sin^2\beta,$

Let there be light

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \vec{\boldsymbol{E}}_s \, e^{ikr - i\omega t}, \quad \vec{\boldsymbol{E}}_s = -\frac{r_c \, E_0}{R} \, \xi e^{i\phi_\xi} \, \vec{\boldsymbol{n}} \times (\vec{\boldsymbol{n}} \times \hat{\boldsymbol{e}}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}}$$

ϕ_ξ 只影响初相，不影响散射截面， $\Longrightarrow$ $\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \xi^2 r_c^2 \sin^2\beta,$ β 为 $\hat{\boldsymbol{e}}_0$ 与 $\hat{\boldsymbol{e}}_r$ 的夹角

Let there be light

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \vec{\boldsymbol{E}}_s\, e^{ikr - i\omega t}, \quad \vec{\boldsymbol{E}}_s = -\frac{r_c\, E_0}{R}\, \xi e^{i\phi_\xi}\, \vec{\boldsymbol{n}} \times (\vec{\boldsymbol{n}} \times \hat{\boldsymbol{e}}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}}$$

ϕ_ξ 只影响初相，不影响散射截面， $\Longrightarrow$ $\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \xi^2 r_c^2 \sin^2\beta,$ β 为 $\hat{\boldsymbol{e}}_0$ 与 $\hat{\boldsymbol{e}}_r$ 的夹角

对入射波偏振平均： $\left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1 + \cos^2\theta) r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$

Let there be light

$$\vec{E} = \vec{E}_s\, e^{ikr-i\omega t}, \quad \vec{E}_s = -\frac{r_c\, E_0}{R}\, \xi e^{i\phi_\xi}\, \vec{n}\times(\vec{n}\times\hat{e}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}}$$

ϕ_ξ 只影响初相，不影响散射截面， $\Longrightarrow$ $\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \xi^2 r_c^2 \sin^2\beta,$ β 为 $\hat{e}_0$ 与 $\hat{e}_r$ 的夹角

对入射波偏振平均： $\left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

总散射截面：$\langle\sigma_s\rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \xi^2$

Let there be light

$$\vec{E} = \vec{E}_s\, e^{ikr - i\omega t}, \quad \vec{E}_s = -\frac{r_c\, E_0}{R}\, \xi e^{i\phi_\xi}\, \vec{n} \times (\vec{n} \times \hat{e}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}}$$

ϕ_ξ 只影响初相，不影响散射截面， $\Longrightarrow$ $\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \xi^2 r_c^2 \sin^2\beta,$ β 为 $\hat{e}_0$ 与 $\hat{e}_r$ 的夹角

对入射波偏振平均： $\left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1 + \cos^2\theta) r_c^2 \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$

总散射截面：$\langle \sigma_s \rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \xi^2 = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2 \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$

$$\vec{E} = \vec{E}_s\, e^{ikr - i\omega t}, \quad \vec{E}_s = -\frac{r_c\, E_0}{R}\, \xi e^{i\phi_\xi}\, \vec{n} \times (\vec{n} \times \hat{e}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}}$$

ϕ_ξ 只影响初相，不影响散射截面， $\Longrightarrow$ $\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \xi^2 r_c^2 \sin^2\beta,$ β 为 $\hat{e}_0$ 与 $\hat{e}_r$ 的夹角

对入射波偏振平均：$\left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1 + \cos^2\theta) r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$

总散射截面：$\langle \sigma_s \rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \xi^2 = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$

讨论：

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \vec{\boldsymbol{E}}_s\, e^{ikr-i\omega t}, \quad \vec{\boldsymbol{E}}_s = -\frac{r_c\, E_0}{R}\, \xi e^{i\phi_\xi}\, \vec{\boldsymbol{n}} \times (\vec{\boldsymbol{n}} \times \hat{\boldsymbol{e}}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}}$$

ϕ_ξ 只影响初相，不影响散射截面， $\Longrightarrow$ $\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \xi^2 r_c^2 \sin^2\beta,$ β 为 $\hat{\boldsymbol{e}}_0$ 与 $\hat{\boldsymbol{e}}_r$ 的夹角

对入射波偏振平均：$\left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

总散射截面：$\langle \sigma_s \rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \xi^2 = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$

$$\vec{E} = \vec{E}_s\, e^{ikr-i\omega t}, \quad \vec{E}_s = -\frac{r_c\, E_0}{R}\, \xi e^{i\phi_\xi}\, \vec{n}\times(\vec{n}\times\hat{e}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}}$$

ϕ_ξ 只影响初相，不影响散射截面， $\Longrightarrow \quad \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} = \xi^2 r_c^2 \sin^2\beta,$ β 为 $\hat{e}_0$ 与 $\hat{e}_r$ 的夹角

对入射波偏振平均：$\left\langle \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2 \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

总散射截面：$\langle\sigma_s\rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2 \xi^2 = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2 \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$ $\quad \left\langle \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2 \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4},$

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \vec{\boldsymbol{E}}_s\, e^{ikr-i\omega t}, \quad \vec{\boldsymbol{E}}_s = -\frac{r_c\, E_0}{R}\, \xi e^{i\phi_\xi}\, \vec{\boldsymbol{n}} \times (\vec{\boldsymbol{n}} \times\ \hat{\boldsymbol{e}}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}}$$

ϕ_ξ 只影响初相，不影响散射截面， $\Longrightarrow$ $\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \xi^2 r_c^2 \sin^2\beta,$ β 为 $\hat{\boldsymbol{e}}_0$ 与 $\hat{\boldsymbol{e}}_r$ 的夹角

对入射波偏振平均：$\left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

总散射截面：$\langle\sigma_s\rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \xi^2 = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$ $\left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4},$ $\langle\sigma_s\rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4},$

$$\vec{E} = \vec{E}_s\, e^{ikr-i\omega t}, \quad \vec{E}_s = -\frac{r_c\, E_0}{R}\, \xi e^{i\phi_\xi}\, \vec{n} \times (\vec{n} \times \hat{e}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}}$$

ϕ_ξ 只影响初相，不影响散射截面， $\Longrightarrow$ $\dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} = \xi^2 r_c^2 \sin^2\beta,$ β 为 $\hat{e}_0$ 与 $\hat{e}_r$ 的夹角

对入射波偏振平均：$\left\langle \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2 \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

总散射截面：$\langle\sigma_s\rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \xi^2 = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$ $\quad \left\langle \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4}, \qquad \langle\sigma_s\rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4},$

散射截面正比于电磁波频率的四次方， —— Rayleigh law

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \vec{\boldsymbol{E}}_s\, e^{ikr-i\omega t}, \quad \vec{\boldsymbol{E}}_s = -\frac{r_c\, E_0}{R}\, \xi e^{i\phi_\xi}\, \vec{\boldsymbol{n}} \times (\vec{\boldsymbol{n}} \times \hat{\boldsymbol{e}}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}}$$

ϕ_ξ 只影响初相，不影响散射截面， $\Longrightarrow$ $\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \xi^2 r_c^2 \sin^2\beta,$ β 为 $\hat{\boldsymbol{e}}_0$ 与 $\hat{\boldsymbol{e}}_r$ 的夹角

对入射波偏振平均：$\left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$

总散射截面：$\langle \sigma_s \rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \xi^2 = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$ $\left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4},$ $\langle \sigma_s \rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4},$

   散射截面正比于电磁波频率的四次方， —— Rayleigh law

2. 弱束缚电子，$\omega \gg \omega_0$

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \vec{\boldsymbol{E}}_s\, e^{ikr-i\omega t}, \quad \vec{\boldsymbol{E}}_s = -\frac{r_c\, E_0}{R}\, \xi e^{i\phi_\xi}\, \vec{\boldsymbol{n}} \times (\vec{\boldsymbol{n}} \times \hat{\boldsymbol{e}}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}}$$

ϕ_ξ 只影响初相，不影响散射截面， $\Longrightarrow \quad \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \xi^2 r_c^2 \sin^2\beta,$ $\quad \beta$ 为 $\hat{\boldsymbol{e}}_0$ 与 $\hat{\boldsymbol{e}}_r$ 的夹角

对入射波偏振平均： $\left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$

总散射截面： $\langle \sigma_s \rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \xi^2 = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$

讨论：

1. 强束缚电子， $\omega \ll \omega_0$ $\quad \left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4}, \qquad \langle \sigma_s \rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4},$

   散射截面正比于电磁波频率的四次方， —— Rayleigh law

2. 弱束缚电子， $\omega \gg \omega_0$ $\quad \left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2,$

$$\vec{E} = \vec{E}_s\, e^{ikr - i\omega t}, \quad \vec{E}_s = -\frac{r_c\, E_0}{R}\, \xi e^{i\phi_\xi}\, \vec{n} \times (\vec{n} \times \hat{e}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}}$$

ϕ_ξ 只影响初相，不影响散射截面， $\Longrightarrow$ $\dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} = \xi^2 r_c^2 \sin^2\beta,$ β 为 $\hat{e}_0$ 与 $\hat{e}_r$ 的夹角

对入射波偏振平均：$\left\langle \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1 + \cos^2\theta) r_c^2 \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$

总散射截面：$\langle \sigma_s \rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2 \xi^2 = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2 \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$ $\qquad \left\langle \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1 + \cos^2\theta) r_c^2 \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4}, \qquad \langle \sigma_s \rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2 \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4},$

散射截面正比于电磁波频率的四次方， —— Rayleigh law

2. 弱束缚电子，$\omega \gg \omega_0$ $\qquad \left\langle \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1 + \cos^2\theta) r_c^2, \qquad \langle \sigma_s \rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2,$

$$\vec{E} = \vec{E}_s\, e^{ikr-i\omega t}, \quad \vec{E}_s = -\frac{r_c\, E_0}{R}\, \xi e^{i\phi_\xi}\, \vec{n}\times(\vec{n}\times\, \hat{e}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}}$$

ϕ_ξ 只影响初相，不影响散射截面， $\Longrightarrow$ $\dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} = \xi^2 r_c^2 \sin^2\beta$， β 为 $\hat{e}_0$ 与 $\hat{e}_r$ 的夹角

对入射波偏振平均：$\left\langle \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2 \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

总散射截面：$\langle\sigma_s\rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \xi^2 = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2 \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$ $\quad \left\langle \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2 \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4}, \quad \langle\sigma_s\rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2 \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4},$

   散射截面正比于电磁波频率的四次方， —— Rayleigh law

2. 弱束缚电子，$\omega \gg \omega_0$ $\quad \left\langle \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2, \quad \langle\sigma_s\rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2,$

   —— Thomson （自由电子）散射，

$$\vec{E} = \vec{E}_s\, e^{ikr-i\omega t}, \quad \vec{E}_s = -\frac{r_c\, E_0}{R}\, \xi e^{i\phi_\xi}\, \vec{n} \times (\vec{n} \times \hat{e}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}}$$

ϕ_ξ 只影响初相，不影响散射截面， $\Longrightarrow$ $\dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \xi^2 r_c^2 \sin^2\beta,$ β 为 $\hat{e}_0$ 与 $\hat{e}_r$ 的夹角

对入射波偏振平均：$\left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

总散射截面：$\langle \sigma_s \rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \xi^2 = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$ $\quad \left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4}, \quad \langle \sigma_s \rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4},$

   散射截面正比于电磁波频率的四次方， —— Rayleigh law

2. 弱束缚电子，$\omega \gg \omega_0$ $\quad \left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2, \quad \langle \sigma_s \rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2,$

   —— Thomson （自由电子）散射，

3. 共振区：$\omega \approx \omega_0$

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \vec{\boldsymbol{E}}_s\, e^{ikr-i\omega t}, \quad \vec{\boldsymbol{E}}_s = -\frac{r_c\, E_0}{R}\, \xi e^{i\phi_\xi}\, \vec{\boldsymbol{n}} \times (\vec{\boldsymbol{n}} \times \hat{\boldsymbol{e}}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}}$$

ϕ_ξ 只影响初相，不影响散射截面， $\Longrightarrow \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} = \xi^2 r_c^2 \sin^2\beta,$ β 为 $\hat{\boldsymbol{e}}_0$ 与 $\hat{\boldsymbol{e}}_r$ 的夹角

对入射波偏振平均：$\left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

总散射截面：$\langle \sigma_s \rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \xi^2 = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$ $\left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4},$ $\langle \sigma_s \rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4},$

散射截面正比于电磁波频率的四次方， —— Rayleigh law

2. 弱束缚电子，$\omega \gg \omega_0$ $\left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2,$ $\langle \sigma_s \rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2,$

—— Thomson （自由电子）散射，

3. 共振区：$\omega \approx \omega_0$ $\left\langle \dfrac{\mathrm{d}\sigma_s}{\mathrm{d}\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{8}(1+\cos^2\theta) r_c^2 \left[\dfrac{\omega_0^2}{(\omega-\omega_0)^2+(\gamma/2)^2} \right],$

$$\vec{E} = \vec{E}_s\, e^{ikr-i\omega t}, \quad \vec{E}_s = -\frac{r_c E_0}{R}\, \xi e^{i\phi_\xi}\, \vec{n}\times(\vec{n}\times\hat{e}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}}$$

ϕ_ξ 只影响初相，不影响散射截面， $\Longrightarrow$ $\dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} = \xi^2 r_c^2 \sin^2\beta$, β 为 $\hat{e}_0$ 与 $\hat{e}_r$ 的夹角

对入射波偏振平均：$\left\langle \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2 \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

总散射截面：$\langle\sigma_s\rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2 \xi^2 = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2 \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$ $\quad \left\langle \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2 \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4}, \qquad \langle\sigma_s\rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2 \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4},$

   散射截面正比于电磁波频率的四次方， —— Rayleigh law

2. 弱束缚电子，$\omega \gg \omega_0$ $\quad \left\langle \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2, \qquad \langle\sigma_s\rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2,$

   —— Thomson（自由电子）散射，

3. 共振区：$\omega \approx \omega_0$

$$\left\langle \frac{d\sigma_s}{d\Omega} \right\rangle = \frac{1}{8}(1+\cos^2\theta) r_c^2 \left[\frac{\omega_0^2}{(\omega-\omega_0)^2+(\gamma/2)^2}\right],$$

$$\langle\sigma_s\rangle = \frac{2}{3}\pi r_c^2 \left[\frac{\omega_0^2}{(\omega-\omega_0)^2+(\gamma/2)^2}\right],$$

$$\vec{E} = \vec{E}_s\, e^{ikr - i\omega t}, \quad \vec{E}_s = -\frac{r_c E_0}{R}\, \xi e^{i\phi_\xi}\, \vec{n} \times (\vec{n} \times \hat{e}_0), \quad \xi = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}}$$

ϕ_ξ 只影响初相，不影响散射截面， $\Longrightarrow$ $\dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} = \xi^2 r_c^2 \sin^2\beta,$ β 为 $\hat{e}_0$ 与 $\hat{e}_r$ 的夹角

对入射波偏振平均： $\left\langle \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$

总散射截面：$\langle\sigma_s\rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \xi^2 = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$ $\quad \left\langle \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4}, \quad \langle\sigma_s\rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\, \dfrac{\omega^4}{\omega_0^4},$

散射截面正比于电磁波频率的四次方， —— Rayleigh law

2. 弱束缚电子，$\omega \gg \omega_0$ $\quad \left\langle \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{2}(1+\cos^2\theta) r_c^2, \quad \langle\sigma_s\rangle = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2,$

—— Thomson （自由电子）散射，

3. 共振区：$\omega \approx \omega_0$ $\quad \left\langle \dfrac{d\sigma_s}{d\Omega} \right\rangle = \dfrac{1}{8}(1+\cos^2\theta) r_c^2 \left[\dfrac{\omega_0^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} \right],$

$$\langle\sigma_s\rangle = \frac{2}{3}\pi r_c^2 \left[\frac{\omega_0^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} \right],$$ —— 共振散射

三、束缚电子对电磁波的吸收

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

然后将其中部分能量辐射出去（没有损耗），另一部分能量耗散于和离子的碰撞

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

然后将其中部分能量辐射出去（没有损耗），另一部分能量耗散于和离子的碰撞

电子运动方程：$\ddot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e + \omega_0^2 \vec{\boldsymbol{r}}_e = -\dfrac{e}{m}\vec{\boldsymbol{E}}_0 e^{-i\omega t} + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\dddot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e - \gamma' \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e$

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

然后将其中部分能量辐射出去（没有损耗），另一部分能量耗散于和离子的碰撞

电子运动方程：$\ddot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e + \omega_0^2 \vec{\boldsymbol{r}}_e = -\dfrac{e}{m}\vec{\boldsymbol{E}}_0 e^{-i\omega t} + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\dddot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e - \gamma' \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e$

其中右边第二项为辐射阻尼，并不消耗能量，只是把能量通过辐射而“重新分配”

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

然后将其中部分能量辐射出去（没有损耗），另一部分能量耗散于和离子的碰撞

电子运动方程：$\ddot{\vec{r}}_e + \omega_0^2 \vec{r}_e = -\dfrac{e}{m}\vec{E}_0 e^{-i\omega t} + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\dddot{\vec{r}}_e - \gamma' \dot{\vec{r}}_e$

其中右边第二项为辐射阻尼，并不消耗能量，只是把能量通过辐射而“重新分配”

而右边第三项为碰撞造成的阻尼，消耗能量，将电磁能量转变为热

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

然后将其中部分能量辐射出去（没有损耗），另一部分能量耗散于和离子的碰撞

电子运动方程：$\ddot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e + \omega_0^2 \vec{\boldsymbol{r}}_e = -\dfrac{e}{m}\vec{\boldsymbol{E}}_0 e^{-i\omega t} + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\dddot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e - \gamma' \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e$

其中右边第二项为辐射阻尼，并不消耗能量，只是把能量通过辐射而“重新分配”

而右边第三项为碰撞造成的阻尼，消耗能量，将电磁能量转变为热

对散射部分，用散射截面表征，$\sigma_s I_i$ 描述单位时间内被散射出去的能量　(why?)

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

然后将其中部分能量辐射出去（没有损耗），另一部分能量耗散于和离子的碰撞

电子运动方程：$\ddot{\vec{r}}_e + \omega_0^2 \vec{r}_e = -\frac{e}{m} \vec{E}_0 e^{-i\omega t} + \frac{2}{3}\frac{r_c}{c} \dddot{\vec{r}}_e - \gamma' \dot{\vec{r}}_e$

其中右边第二项为辐射阻尼，并不消耗能量，只是把能量通过辐射而“重新分配”

而右边第三项为碰撞造成的阻尼，消耗能量，将电磁能量转变为热

对散射部分，用散射截面表征，$\sigma_s I_i$ 描述单位时间内被散射出去的能量 (why?)

对吸收部分，可用吸收截面表征，$\sigma_a I_i$ 描述单位时间内被吸收（例如：转化为热能）的能量

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

然后将其中部分能量辐射出去（没有损耗），另一部分能量耗散于和离子的碰撞

电子运动方程：$\ddot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e + \omega_0^2 \vec{\boldsymbol{r}}_e = -\dfrac{e}{m}\vec{\boldsymbol{E}}_0 e^{-i\omega t} + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\dddot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e - \gamma' \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e$

其中右边第二项为辐射阻尼，并不消耗能量，只是把能量通过辐射而“重新分配”

而右边第三项为碰撞造成的阻尼，消耗能量，将电磁能量转变为热

对散射部分，用散射截面表征，$\sigma_s I_i$ 描述单位时间内被散射出去的能量 (why?)

对吸收部分，可用吸收截面表征，$\sigma_a I_i$ 描述单位时间内被吸收（例如：转化为热能）的能量

（当然这里的单位时间都是指对一个周期的平均值）

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

然后将其中部分能量辐射出去（没有损耗），另一部分能量耗散于和离子的碰撞

电子运动方程：$\ddot{\vec{r}}_e + \omega_0^2 \vec{r}_e = -\dfrac{e}{m}\vec{E}_0 e^{-i\omega t} + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\dddot{\vec{r}}_e - \gamma' \dot{\vec{r}}_e$

其中右边第二项为辐射阻尼，并不消耗能量，只是把能量通过辐射而“重新分配”

而右边第三项为碰撞造成的阻尼，消耗能量，将电磁能量转变为热

对散射部分，用散射截面表征，$\sigma_s I_i$ 描述单位时间内被散射出去的能量 (why?)

对吸收部分，可用吸收截面表征，$\sigma_a I_i$ 描述单位时间内被吸收（例如：转化为热能）的能量

（当然这里的单位时间都是指对一个周期的平均值）

如何求吸收截面？

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

然后将其中部分能量辐射出去（没有损耗），另一部分能量耗散于和离子的碰撞

电子运动方程：$\ddot{\vec{r}}_e + \omega_0^2 \vec{r}_e = -\frac{e}{m}\vec{E}_0 e^{-i\omega t} + \frac{2}{3}\frac{r_c}{c}\dddot{\vec{r}}_e - \gamma' \dot{\vec{r}}_e$

其中右边第二项为辐射阻尼，并不消耗能量，只是把能量通过辐射而“重新分配”

而右边第三项为碰撞造成的阻尼，消耗能量，将电磁能量转变为热

对散射部分，用散射截面表征，$\sigma_s I_i$ 描述单位时间内被散射出去的能量　(why?)

对吸收部分，可用吸收截面表征，$\sigma_a I_i$ 描述单位时间内被吸收（例如：转化为热能）的能量

（当然这里的单位时间都是指对一个周期的平均值）

如何求吸收截面？据上分析，σ_a 应正比于 γ'

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

然后将其中部分能量辐射出去（没有损耗），另一部分能量耗散于和离子的碰撞

电子运动方程：$\ddot{\vec{r}}_e + \omega_0^2 \vec{r}_e = -\dfrac{e}{m}\vec{E}_0 e^{-i\omega t} + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\dddot{\vec{r}}_e - \gamma' \dot{\vec{r}}_e$

其中右边第二项为辐射阻尼，并不消耗能量，只是把能量通过辐射而“重新分配”

而右边第三项为碰撞造成的阻尼，消耗能量，将电磁能量转变为热

对散射部分，用散射截面表征，$\sigma_s I_i$ 描述单位时间内被散射出去的能量 (why?)

对吸收部分，可用吸收截面表征，$\sigma_a I_i$ 描述单位时间内被吸收（例如：转化为热能）的能量

（当然这里的单位时间都是指对一个周期的平均值）

如何求吸收截面？据上分析，σ_a 应正比于 γ'

总截面： —— $\sigma_t I_i$ 表征外场在单位时间内对电子做的功，即电子单位时间从外场得到的能量

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

然后将其中部分能量辐射出去（没有损耗），另一部分能量耗散于和离子的碰撞

电子运动方程：$\ddot{\vec{r}}_e + \omega_0^2 \vec{r}_e = -\dfrac{e}{m}\vec{E}_0 e^{-i\omega t} + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\dddot{\vec{r}}_e - \gamma' \dot{\vec{r}}_e$

其中右边第二项为辐射阻尼，并不消耗能量，只是把能量通过辐射而“重新分配”

而右边第三项为碰撞造成的阻尼，消耗能量，将电磁能量转变为热

对散射部分，用散射截面表征，$\sigma_s I_i$ 描述单位时间内被散射出去的能量　(why?)

对吸收部分，可用吸收截面表征，$\sigma_a I_i$ 描述单位时间内被吸收（例如：转化为热能）的能量

（当然这里的单位时间都是指对一个周期的平均值）

如何求吸收截面？据上分析，σ_a 应正比于 γ'

总截面：　——　$\sigma_t I_i$ 表征外场在单位时间内对电子做的功，即电子单位时间从外场得到的能量

由能量守恒：$\sigma_t I_i = \sigma_s I_i + \sigma_a I_i$

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

然后将其中部分能量辐射出去（没有损耗），另一部分能量耗散于和离子的碰撞

电子运动方程：$\ddot{\vec{r}}_e + \omega_0^2 \vec{r}_e = -\dfrac{e}{m}\vec{E}_0 e^{-i\omega t} + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\dddot{\vec{r}}_e - \gamma' \dot{\vec{r}}_e$

其中右边第二项为辐射阻尼，并不消耗能量，只是把能量通过辐射而“重新分配”

而右边第三项为碰撞造成的阻尼，消耗能量，将电磁能量转变为热

对散射部分，用散射截面表征，$\sigma_s I_i$ 描述单位时间内被散射出去的能量 (why?)

对吸收部分，可用吸收截面表征，$\sigma_a I_i$ 描述单位时间内被吸收（例如：转化为热能）的能量

（当然这里的单位时间都是指对一个周期的平均值）

如何求吸收截面？据上分析，σ_a 应正比于 γ'

总截面： —— $\sigma_t I_i$ 表征外场在单位时间内对电子做的功，即电子单位时间从外场得到的能量

由能量守恒：$\sigma_t I_i = \sigma_s I_i + \sigma_a I_i \quad \Longrightarrow \quad \sigma_a = \sigma_t - \sigma_s$

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

然后将其中部分能量辐射出去（没有损耗），另一部分能量耗散于和离子的碰撞

电子运动方程：$\ddot{\vec{r}}_e + \omega_0^2 \vec{r}_e = -\dfrac{e}{m}\vec{E}_0 e^{-i\omega t} + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\dddot{\vec{r}}_e - \gamma' \dot{\vec{r}}_e$

其中右边第二项为辐射阻尼，并不消耗能量，只是把能量通过辐射而“重新分配”

而右边第三项为碰撞造成的阻尼，消耗能量，将电磁能量转变为热

对散射部分，用散射截面表征，$\sigma_s I_i$ 描述单位时间内被散射出去的能量　(why?)

对吸收部分，可用吸收截面表征，$\sigma_a I_i$ 描述单位时间内被吸收（例如：转化为热能）的能量

（当然这里的单位时间都是指对一个周期的平均值）

如何求吸收截面？据上分析，σ_a 应正比于 γ'

总截面：　—— $\sigma_t I_i$ 表征外场在单位时间内对电子做的功，即电子单位时间从外场得到的能量

由能量守恒：$\sigma_t I_i = \sigma_s I_i + \sigma_a I_i \quad \Longrightarrow \quad \sigma_a = \sigma_t - \sigma_s$

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \int \vec{E}_e \cdot \vec{j}\,\mathrm{d}\tau'$$

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

然后将其中部分能量辐射出去（没有损耗），另一部分能量耗散于和离子的碰撞

电子运动方程：$\ddot{\vec{r}}_e + \omega_0^2 \vec{r}_e = -\dfrac{e}{m}\vec{E}_0 e^{-i\omega t} + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\dddot{\vec{r}}_e - \gamma' \dot{\vec{r}}_e$

其中右边第二项为辐射阻尼，并不消耗能量，只是把能量通过辐射而“重新分配”

而右边第三项为碰撞造成的阻尼，消耗能量，将电磁能量转变为热

对散射部分，用散射截面表征，$\sigma_s I_i$ 描述单位时间内被散射出去的能量　(why?)

对吸收部分，可用吸收截面表征，$\sigma_a I_i$ 描述单位时间内被吸收（例如：转化为热能）的能量

（当然这里的单位时间都是指对一个周期的平均值）

如何求吸收截面？据上分析，σ_a 应正比于 γ'

总截面：　—— $\sigma_t I_i$ 表征外场在单位时间内对电子做的功，即电子单位时间从外场得到的能量

由能量守恒：$\sigma_t I_i = \sigma_s I_i + \sigma_a I_i \quad \Longrightarrow \quad \sigma_a = \sigma_t - \sigma_s$

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \int \vec{E}_e \cdot \vec{j}\,\mathrm{d}\tau' = \frac{1}{T}\int_0^T (-e\vec{E}_e) \cdot \dot{\vec{r}}_e\,\mathrm{d}t$$

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

然后将其中部分能量辐射出去（没有损耗），另一部分能量耗散于和离子的碰撞

电子运动方程：$\ddot{\vec{r}}_e + \omega_0^2\vec{r}_e = -\dfrac{e}{m}\vec{E}_0 e^{-i\omega t} + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\dddot{\vec{r}}_e - \gamma'\dot{\vec{r}}_e$

其中右边第二项为辐射阻尼，并不消耗能量，只是把能量通过辐射而“重新分配”

而右边第三项为碰撞造成的阻尼，消耗能量，将电磁能量转变为热

对散射部分，用散射截面表征，$\sigma_s I_i$ 描述单位时间内被散射出去的能量 (why?)

对吸收部分，可用吸收截面表征，$\sigma_a I_i$ 描述单位时间内被吸收（例如：转化为热能）的能量

（当然这里的单位时间都是指对一个周期的平均值）

如何求吸收截面？据上分析，σ_a 应正比于 γ'

总截面： —— $\sigma_t I_i$ 表征外场在单位时间内对电子做的功，即电子单位时间从外场得到的能量

由能量守恒：$\sigma_t I_i = \sigma_s I_i + \sigma_a I_i \quad\Longrightarrow\quad \sigma_a = \sigma_t - \sigma_s$

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \int \vec{E}_e\cdot\vec{j}\,\mathrm{d}\tau' = \underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T(-e\vec{E}_e)\cdot\dot{\vec{r}}_e\,\mathrm{d}t}_{\text{周期平均}}$$

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

然后将其中部分能量辐射出去（没有损耗），另一部分能量耗散于和离子的碰撞

电子运动方程：$\ddot{\vec{r}}_e + \omega_0^2 \vec{r}_e = -\dfrac{e}{m}\vec{E}_0 e^{-i\omega t} + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\dddot{\vec{r}}_e - \gamma' \dot{\vec{r}}_e$

其中右边第二项为辐射阻尼，并不消耗能量，只是把能量通过辐射而“重新分配”

而右边第三项为碰撞造成的阻尼，消耗能量，将电磁能量转变为热

对散射部分，用散射截面表征，$\sigma_s I_i$ 描述单位时间内被散射出去的能量 (why?)

对吸收部分，可用吸收截面表征，$\sigma_a I_i$ 描述单位时间内被吸收（例如：转化为热能）的能量

（当然这里的单位时间都是指对一个周期的平均值）

如何求吸收截面？据上分析，σ_a 应正比于 γ'

总截面： —— $\sigma_t I_i$ 表征外场在单位时间内对电子做的功，即电子单位时间从外场得到的能量

由能量守恒：$\sigma_t I_i = \sigma_s I_i + \sigma_a I_i \quad \Longrightarrow \quad \sigma_a = \sigma_t - \sigma_s$

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \int \vec{E}_e \cdot \vec{j}\,\mathrm{d}\tau' = \underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T (-e\vec{E}_e)\cdot \dot{\vec{r}}_e\,\mathrm{d}t}_{\text{周期平均}}, \qquad \vec{E}_e = E_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_0 e^{-i\omega t}\ \text{表示外场，磁力不做功}$$

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

然后将其中部分能量辐射出去（没有损耗），另一部分能量耗散于和离子的碰撞

电子运动方程：$\ddot{\vec{r}}_e + \omega_0^2 \vec{r}_e = -\dfrac{e}{m}\vec{E}_0 e^{-i\omega t} + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\dddot{\vec{r}}_e - \gamma' \dot{\vec{r}}_e$

其中右边第二项为辐射阻尼，并不消耗能量，只是把能量通过辐射而“重新分配”

而右边第三项为碰撞造成的阻尼，消耗能量，将电磁能量转变为热

对散射部分，用散射截面表征，$\sigma_s I_i$ 描述单位时间内被散射出去的能量　(why?)

对吸收部分，可用吸收截面表征，$\sigma_a I_i$ 描述单位时间内被吸收（例如：转化为热能）的能量

（当然这里的单位时间都是指对一个周期的平均值）

如何求吸收截面？据上分析，σ_a 应正比于 γ'

总截面：　—— $\sigma_t I_i$ 表征外场在单位时间内对电子做的功，即电子单位时间从外场得到的能量

由能量守恒：$\sigma_t I_i = \sigma_s I_i + \sigma_a I_i \quad \Longrightarrow \quad \sigma_a = \sigma_t - \sigma_s$

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \int \vec{E}_e \cdot \vec{j}\,\mathrm{d}\tau' = \underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T (-e\vec{E}_e)\cdot\dot{\vec{r}}_e\,\mathrm{d}t}_{\text{周期平均}}, \qquad \vec{E}_e = E_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_0 e^{-i\omega t}$$ 表示外场，磁力不做功

对稳态解：$\vec{r}_e = -\dfrac{e}{m}\dfrac{E_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma} e^{-i\omega t}$,

三、束缚电子对电磁波的吸收

束缚电子对电磁波的散射分两个阶段：

先从入射电磁波获得能量，

然后将其中部分能量辐射出去（没有损耗），另一部分能量耗散于和离子的碰撞

电子运动方程：$\ddot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e + \omega_0^2 \vec{\boldsymbol{r}}_e = -\dfrac{e}{m}\vec{\boldsymbol{E}}_0 e^{-i\omega t} + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\dddot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e - \gamma' \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e$

其中右边第二项为辐射阻尼，并不消耗能量，只是把能量通过辐射而“重新分配”

而右边第三项为碰撞造成的阻尼，消耗能量，将电磁能量转变为热

对散射部分，用散射截面表征，$\sigma_s I_i$ 描述单位时间内被散射出去的能量 (why?)

对吸收部分，可用吸收截面表征，$\sigma_a I_i$ 描述单位时间内被吸收（例如：转化为热能）的能量

（当然这里的单位时间都是指对一个周期的平均值）

如何求吸收截面？据上分析，σ_a 应正比于 γ'

总截面： —— $\sigma_t I_i$ 表征外场在单位时间内对电子做的功，即电子单位时间从外场得到的能量

由能量守恒：$\sigma_t I_i = \sigma_s I_i + \sigma_a I_i \quad \Longrightarrow \quad \sigma_a = \sigma_t - \sigma_s$

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \int \vec{\boldsymbol{E}}_e \cdot \vec{\boldsymbol{j}}\,\mathrm{d}\tau' = \underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T (-e\vec{\boldsymbol{E}}_e)\cdot \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e\,\mathrm{d}t}_{\text{周期平均}}, \qquad \vec{\boldsymbol{E}}_e = E_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_0 e^{-i\omega t}$$ 表示外场，磁力不做功

对稳态解：$\vec{\boldsymbol{r}}_e = -\dfrac{e}{m}\dfrac{E_0\,\hat{\boldsymbol{e}}_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma} e^{-i\omega t}, \qquad \gamma = \gamma' + \dfrac{2}{3}\dfrac{r_c}{c}\omega^2$

利用复二次型时间平均值公式：$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left[\,(-e\vec{\boldsymbol{E}}_e)\cdot\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e^*\,\right],$ 代入 $\vec{\boldsymbol{r}}_e$ 和 $\vec{\boldsymbol{E}}_e$ 得：

利用复二次型时间平均值公式：$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left[\, (-e\vec{\boldsymbol{E}}_e) \cdot \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e^* \,\right]$，　代入 $\vec{\boldsymbol{r}}_e$ 和 $\vec{\boldsymbol{E}}_e$ 得：

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{e^2|E_0|^2}{2m}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

利用复二次型时间平均值公式：$\left\langle \dfrac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \dfrac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left[\,(-e\vec{\boldsymbol{E}}_e)\cdot\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e^*\,\right],$ 代入 $\vec{\boldsymbol{r}}_e$ 和 $\vec{\boldsymbol{E}}_e$ 得：

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{e^2|E_0|^2}{2m}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

入射波强度：$I_i = \dfrac{1}{2\mu_0 c}|E_0|^2$

利用复二次型时间平均值公式: $\left\langle \dfrac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \dfrac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left[\,(-e\vec{\boldsymbol{E}}_e)\cdot\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e^{\,*}\,\right]$, 代入 $\vec{\boldsymbol{r}}_e$ 和 $\vec{\boldsymbol{E}}_e$ 得:

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{e^2|E_0|^2}{2m}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

入射波强度: $I_i = \dfrac{1}{2\mu_0 c}|E_0|^2 \implies \sigma_t = \dfrac{\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle}{I_i}$

Let there be light

利用复二次型时间平均值公式：$\left\langle \dfrac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\,(-e\vec{\boldsymbol{E}}_e)\cdot\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e^*\,\right]$， 代入 $\vec{\boldsymbol{r}}_e$ 和 $\vec{\boldsymbol{E}}_e$ 得：

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{e^2|E_0|^2}{2m}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

入射波强度：$I_i = \dfrac{1}{2\mu_0 c}|E_0|^2 \quad\Longrightarrow\quad \sigma_t = \dfrac{\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}\right\rangle}{I_i}$

$$\sigma_t = \frac{e^2}{mc\epsilon_0}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

利用复二次型时间平均值公式：$\left\langle \dfrac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \dfrac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left[\,(-e\vec{\boldsymbol{E}}_e)\cdot\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e^{\,*}\right]$，　代入 $\vec{\boldsymbol{r}}_e$ 和 $\vec{\boldsymbol{E}}_e$ 得：

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{e^2|E_0|^2}{2m}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

入射波强度：$I_i = \dfrac{1}{2\mu_0 c}|E_0|^2 \implies \sigma_t = \dfrac{\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle}{I_i}$

$$\sigma_t = \frac{e^2}{mc\epsilon_0}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

散射截面：$\sigma_s = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\,\xi^2$

利用复二次型时间平均值公式：$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\,(-e\vec{\boldsymbol{E}}_e)\cdot\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e^*\,\right]$，　代入 $\vec{\boldsymbol{r}}_e$ 和 $\vec{\boldsymbol{E}}_e$ 得：

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{e^2|E_0|^2}{2m}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

入射波强度：$I_i = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_0|^2 \implies \sigma_t = \frac{\langle\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}\rangle}{I_i}$

$$\sigma_t = \frac{e^2}{mc\epsilon_0}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

散射截面：$\sigma_s = \frac{8}{3}\pi r_c^2\xi^2 = \frac{8}{3}\pi r_c^2\frac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

利用复二次型时间平均值公式：$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[(-e\vec{\boldsymbol{E}}_e)\cdot\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e^* \right]$， 代入 $\vec{\boldsymbol{r}}_e$ 和 $\vec{\boldsymbol{E}}_e$ 得：

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{e^2|E_0|^2}{2m}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

入射波强度：$I_i = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_0|^2 \Longrightarrow \sigma_t = \frac{\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle}{I_i}$

$$\sigma_t = \frac{e^2}{mc\epsilon_0}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

散射截面：$\sigma_s = \frac{8}{3}\pi r_c^2\xi^2 = \frac{8}{3}\pi r_c^2\frac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

$$\sigma_a = \sigma_t - \sigma_s$$

利用复二次型时间平均值公式：$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{1}{2} \mathrm{Re}\left[(-e\vec{\boldsymbol{E}}_e) \cdot \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e^{\,*} \right]$，　代入 $\vec{\boldsymbol{r}}_e$ 和 $\vec{\boldsymbol{E}}_e$ 得：

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{e^2|E_0|^2}{2m} \frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

入射波强度：$I_i = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_0|^2 \Longrightarrow \sigma_t = \frac{\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle}{I_i}$

$$\sigma_t = \frac{e^2}{mc\epsilon_0} \frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

散射截面：$\sigma_s = \frac{8}{3}\pi r_c^2 \xi^2 = \frac{8}{3}\pi r_c^2 \frac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

$$\sigma_a = \sigma_t - \sigma_s \Longrightarrow \begin{cases} \sigma_s = 6\pi c^2 \dfrac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2} \times \dfrac{2r_c}{3c}\omega^2 \\[2ex] \sigma_t = 6\pi c^2 \dfrac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2} \times \left(\gamma' + \dfrac{2r_c}{3c}\omega^2\right) \\[2ex] \sigma_a = 6\pi c^2 \dfrac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2} \times \gamma', \end{cases}$$

利用复二次型时间平均值公式： $\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[(-e\vec{\boldsymbol{E}}_e)\cdot\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e^* \right]$， 代入 $\vec{\boldsymbol{r}}_e$ 和 $\vec{\boldsymbol{E}}_e$ 得：

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{e^2|E_0|^2}{2m}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

入射波强度： $I_i = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_0|^2 \quad \Longrightarrow \quad \sigma_t = \frac{\langle\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}\rangle}{I_i}$

$$\sigma_t = \frac{e^2}{mc\epsilon_0}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

散射截面： $\sigma_s = \frac{8}{3}\pi r_c^2\xi^2 = \frac{8}{3}\pi r_c^2\frac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

$$\sigma_a = \sigma_t - \sigma_s \quad \Longrightarrow \quad \begin{cases} \sigma_s = 6\pi c^2\dfrac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}\times\dfrac{2r_c}{3c}\omega^2 \\[2ex] \sigma_t = 6\pi c^2\dfrac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}\times\left(\gamma'+\dfrac{2r_c}{3c}\omega^2\right) \\[2ex] \sigma_a = 6\pi c^2\dfrac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}\times\gamma', \end{cases}$$

利用了： $\gamma = \gamma' + \frac{2r_c}{3c}\omega^2$

利用复二次型时间平均值公式：$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\, (-e\vec{\boldsymbol{E}}_e)\cdot\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}{}_e^* \,\right]$，　代入 $\vec{\boldsymbol{r}}_e$ 和 $\vec{\boldsymbol{E}}_e$ 得：

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{e^2|E_0|^2}{2m}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

入射波强度：$I_i = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_0|^2 \implies \sigma_t = \frac{\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle}{I_i}$

$$\sigma_t = \frac{e^2}{mc\epsilon_0}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

散射截面：$\sigma_s = \frac{8}{3}\pi r_c^2\,\xi^2 = \frac{8}{3}\pi r_c^2\frac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

$$\sigma_a = \sigma_t - \sigma_s \implies \begin{cases} \sigma_s = 6\pi c^2\dfrac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}\times \dfrac{2r_c}{3c}\omega^2 \\[2ex] \sigma_t = 6\pi c^2\dfrac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}\times \left(\gamma' + \dfrac{2r_c}{3c}\omega^2\right) \\[2ex] \sigma_a = 6\pi c^2\dfrac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}\times \gamma', \end{cases}$$

利用了：$\gamma = \gamma' + \frac{2r_c}{3c}\omega^2$

另外，也可从非辐射阻尼力（碰撞阻尼力）：$m\gamma'\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e$ 直接求吸收截面：

利用复二次型时间平均值公式：$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[(-e\vec{\boldsymbol{E}}_e) \cdot \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e^* \right]$， 代入 $\vec{\boldsymbol{r}}_e$ 和 $\vec{\boldsymbol{E}}_e$ 得：

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{e^2|E_0|^2}{2m}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

入射波强度：$I_i = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_0|^2 \quad \Longrightarrow \quad \sigma_t = \frac{\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle}{I_i}$

$$\sigma_t = \frac{e^2}{mc\epsilon_0}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

散射截面：$\sigma_s = \frac{8}{3}\pi r_c^2\,\xi^2 = \frac{8}{3}\pi r_c^2\frac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

$$\sigma_a = \sigma_t - \sigma_s \quad \Longrightarrow \quad \begin{cases} \sigma_s = 6\pi c^2 \dfrac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2} \times \dfrac{2r_c}{3c}\omega^2 \\[2ex] \sigma_t = 6\pi c^2 \dfrac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2} \times \left(\gamma' + \dfrac{2r_c}{3c}\omega^2\right) \\[2ex] \sigma_a = 6\pi c^2 \dfrac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2} \times \gamma', \end{cases}$$

利用了：$\gamma = \gamma' + \frac{2r_c}{3c}\omega^2$

另外，也可从非辐射阻尼力（碰撞阻尼力）：$m\gamma'\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e$ 直接求吸收截面：

克服碰撞阻尼力做的功就等于 $\sigma_a\, I_i$

利用复二次型时间平均值公式：$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[(-e\vec{\boldsymbol{E}}_e)\cdot\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e^* \right]$， 代入 $\vec{\boldsymbol{r}}_e$ 和 $\vec{\boldsymbol{E}}_e$ 得：

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{e^2|E_0|^2}{2m}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

入射波强度：$I_i = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_0|^2 \Longrightarrow \sigma_t = \frac{\langle\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}\rangle}{I_i}$

$$\sigma_t = \frac{e^2}{mc\epsilon_0}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

散射截面：$\sigma_s = \frac{8}{3}\pi r_c^2\,\xi^2 = \frac{8}{3}\pi r_c^2\frac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

$$\sigma_a = \sigma_t - \sigma_s \Longrightarrow \begin{cases} \sigma_s = 6\pi c^2\dfrac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}\times \color{red}{\dfrac{2r_c}{3c}\omega^2} \\ \sigma_t = 6\pi c^2\dfrac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}\times \color{blue}{\left(\gamma'+\dfrac{2r_c}{3c}\omega^2\right)} \\ \sigma_a = 6\pi c^2\dfrac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}\times \color{red}{\gamma'}, \end{cases}$$

利用了：$\gamma = \gamma' + \frac{2r_c}{3c}\omega^2$

另外，也可从非辐射阻尼力（碰撞阻尼力）：$m\gamma'\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e$ 直接求吸收截面：

克服碰撞阻尼力做的功就等于 $\sigma_a\, I_i \Longrightarrow \langle W_a\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[m\gamma'\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e\cdot\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e^* \right]$

利用复二次型时间平均值公式：$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[(-e\vec{\boldsymbol{E}}_e)\cdot \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e^* \right]$， 代入 $\vec{\boldsymbol{r}}_e$ 和 $\vec{\boldsymbol{E}}_e$ 得：

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{e^2|E_0|^2}{2m}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

入射波强度：$I_i = \frac{1}{2\mu_0 c}|E_0|^2 \quad \Longrightarrow \quad \sigma_t = \frac{\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \rangle}{I_i}$

$$\sigma_t = \frac{e^2}{mc\epsilon_0}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

散射截面：$\sigma_s = \frac{8}{3}\pi r_c^2\,\xi^2 = \frac{8}{3}\pi r_c^2\frac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

$$\sigma_a = \sigma_t - \sigma_s \quad \Longrightarrow \quad \left\{ \begin{aligned} \sigma_s &= 6\pi c^2\frac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}\times \frac{2r_c}{3c}\omega^2 \\ \sigma_t &= 6\pi c^2\frac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}\times \left(\gamma' + \frac{2r_c}{3c}\omega^2\right) \\ \sigma_a &= 6\pi c^2\frac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}\times \gamma', \end{aligned} \right.$$

利用了：$\gamma = \gamma' + \frac{2r_c}{3c}\omega^2$

另外，也可从非辐射阻尼力（碰撞阻尼力）：$m\gamma'\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e$ 直接求吸收截面：

克服碰撞阻尼力做的功就等于 $\sigma_a\, I_i \quad \Longrightarrow \quad \langle W_a\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[m\gamma'\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e\cdot\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e^* \right] = \frac{1}{2}m\gamma'|\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e|^2$

利用复二次型时间平均值公式：$\left\langle \dfrac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[(-e\vec{\boldsymbol{E}}_e)\cdot\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e^* \right]$，　代入 $\vec{\boldsymbol{r}}_e$ 和 $\vec{\boldsymbol{E}}_e$ 得：

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{e^2|E_0|^2}{2m}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

入射波强度：$I_i = \dfrac{1}{2\mu_0 c}|E_0|^2 \Longrightarrow \sigma_t = \dfrac{\langle \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}\rangle}{I_i}$

$$\sigma_t = \frac{e^2}{mc\epsilon_0}\frac{\omega^2\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2},$$

散射截面：$\sigma_s = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\,\xi^2 = \dfrac{8}{3}\pi r_c^2\dfrac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

$$\sigma_a = \sigma_t - \sigma_s \Longrightarrow \begin{cases} \sigma_s = 6\pi c^2\dfrac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}\times\dfrac{2r_c}{3c}\omega^2 \\[2ex] \sigma_t = 6\pi c^2\dfrac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}\times\left(\gamma'+\dfrac{2r_c}{3c}\omega^2\right) \\[2ex] \sigma_a = 6\pi c^2\dfrac{\omega^2\left[(2r_c)/(3c)\right]}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}\times\gamma', \end{cases}$$

利用了：$\gamma = \gamma' + \dfrac{2r_c}{3c}\omega^2$

另外，也可从非辐射阻尼力（碰撞阻尼力）：$m\gamma'\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e$ 直接求吸收截面：

克服碰撞阻尼力做的功就等于 $\sigma_a\, I_i \Longrightarrow \langle W_a\rangle = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[m\gamma'\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e\cdot\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e^* \right] = \dfrac{1}{2}m\gamma'|\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_e|^2$

以稳态解 $\vec{\boldsymbol{r}}_e$ (见上页) 代入即得：$\sigma_a = \dfrac{\langle W_a\rangle}{I_i} = 4\pi c r_c\dfrac{\omega^2\gamma'}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$

$$\sigma_a = \frac{\langle W_a \rangle}{I_i} = 4\pi c r_c \frac{\omega^2 \gamma'}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$$

$$\sigma_a = \frac{\langle W_a \rangle}{I_i} = 4\pi c r_c \frac{\omega^2 \gamma'}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$$

讨论:

$$\sigma_a = \frac{\langle W_a \rangle}{I_i} = 4\pi c r_c \frac{\omega^2 \gamma'}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$

$$\sigma_a = \frac{\langle W_a \rangle}{I_i} = 4\pi c r_c \frac{\omega^2 \gamma'}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$ $\quad \sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' \omega^2/\omega_0^2,$ —— 低频时吸收截面正比于频率平方

Let there be light

$$\sigma_a = \frac{\langle W_a \rangle}{I_i} = 4\pi c r_c \frac{\omega^2 \gamma'}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$ $\sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' \omega^2/\omega_0^2,$ —— 低频时吸收截面正比于频率平方

2. 弱束缚电子，$\omega \gg \omega_0$

$$\sigma_a = \frac{\langle W_a \rangle}{I_i} = 4\pi c r_c \frac{\omega^2 \gamma'}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$　　$\sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' \omega^2/\omega_0^2,$　　—— 低频时吸收截面正比于频率平方

2. 弱束缚电子，$\omega \gg \omega_0$　　$\sigma_a = 4\pi c r_c \gamma'/\omega^2,$　　—— 高频时吸收截面反比于频率平方

$$\sigma_a = \frac{\langle W_a \rangle}{I_i} = 4\pi c r_c \frac{\omega^2 \gamma'}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$　　$\sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' \omega^2 / \omega_0^2$,　—— 低频时吸收截面正比于频率平方
2. 弱束缚电子，$\omega \gg \omega_0$　　$\sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' / \omega^2$,　—— 高频时吸收截面反比于频率平方
3. 共振吸收，　$\omega = \omega_0$

$$\sigma_a = \frac{\langle W_a \rangle}{I_i} = 4\pi c r_c \frac{\omega^2 \gamma'}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$ $\quad \sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' \omega^2 / \omega_0^2,$ —— 低频时吸收截面正比于频率平方
2. 弱束缚电子，$\omega \gg \omega_0$ $\quad \sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' / \omega^2,$ —— 高频时吸收截面反比于频率平方
3. 共振吸收， $\omega = \omega_0$ $\quad \sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' / \gamma^2,$ —— 共振强吸收

$$\sigma_a = \frac{\langle W_a \rangle}{I_i} = 4\pi c r_c \frac{\omega^2 \gamma'}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$　　$\sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' \omega^2 / \omega_0^2,$　　—— 低频时吸收截面正比于频率平方
2. 弱束缚电子，$\omega \gg \omega_0$　　$\sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' / \omega^2,$　　—— 高频时吸收截面反比于频率平方
3. 共振吸收，　$\omega = \omega_0$　　$\sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' / \gamma^2,$　　—— 共振强吸收

实际情况入射电磁波不是单色的，设入射波频谱分布为 $I_i(\omega)$，总强度：$I_i = \int I_i(\omega) \mathrm{d}\omega$

$$\sigma_a = \frac{\langle W_a \rangle}{I_i} = 4\pi c r_c \frac{\omega^2\gamma'}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$ $\sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' \omega^2/\omega_0^2$, —— 低频时吸收截面正比于频率平方
2. 弱束缚电子，$\omega \gg \omega_0$ $\sigma_a = 4\pi c r_c \gamma'/\omega^2$, —— 高频时吸收截面反比于频率平方
3. 共振吸收， $\omega = \omega_0$ $\sigma_a = 4\pi c r_c \gamma'/\gamma^2$, —— 共振强吸收

实际情况入射电磁波不是单色的，设入射波频谱分布为 $I_i(\omega)$，总强度：$I_i = \int I_i(\omega)\mathrm{d}\omega$

电子单位时间内吸收的能量：$\dfrac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \displaystyle\int_0^\infty I_i(\omega)\sigma_t(\omega)\,\mathrm{d}\omega = 4\pi c r_c \int_0^\infty \frac{I_i(\omega)\omega^2\gamma\,\mathrm{d}\omega}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$,

$$\sigma_a = \frac{\langle W_a \rangle}{I_i} = 4\pi c r_c \frac{\omega^2 \gamma'}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$ $\quad \sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' \omega^2 / \omega_0^2$, —— 低频时吸收截面正比于频率平方
2. 弱束缚电子，$\omega \gg \omega_0$ $\quad \sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' / \omega^2$, —— 高频时吸收截面反比于频率平方
3. 共振吸收， $\omega = \omega_0$ $\quad \sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' / \gamma^2$, —— 共振强吸收

实际情况入射电磁波不是单色的，设入射波频谱分布为 $I_i(\omega)$，总强度：$I_i = \int I_i(\omega) \mathrm{d}\omega$

电子单位时间内吸收的能量：$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \int_0^\infty I_i(\omega)\sigma_t(\omega)\,\mathrm{d}\omega = 4\pi c r_c \int_0^\infty \frac{I_i(\omega)\omega^2\gamma\,\mathrm{d}\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$,

在共振频率附近才有强烈吸收，故：

$$\sigma_a = \frac{\langle W_a\rangle}{I_i} = 4\pi c r_c \frac{\omega^2\gamma'}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2}$$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$ $\quad \sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' \omega^2/\omega_0^2,$ —— 低频时吸收截面正比于频率平方
2. 弱束缚电子，$\omega \gg \omega_0$ $\quad \sigma_a = 4\pi c r_c \gamma'/\omega^2,$ —— 高频时吸收截面反比于频率平方
3. 共振吸收， $\omega = \omega_0$ $\quad \sigma_a = 4\pi c r_c \gamma'/\gamma^2,$ —— 共振强吸收

实际情况入射电磁波不是单色的，设入射波频谱分布为 $I_i(\omega)$，总强度：$I_i = \int I_i(\omega)\mathrm{d}\omega$

电子单位时间内吸收的能量：$\dfrac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \displaystyle\int_0^\infty I_i(\omega)\sigma_t(\omega)\,\mathrm{d}\omega = 4\pi c r_c \int_0^\infty \frac{I_i(\omega)\omega^2\gamma\,\mathrm{d}\omega}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\omega\gamma)^2},$

在共振频率附近才有强烈吸收，故：$\dfrac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \approx \pi c r_c \displaystyle\int_0^\infty \frac{I_i(\omega_0)\gamma(\omega_0)\,\mathrm{d}\omega}{(\omega_0-\omega)^2+(\gamma/2)^2}$

$$\sigma_a = \frac{\langle W_a \rangle}{I_i} = 4\pi c r_c \frac{\omega^2 \gamma'}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$ $\quad \sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' \omega^2/\omega_0^2$, —— 低频时吸收截面正比于频率平方
2. 弱束缚电子，$\omega \gg \omega_0$ $\quad \sigma_a = 4\pi c r_c \gamma'/\omega^2$, —— 高频时吸收截面反比于频率平方
3. 共振吸收，$\omega = \omega_0$ $\quad \sigma_a = 4\pi c r_c \gamma'/\gamma^2$, —— 共振强吸收

实际情况入射电磁波不是单色的，设入射波频谱分布为 $I_i(\omega)$，总强度：$I_i = \int I_i(\omega) \mathrm{d}\omega$

电子单位时间内吸收的能量：$\dfrac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \displaystyle\int_0^\infty I_i(\omega)\sigma_t(\omega)\,\mathrm{d}\omega = 4\pi c r_c \int_0^\infty \frac{I_i(\omega)\omega^2\gamma\,\mathrm{d}\omega}{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$,

在共振频率附近才有强烈吸收，故：$\dfrac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \approx \pi c r_c \displaystyle\int_0^\infty \frac{I_i(\omega_0)\gamma(\omega_0)\,\mathrm{d}\omega}{(\omega_0-\omega)^2 + (\gamma/2)^2}$

$$\Longrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \approx \pi c r_c I_i(\omega_0)\left(\gamma' + \frac{2r_c}{3c}\omega_0^2\right)\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}\omega}{(\omega_0-\omega)^2 + (\gamma/2)^2}$$

$$\sigma_a = \frac{\langle W_a \rangle}{I_i} = 4\pi c r_c \frac{\omega^2 \gamma'}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$　　$\sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' \omega^2/\omega_0^2$,　—— 低频时吸收截面正比于频率平方
2. 弱束缚电子，$\omega \gg \omega_0$　　$\sigma_a = 4\pi c r_c \gamma'/\omega^2$,　—— 高频时吸收截面反比于频率平方
3. 共振吸收，$\omega = \omega_0$　　$\sigma_a = 4\pi c r_c \gamma'/\gamma^2$,　—— 共振强吸收

实际情况入射电磁波不是单色的，设入射波频谱分布为 $I_i(\omega)$，总强度：$I_i = \int I_i(\omega)\mathrm{d}\omega$

电子单位时间内吸收的能量：$\dfrac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \displaystyle\int_0^\infty I_i(\omega)\sigma_t(\omega)\,\mathrm{d}\omega = 4\pi c r_c \int_0^\infty \frac{I_i(\omega)\omega^2\gamma\,\mathrm{d}\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$,

在共振频率附近才有强烈吸收，故：$\dfrac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \approx \pi c r_c \displaystyle\int_0^\infty \frac{I_i(\omega_0)\gamma(\omega_0)\,\mathrm{d}\omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma/2)^2}$

$$\Longrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \approx \pi c r_c I_i(\omega_0)\left(\gamma' + \frac{2r_c}{3c}\omega_0^2\right) \underbrace{\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}\omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma/2)^2}}_{\text{在 } \omega_0 \gg \gamma \text{ 条件下}} \approx 2\pi/\gamma$$

$$\sigma_a = \frac{\langle W_a \rangle}{I_i} = 4\pi c r_c \frac{\omega^2 \gamma'}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$$

讨论：

1. 强束缚电子，$\omega \ll \omega_0$ $\sigma_a = 4\pi c r_c \gamma' \omega^2/\omega_0^2$, —— 低频时吸收截面正比于频率平方
2. 弱束缚电子，$\omega \gg \omega_0$ $\sigma_a = 4\pi c r_c \gamma'/\omega^2$, —— 高频时吸收截面反比于频率平方
3. 共振吸收，$\omega = \omega_0$ $\sigma_a = 4\pi c r_c \gamma'/\gamma^2$, —— 共振强吸收

实际情况入射电磁波不是单色的，设入射波频谱分布为 $I_i(\omega)$，总强度：$I_i = \int I_i(\omega)\mathrm{d}\omega$

电子单位时间内吸收的能量：$\dfrac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \displaystyle\int_0^\infty I_i(\omega)\sigma_t(\omega)\,\mathrm{d}\omega = 4\pi c r_c \int_0^\infty \frac{I_i(\omega)\omega^2\gamma\,\mathrm{d}\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$,

在共振频率附近才有强烈吸收，故：$\dfrac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \approx \pi c r_c \displaystyle\int_0^\infty \frac{I_i(\omega_0)\gamma(\omega_0)\,\mathrm{d}\omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma/2)^2}$

$$\Longrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \approx \pi c r_c I_i(\omega_0)\left(\gamma' + \frac{2r_c}{3c}\omega_0^2\right)\underbrace{\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}\omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma/2)^2}}_{\text{在 } \omega_0 \gg \gamma \text{ 条件下 } \approx 2\pi/\gamma}$$

$$\approx \frac{\pi e^2}{2m\epsilon_0 c} I_i(\omega_0)\left(\frac{\gamma'}{\gamma} + \frac{2r_c\omega_0^2}{3c\gamma}\right)$$