§ 2.5 介质中的麦克斯韦方程组　电磁本构关系

§ 2.5 介质中的麦克斯韦方程组　电磁本构关系

模型：介质由真空中按一定的规律排列和运动着的带电粒子所构成

§ 2.5 介质中的麦克斯韦方程组　电磁本构关系

模型：介质由真空中按一定的规律排列和运动着的带电粒子所构成

1. 比真空多一些带电粒子

§ 2.5 介质中的麦克斯韦方程组　电磁本构关系

模型：介质由真空中按一定的规律排列和运动着的带电粒子所构成

1. 比真空多一些带电粒子

2. 场、源（如电荷密度等）是一种平均效应

§2.5 介质中的麦克斯韦方程组　电磁本构关系

模型：介质由真空中按一定的规律排列和运动着的带电粒子所构成

1. 比真空多一些带电粒子
2. 场、源（如电荷密度等）是一种平均效应
3. 任意宏观上很小的区域，均包含着大量微观粒子

§ 2.5 介质中的麦克斯韦方程组　电磁本构关系

模型：介质由真空中按一定的规律排列和运动着的带电粒子所构成

1. 比真空多一些带电粒子
2. 场、源（如电荷密度等）是一种平均效应
3. 任意宏观上很小的区域，均包含着大量微观粒子

一、介质的极化、极化电荷、极化电流

§ 2.5 介质中的麦克斯韦方程组　电磁本构关系

模型：介质由真空中按一定的规律排列和运动着的带电粒子所构成

1. 比真空多一些带电粒子
2. 场、源（如电荷密度等）是一种平均效应
3. 任意宏观上很小的区域，均包含着大量微观粒子

一、介质的极化、极化电荷、极化电流

两种介质：无极分子介质，有极分子介质

§2.5 介质中的麦克斯韦方程组　电磁本构关系

模型：介质由真空中按一定的规律排列和运动着的带电粒子所构成

1. 比真空多一些带电粒子
2. 场、源（如电荷密度等）是一种平均效应
3. 任意宏观上很小的区域，均包含着大量微观粒子

一、介质的极化、极化电荷、极化电流

两种介质：无极分子介质，有极分子介质

无极分子介质： 无外电场时分子正负电荷中心重合，每个分子的偶极矩 $\vec{\boldsymbol{p}}_i = 0$

§ 2.5 介质中的麦克斯韦方程组　电磁本构关系

模型：介质由真空中按一定的规律排列和运动着的带电粒子所构成

1. 比真空多一些带电粒子
2. 场、源（如电荷密度等）是一种平均效应
3. 任意宏观上很小的区域，均包含着大量微观粒子

一、介质的极化、极化电荷、极化电流

两种介质：无极分子介质，有极分子介质

无极分子介质： 无外电场时分子正负电荷中心重合，每个分子的偶极矩 $\vec{\boldsymbol{p}}_i = 0$

对任意宏观小的区域 $$\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i = 0, \quad \rho = 0$$

§2.5 介质中的麦克斯韦方程组　电磁本构关系

模型：介质由真空中按一定的规律排列和运动着的带电粒子所构成

1. 比真空多一些带电粒子
2. 场、源（如电荷密度等）是一种平均效应
3. 任意宏观上很小的区域，均包含着大量微观粒子

一、介质的极化、极化电荷、极化电流

两种介质：无极分子介质，有极分子介质

无极分子介质： 无外电场时分子正负电荷中心重合，每个分子的偶极矩 $\vec{\boldsymbol{p}}_i = 0$

对任意宏观小的区域 $$\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i = 0, \quad \rho = 0$$

有极分子介质： 无外电场时分子正负电荷中心不重合，虽然每个分子的偶极矩 $\vec{\boldsymbol{p}}_i \neq 0$

§ 2.5 介质中的麦克斯韦方程组　电磁本构关系

模型：介质由真空中按一定的规律排列和运动着的带电粒子所构成

1. 比真空多一些带电粒子
2. 场、源（如电荷密度等）是一种平均效应
3. 任意宏观上很小的区域，均包含着大量微观粒子

一、介质的极化、极化电荷、极化电流

两种介质：无极分子介质，有极分子介质

无极分子介质： 无外电场时分子正负电荷中心重合，每个分子的偶极矩 $\vec{\boldsymbol{p}}_i = 0$

对任意宏观小的区域 $$\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i = 0, \quad \rho = 0$$

有极分子介质： 无外电场时分子正负电荷中心不重合，虽然每个分子的偶极矩 $\vec{\boldsymbol{p}}_i \neq 0$

热运动使得 $\vec{\boldsymbol{p}}_i$ 取向杂乱，对任意宏观小的区域 $$\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i = 0, \quad \rho = 0$$

加外电场时，无极分子正负电荷中心不再重合，有极分子取向不再完全杂乱

δ 为偶函数，$\nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,')=\nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,'-\vec{\boldsymbol{r}})$

加外电场时，无极分子正负电荷中心不再重合，有极分子取向不再完全杂乱

极化强度 (Polarization) $\vec{\boldsymbol{P}} \equiv \lim_{\Delta V \to 0} \left[\frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i \right] \neq 0$

δ 为偶函数，$\nabla' \delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,') = \nabla' \delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,' - \vec{\boldsymbol{r}})$

加外电场时，无极分子正负电荷中心不再重合，有极分子取向不再完全杂乱

极化强度 (Polarization) $\vec{\boldsymbol{P}} \equiv \lim_{\Delta V \to 0} \left[\frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i \right] \neq 0$ （$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

δ 为偶函数，$\nabla' \delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}') = \nabla' \delta(\vec{\boldsymbol{r}}' - \vec{\boldsymbol{r}})$

加外电场时，无极分子正负电荷中心不再重合，有极分子取向不再完全杂乱

极化强度 (Polarization) $\vec{\boldsymbol{P}} \equiv \lim_{\Delta V\to 0}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\right] \neq 0$ （$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

既然 $\vec{\boldsymbol{P}} \neq 0$，介质内部是否会有电荷分布？即极化电荷密度是否为零 $\rho_P \neq 0$？

δ 为偶函数，$\nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,') = \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,' - \vec{\boldsymbol{r}})$

加外电场时，无极分子正负电荷中心不再重合，有极分子取向不再完全杂乱

极化强度 (Polarization) $\vec{\boldsymbol{P}} \equiv \lim_{\Delta V \to 0}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\right] \neq 0$ （$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

既然 $\vec{\boldsymbol{P}} \neq 0$，介质内部是否会有电荷分布？即极化电荷密度是否为零 $\rho_P \neq 0$？

在空间位置 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 取一小体积元 $\Delta\tau'$

δ 为偶函数，$\nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,') = \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,' - \vec{\boldsymbol{r}})$

加外电场时，无极分子正负电荷中心不再重合，有极分子取向不再完全杂乱

极化强度 (Polarization) $\vec{\boldsymbol{P}} \equiv \lim_{\Delta V \to 0}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\right] \neq 0$ （$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

既然 $\vec{\boldsymbol{P}} \neq 0$，介质内部是否会有电荷分布？即极化电荷密度是否为零 $\rho_P \neq 0$？

在空间位置 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 取一小体积元 $\Delta\tau'$

由于一个处在 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 位置的偶极子之电荷密度为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\vec{\boldsymbol{p}} \cdot \nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,')$

δ 为偶函数，$\nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,') = \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,' - \vec{\boldsymbol{r}})$

加外电场时，无极分子正负电荷中心不再重合，有极分子取向不再完全杂乱

极化强度 (Polarization) $\vec{\boldsymbol{P}} \equiv \lim_{\Delta V \to 0}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\right] \neq 0$ （$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

既然 $\vec{\boldsymbol{P}} \neq 0$，介质内部是否会有电荷分布？即极化电荷密度是否为零 $\rho_P \neq 0$？

在空间位置 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 取一小体积元 $\Delta\tau'$

由于一个处在 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 位置的偶极子之电荷密度为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\vec{\boldsymbol{p}} \cdot \nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,')$

因此 $\Delta\tau'$ 内的分子对电荷密度的贡献为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i \cdot \nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}_i)$

δ 为偶函数，$\nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,') = \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,' - \vec{\boldsymbol{r}})$

加外电场时，无极分子正负电荷中心不再重合，有极分子取向不再完全杂乱

极化强度 (Polarization) $\vec{\boldsymbol{P}} \equiv \lim_{\Delta V \to 0} \left[\frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i \right] \neq 0$ （$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

既然 $\vec{\boldsymbol{P}} \neq 0$，介质内部是否会有电荷分布？即极化电荷密度是否为零 $\rho_P \neq 0$？

在空间位置 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 取一小体积元 $\Delta\tau'$

由于一个处在 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 位置的偶极子之电荷密度为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\vec{\boldsymbol{p}} \cdot \nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,')$

因此 $\Delta\tau'$ 内的分子对电荷密度的贡献为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i \cdot \nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}_i)$

求和对 $d\tau'$ 内的所有分子进行

δ 为偶函数，$\nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,') = \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,' - \vec{\boldsymbol{r}})$

加外电场时，无极分子正负电荷中心不再重合，有极分子取向不再完全杂乱

极化强度 (Polarization) $\vec{\boldsymbol{P}} \equiv \lim\limits_{\Delta V\to 0}\left[\dfrac{1}{\Delta V}\sum\limits_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\right] \neq 0$ （$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

既然 $\vec{\boldsymbol{P}} \neq 0$，介质内部是否会有电荷分布？即极化电荷密度是否为零 $\rho_P \neq 0$？

在空间位置 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 取一小体积元 $\Delta\tau'$

由于一个处在 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 位置的偶极子之电荷密度为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\vec{\boldsymbol{p}}\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,')$

因此 $\Delta\tau'$ 内的分子对电荷密度的贡献为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\sum\limits_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)$

求和对 $\mathrm{d}\tau'$ 内的所有分子进行

$$\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)$$

δ 为偶函数，$\nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,') = \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,'-\vec{\boldsymbol{r}})$

加外电场时，无极分子正负电荷中心不再重合，有极分子取向不再完全杂乱

极化强度 (Polarization) $\vec{\boldsymbol{P}} \equiv \lim\limits_{\Delta V\to 0}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum\limits_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\right] \neq 0$ （$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

既然 $\vec{\boldsymbol{P}} \neq 0$，介质内部是否会有电荷分布？即极化电荷密度是否为零 $\rho_P \neq 0$？

在空间位置 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 取一小体积元 $\Delta\tau'$

由于一个处在 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 位置的偶极子之电荷密度为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\vec{\boldsymbol{p}}\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,')$

因此 $\Delta\tau'$ 内的分子对电荷密度的贡献为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\sum\limits_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)$

求和对 $\mathrm{d}\tau'$ 内的所有分子进行

$$
\begin{aligned}
\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) &= -\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i) \\
&= -\sum_i \frac{\vec{\boldsymbol{p}}_i}{\mathrm{d}\tau_i}\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)\,\mathrm{d}\tau_i
\end{aligned}
$$

δ 为偶函数，$\nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,') = \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,'-\vec{\boldsymbol{r}})$

加外电场时，无极分子正负电荷中心不再重合，有极分子取向不再完全杂乱

极化强度 (Polarization) $\vec{\boldsymbol{P}} \equiv \lim_{\Delta V \to 0} \left[\frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i \right] \neq 0$ （$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

既然 $\vec{\boldsymbol{P}} \neq 0$，介质内部是否会有电荷分布？即极化电荷密度是否为零 $\rho_P \neq 0$？

在空间位置 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 取一小体积元 $\Delta\tau'$

由于一个处在 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 位置的偶极子之电荷密度为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\vec{\boldsymbol{p}} \cdot \nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,')$

因此 $\Delta\tau'$ 内的分子对电荷密度的贡献为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i \cdot \nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}_i)$

求和对 $\mathrm{d}\tau'$ 内的所有分子进行

$$\begin{aligned} \rho(\vec{\boldsymbol{r}}) &= -\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i \cdot \nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}_i) \\ &= -\sum_i \frac{\vec{\boldsymbol{p}}_i}{\mathrm{d}\tau_i} \cdot \nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}_i)\,\mathrm{d}\tau_i \end{aligned}$$

$\mathrm{d}\tau_i$ 为分子 i 的体积，$\frac{\vec{\boldsymbol{p}}_i}{\mathrm{d}\tau_i}$ 为极化强度 $\vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}_i)$

δ 为偶函数，$\nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{r}}\,') = \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,' - \vec{\boldsymbol{r}})$

加外电场时，无极分子正负电荷中心不再重合，有极分子取向不再完全杂乱

极化强度 (Polarization) $\vec{\boldsymbol{P}} \equiv \lim_{\Delta V\to 0}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\right] \neq 0$ （$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

既然 $\vec{\boldsymbol{P}} \neq 0$，介质内部是否会有电荷分布？即极化电荷密度是否为零 $\rho_P \neq 0$？

在空间位置 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 取一小体积元 $\Delta\tau'$

由于一个处在 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 位置的偶极子之电荷密度为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\vec{\boldsymbol{p}}\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,')$

因此 $\Delta\tau'$ 内的分子对电荷密度的贡献为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)$

求和对 $\mathrm{d}\tau'$ 内的所有分子进行

$$\begin{aligned}
\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) &= -\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)\\
&= -\sum_i \frac{\vec{\boldsymbol{p}}_i}{\mathrm{d}\tau_i}\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)\,\mathrm{d}\tau_i\\
&= -\sum_i \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}_i)\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)\,\mathrm{d}\tau_i
\end{aligned}$$

$\mathrm{d}\tau_i$ 为分子 i 的体积，$\frac{\vec{\boldsymbol{p}}_i}{\mathrm{d}\tau_i}$ 为极化强度 $\vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}_i)$

δ 为偶函数，$\nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,') = \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,'-\vec{\boldsymbol{r}})$

加外电场时，无极分子正负电荷中心不再重合，有极分子取向不再完全杂乱

极化强度 (Polarization) $\vec{\boldsymbol{P}} \equiv \lim_{\Delta V\to 0}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\right] \neq 0$ （$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

既然 $\vec{\boldsymbol{P}} \neq 0$，介质内部是否会有电荷分布？即极化电荷密度是否为零 $\rho_P \neq 0$？

在空间位置 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 取一小体积元 $\Delta\tau'$

由于一个处在 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 位置的偶极子之电荷密度为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\vec{\boldsymbol{p}}\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,')$

因此 $\Delta\tau'$ 内的分子对电荷密度的贡献为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)$

求和对 $\mathrm{d}\tau'$ 内的所有分子进行

$$\begin{aligned}\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) &= -\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)\\ &= -\sum_i \frac{\vec{\boldsymbol{p}}_i}{\mathrm{d}\tau_i}\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)\,\mathrm{d}\tau_i\\ &= -\sum_i \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}_i)\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)\,\mathrm{d}\tau_i\end{aligned}$$

$\mathrm{d}\tau_i$ 为分子 i 的体积，$\frac{\vec{\boldsymbol{p}}_i}{\mathrm{d}\tau_i}$ 为极化强度 $\vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}_i)$

$\mathrm{d}\tau_i \to 0$，化为积分

δ 为偶函数，$\nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,') = \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,'-\vec{\boldsymbol{r}})$

加外电场时，无极分子正负电荷中心不再重合，有极分子取向不再完全杂乱

极化强度 (Polarization) $\vec{\boldsymbol{P}} \equiv \lim\limits_{\Delta V\to 0}\left[\dfrac{1}{\Delta V}\sum\limits_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\right] \neq 0$　（$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

既然 $\vec{\boldsymbol{P}} \neq 0$，介质内部是否会有电荷分布？即极化电荷密度是否为零 $\rho_P \neq 0$？

在空间位置 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 取一小体积元 $\Delta\tau'$

由于一个处在 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 位置的偶极子之电荷密度为：　$\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\vec{\boldsymbol{p}}\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,')$

因此 $\Delta\tau'$ 内的分子对电荷密度的贡献为：　$\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\sum\limits_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)$

求和对 $\mathrm{d}\tau'$ 内的所有分子进行

$$
\begin{aligned}
\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) &= -\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)\\
&= -\sum_i \frac{\vec{\boldsymbol{p}}_i}{\mathrm{d}\tau_i}\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)\,\mathrm{d}\tau_i\\
&= -\sum_i \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}_i)\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)\,\mathrm{d}\tau_i\\
&= -\int_{\Delta\tau'} \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,')\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,')\,\mathrm{d}\tau'
\end{aligned}
$$

$\mathrm{d}\tau_i$ 为分子 i 的体积，$\dfrac{\vec{\boldsymbol{p}}_i}{\mathrm{d}\tau_i}$ 为极化强度 $\vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}_i)$

$\mathrm{d}\tau_i \to 0$，化为积分

δ 为偶函数，$\nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,') = \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,'-\vec{\boldsymbol{r}})$

加外电场时，无极分子正负电荷中心不再重合，有极分子取向不再完全杂乱

极化强度 (Polarization) $\vec{\boldsymbol{P}} \equiv \lim_{\Delta V\to 0}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\right] \neq 0$ （$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

既然 $\vec{\boldsymbol{P}} \neq 0$，介质内部是否会有电荷分布？即极化电荷密度是否为零 $\rho_P \neq 0$？

在空间位置 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 取一小体积元 $\Delta\tau'$

由于一个处在 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 位置的偶极子之电荷密度为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\vec{\boldsymbol{p}}\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,')$

因此 $\Delta\tau'$ 内的分子对电荷密度的贡献为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)$

求和对 $\mathrm{d}\tau'$ 内的所有分子进行

$$
\begin{aligned}
\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) &= -\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i) \\
&= -\sum_i \frac{\vec{\boldsymbol{p}}_i}{\mathrm{d}\tau_i}\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)\,\mathrm{d}\tau_i \\
&= -\sum_i \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}_i)\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)\,\mathrm{d}\tau_i \\
&= -\int_{\Delta\tau'} \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,')\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,')\,\mathrm{d}\tau'
\end{aligned}
$$

$\mathrm{d}\tau_i$ 为分子 i 的体积，$\dfrac{\vec{\boldsymbol{p}}_i}{\mathrm{d}\tau_i}$ 为极化强度 $\vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}_i)$

$\mathrm{d}\tau_i \to 0$，化为积分

利用 $\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,') = -\nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,')$

δ 为偶函数，$\nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,') = \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,'-\vec{\boldsymbol{r}})$

加外电场时，无极分子正负电荷中心不再重合，有极分子取向不再完全杂乱

极化强度 (Polarization) $\vec{\boldsymbol{P}} \equiv \lim_{\Delta V\to 0}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\right] \neq 0$ （$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

既然 $\vec{\boldsymbol{P}} \neq 0$，介质内部是否会有电荷分布？即极化电荷密度是否为零 $\rho_P \neq 0$？

在空间位置 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 取一小体积元 $\Delta\tau'$

由于一个处在 $\vec{\boldsymbol{r}}\,'$ 位置的偶极子之电荷密度为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\vec{\boldsymbol{p}}\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,')$

因此 $\Delta\tau'$ 内的分子对电荷密度的贡献为： $\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)$

求和对 $\mathrm{d}\tau'$ 内的所有分子进行

$$\begin{aligned}
\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) &= -\sum_i \vec{\boldsymbol{p}}_i\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)\\
&= -\sum_i \frac{\vec{\boldsymbol{p}}_i}{\mathrm{d}\tau_i}\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)\,\mathrm{d}\tau_i && \mathrm{d}\tau_i \text{ 为分子 } i \text{ 的体积，} \frac{\vec{\boldsymbol{p}}_i}{\mathrm{d}\tau_i} \text{ 为极化强度 } \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}_i)\\
&= -\sum_i \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}_i)\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}_i)\,\mathrm{d}\tau_i && \mathrm{d}\tau_i \to 0\text{，化为积分}\\
&= -\int_{\Delta\tau'} \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,')\cdot\nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,')\,\mathrm{d}\tau' && \text{利用 } \nabla\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,') = -\nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,')\\
&= \int_{\Delta\tau'} \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,')\cdot\nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,'-\vec{\boldsymbol{r}})\,\mathrm{d}\tau' && \delta \text{ 为偶函数，} \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}-\vec{\boldsymbol{r}}\,') = \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,'-\vec{\boldsymbol{r}})
\end{aligned}$$

$$\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = \int \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,') \cdot \nabla' \delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,' - \vec{\boldsymbol{r}})\,\mathrm{d}\tau'$$

Let there be light

$$\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = \int \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,' - \vec{\boldsymbol{r}})\,\mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{\boldsymbol{g}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,' - \vec{\boldsymbol{a}})\,\mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{\boldsymbol{g}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,')\big|_{\vec{\boldsymbol{r}}\,'=\vec{\boldsymbol{a}}}$

$$\rho(\vec{r}) = \int \vec{P}(\vec{r}\,') \cdot \nabla' \delta(\vec{r}\,' - \vec{r})\, \mathrm{d}\tau'$$

利用 $\displaystyle\int \vec{g}(\vec{r}\,') \cdot \nabla' \delta(\vec{r}\,' - \vec{a})\, \mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{g}(\vec{r}\,')\Big|_{\vec{r}\,'=\vec{a}}$

$$= -\Big[\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}\,')\Big]_{\vec{r}\,'=\vec{r}}$$

Let there be light

$$\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = \int \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,' - \vec{\boldsymbol{r}})\,\mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{\boldsymbol{g}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,' - \vec{\boldsymbol{a}})\,\mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{\boldsymbol{g}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,')\big|_{\vec{\boldsymbol{r}}\,'=\vec{\boldsymbol{a}}}$

$$= -\Big[\nabla' \cdot \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,')\Big]_{\vec{\boldsymbol{r}}\,'=\vec{\boldsymbol{r}}} = -\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}})$$

$$\rho(\vec{r}) = \int \vec{P}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{r})\, \mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{g}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{a})\, \mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{g}(\vec{r}\,')\big|_{\vec{r}\,'=\vec{a}}$

$$= -\left[\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}\,')\right]_{\vec{r}\,'=\vec{r}} = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})$$

$$\boxed{\rho_P(\vec{r}) = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})}$$

Let there be light

$$\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = \int \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,' - \vec{\boldsymbol{r}})\,\mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{\boldsymbol{g}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,' - \vec{\boldsymbol{a}})\,\mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{\boldsymbol{g}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,')\big|_{\vec{\boldsymbol{r}}\,'=\vec{\boldsymbol{a}}}$

$$= -\Big[\nabla' \cdot \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,')\Big]_{\vec{\boldsymbol{r}}\,'=\vec{\boldsymbol{r}}} = -\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}})$$

$$\boxed{\rho_P(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}})}$$

另一种推导:

$$\rho(\vec{r}) = \int \vec{P}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{r})\,\mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{g}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{a})\,\mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{g}(\vec{r}\,')\big|_{\vec{r}\,'=\vec{a}}$

$$= -\left[\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}\,')\right]_{\vec{r}\,'=\vec{r}} = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})$$

$$\boxed{\rho_P(\vec{r}) = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})}$$

另一种推导：

设介质中有多种分子，每一个分子看成一个小偶极子

$$\rho(\vec{r}) = \int \vec{P}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{r})\,\mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{g}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{a})\,\mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{g}(\vec{r}\,')\big|_{\vec{r}\,'=\vec{a}}$

$$= -\Big[\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}\,')\Big]_{\vec{r}\,'=\vec{r}} = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})$$

$$\boxed{\rho_P(\vec{r}) = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})}$$

另一种推导：

设介质中有多种分子，每一个分子看成一个小偶极子
以小偶极子的负电荷位置作为分子的位置

$$\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = \int \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,') \cdot \nabla' \delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,' - \vec{\boldsymbol{r}})\, \mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{\boldsymbol{g}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,') \cdot \nabla' \delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,' - \vec{\boldsymbol{a}})\, \mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{\boldsymbol{g}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,')\big|_{\vec{\boldsymbol{r}}\,'=\vec{\boldsymbol{a}}}$

$$= -\Big[\nabla' \cdot \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,')\Big]_{\vec{\boldsymbol{r}}\,'=\vec{\boldsymbol{r}}} = -\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}})$$

$$\boxed{\rho_P(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}})}$$

另一种推导：

设介质中有多种分子，每一个分子看成一个小偶极子
以小偶极子的负电荷位置作为分子的位置
第 k 种分子的偶极矩都为 $\vec{\boldsymbol{p}}_k = q_k \vec{\boldsymbol{l}}_k$，单位体积有 n_k 个第 k 种分子

$$\rho(\vec{\boldsymbol{r}}) = \int \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,' - \vec{\boldsymbol{r}})\,\mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{\boldsymbol{g}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{\boldsymbol{r}}\,' - \vec{\boldsymbol{a}})\,\mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{\boldsymbol{g}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,')\big|_{\vec{\boldsymbol{r}}\,'=\vec{\boldsymbol{a}}}$

$$= -\Big[\nabla' \cdot \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}}\,')\Big]_{\vec{\boldsymbol{r}}\,'=\vec{\boldsymbol{r}}} = -\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}})$$

$$\boxed{\rho_P(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\boldsymbol{r}})}$$

另一种推导：

设介质中有多种分子，每一个分子看成一个小偶极子
以小偶极子的负电荷位置作为分子的位置
第 k 种分子的偶极矩都为 $\vec{\boldsymbol{p}}_k = q_k\vec{\boldsymbol{l}}_k$，单位体积有 n_k 个第 k 种分子
在介质内取一有向的小面积元 $\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$

$$\rho(\vec{r}) = \int \vec{P}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{r})\,\mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{g}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{a})\,\mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{g}(\vec{r}\,')\big|_{\vec{r}\,'=\vec{a}}$

$$= -\Big[\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}\,')\Big]_{\vec{r}\,'=\vec{r}} = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})$$

$$\boxed{\rho_P(\vec{r}) = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})}$$

另一种推导：

设介质中有多种分子，每一个分子看成一个小偶极子

以小偶极子的负电荷位置作为分子的位置

第 k 种分子的偶极矩都为 $\vec{p}_k = q_k\vec{l}_k$，单位体积有 n_k 个第 k 种分子

在介质内取一有向的小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$

设有 η_k 个第 k 种偶极子穿过此小面积元。

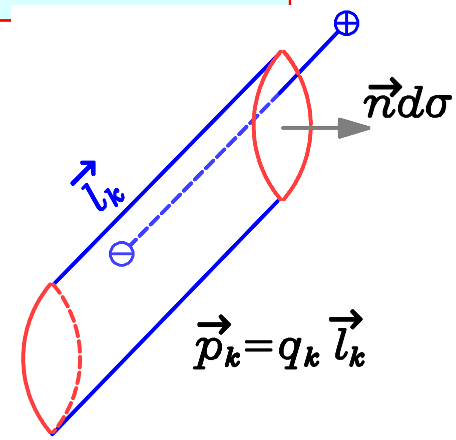
$$\rho(\vec{r}) = \int \vec{P}(\vec{r}\,') \cdot \nabla' \delta(\vec{r}\,' - \vec{r})\, \mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{g}(\vec{r}\,') \cdot \nabla' \delta(\vec{r}\,' - \vec{a})\, \mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{g}(\vec{r}\,')\big|_{\vec{r}\,'=\vec{a}}$

$$= -\Big[\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}\,')\Big]_{\vec{r}\,'=\vec{r}} = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})$$

$$\boxed{\rho_P(\vec{r}) = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})}$$

另一种推导：



设介质中有多种分子，每一个分子看成一个小偶极子

以小偶极子的负电荷位置作为分子的位置

第 k 种分子的偶极矩都为 $\vec{p}_k = q_k \vec{l}_k$，单位体积有 n_k 个第 k 种分子

在介质内取一有向的小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$

设有 η_k 个第 k 种偶极子穿过此小面积元。

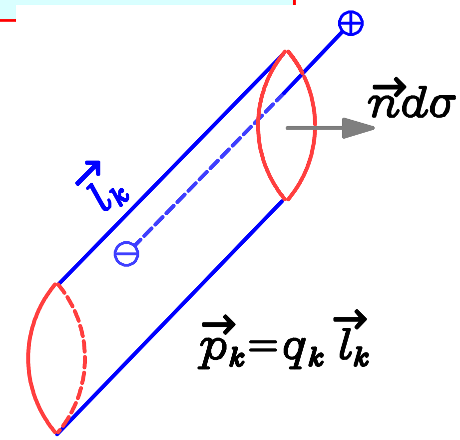
$$\rho(\vec{r}) = \int \vec{P}(\vec{r}\,') \cdot \nabla' \delta(\vec{r}\,' - \vec{r})\, \mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{g}(\vec{r}\,') \cdot \nabla' \delta(\vec{r}\,' - \vec{a})\, \mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{g}(\vec{r}\,')\big|_{\vec{r}\,'=\vec{a}}$

$$= -\left[\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}\,')\right]_{\vec{r}\,'=\vec{r}} = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})$$

$$\boxed{\rho_P(\vec{r}) = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})}$$

另一种推导：



设介质中有多种分子，每一个分子看成一个小偶极子
以小偶极子的负电荷位置作为分子的位置
第 k 种分子的偶极矩都为 $\vec{p}_k = q_k \vec{l}_k$，单位体积有 n_k 个第 k 种分子
在介质内取一有向的小面积元 $\vec{n}\, \mathrm{d}\sigma$
设有 η_k 个第 k 种偶极子穿过此小面积元。

显然，如果某个第 k 种分子的负电荷中心落在如图所示小圆柱体积元 $\mathrm{d}\tau_k$ 内，

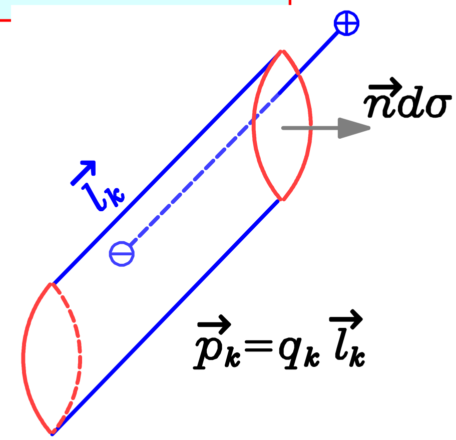
$$\rho(\vec{r}) = \int \vec{P}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{r})\,\mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{g}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{a})\,\mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{g}(\vec{r}\,')\big|_{\vec{r}\,'=\vec{a}}$

$$= -\Big[\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}\,')\Big]_{\vec{r}\,'=\vec{r}} = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})$$

$$\boxed{\rho_P(\vec{r}) = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})}$$

另一种推导：



设介质中有多种分子，每一个分子看成一个小偶极子

以小偶极子的负电荷位置作为分子的位置

第 k 种分子的偶极矩都为 $\vec{p}_k = q_k\vec{l}_k$，单位体积有 n_k 个第 k 种分子

在介质内取一有向的小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$

设有 η_k 个第 k 种偶极子穿过此小面积元。

显然，如果某个第 k 种分子的负电荷中心落在如图所示小圆柱体积元 $\mathrm{d}\tau_k$ 内，

则该分子偶极子穿过小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$，从而： $\eta_k = n_k\mathrm{d}\tau_k = n_k\left(\vec{l}_k \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma\right)$

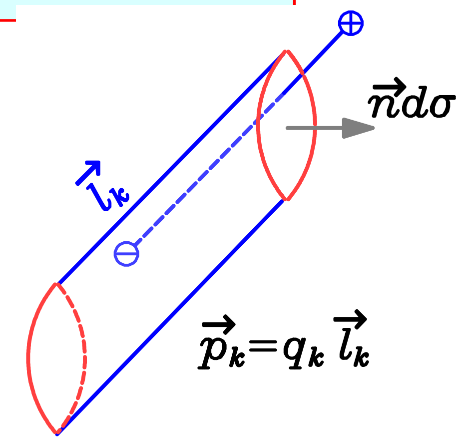
$$\rho(\vec{r}) = \int \vec{P}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{r})\,\mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{g}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{a})\,\mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{g}(\vec{r}\,')\big|_{\vec{r}\,'=\vec{a}}$

$$= -\left[\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}\,')\right]_{\vec{r}\,'=\vec{r}} = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})$$

$$\boxed{\rho_P(\vec{r}) = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})}$$

另一种推导：



设介质中有多种分子，每一个分子看成一个小偶极子

以小偶极子的负电荷位置作为分子的位置

第 k 种分子的偶极矩都为 $\vec{p}_k = q_k\vec{l}_k$，单位体积有 n_k 个第 k 种分子

在介质内取一有向的小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$

设有 η_k 个第 k 种偶极子穿过此小面积元。

显然，如果某个第 k 种分子的负电荷中心落在如图所示小圆柱体积元 $\mathrm{d}\tau_k$ 内，

则该分子偶极子穿过小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$，从而： $\eta_k = n_k\mathrm{d}\tau_k = n_k\left(\vec{l}_k \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma\right)$

这 η_k 个第 k 种偶极子的正电荷落在小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ 的正向，负电荷落在小面积元的反向。

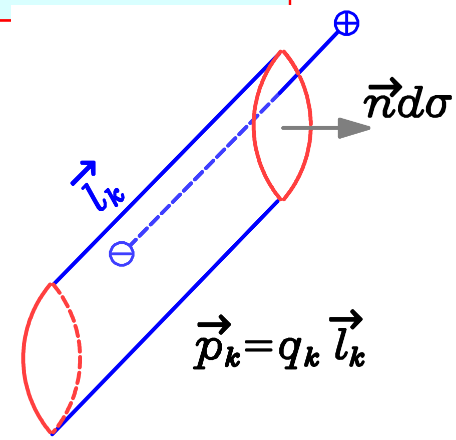
$$\rho(\vec{r}) = \int \vec{P}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{r})\,\mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{g}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{a})\,\mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{g}(\vec{r}\,')\big|_{\vec{r}\,'=\vec{a}}$

$$= -\left[\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}\,')\right]_{\vec{r}\,'=\vec{r}} = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})$$

$$\boxed{\rho_P(\vec{r}) = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})}$$

另一种推导：



设介质中有多种分子，每一个分子看成一个小偶极子

以小偶极子的负电荷位置作为分子的位置

第 k 种分子的偶极矩都为 $\vec{p}_k = q_k\vec{l}_k$，单位体积有 n_k 个第 k 种分子

在介质内取一有向的小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$

设有 η_k 个第 k 种偶极子穿过此小面积元。

显然，如果某个第 k 种分子的负电荷中心落在如图所示小圆柱体积元 $\mathrm{d}\tau_k$ 内，

则该分子偶极子穿过小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$，从而： $\eta_k = n_k\mathrm{d}\tau_k = n_k\left(\vec{l}_k \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma\right)$

这 η_k 个第 k 种偶极子的正电荷落在小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ 的正向，负电荷落在小面积元的反向。

所以，因偶极子穿过面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ 而落在面积元正向的电量 $\mathrm{d}Q$ 为：

$$\mathrm{d}Q = \overbrace{q_k\,\eta_k}^{\mathrm{d}Q_k}$$

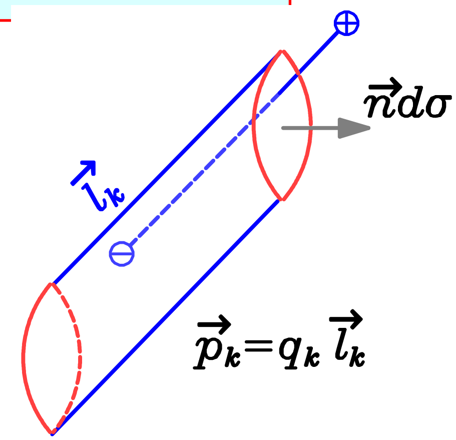
$$\rho(\vec{r}) = \int \vec{P}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{r})\,\mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{g}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{a})\,\mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{g}(\vec{r}\,')\big|_{\vec{r}\,'=\vec{a}}$

$$= -\left[\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}\,')\right]_{\vec{r}\,'=\vec{r}} = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})$$

$$\boxed{\rho_P(\vec{r}) = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})}$$

另一种推导：



设介质中有多种分子，每一个分子看成一个小偶极子

以小偶极子的负电荷位置作为分子的位置

第 k 种分子的偶极矩都为 $\vec{p}_k = q_k\vec{l}_k$，单位体积有 n_k 个第 k 种分子

在介质内取一有向的小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$

设有 η_k 个第 k 种偶极子穿过此小面积元。

显然，如果某个第 k 种分子的负电荷中心落在如图所示小圆柱体积元 $\mathrm{d}\tau_k$ 内，

则该分子偶极子穿过小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$，从而： $\eta_k = n_k\mathrm{d}\tau_k = n_k\left(\vec{l}_k \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma\right)$

这 η_k 个第 k 种偶极子的正电荷落在小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ 的正向，负电荷落在小面积元的反向。

所以，因偶极子穿过面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ 而落在面积元正向的电量 $\mathrm{d}Q$ 为：

$$\mathrm{d}Q = \sum_k \overbrace{q_k\,\eta_k}^{\mathrm{d}Q_k}$$

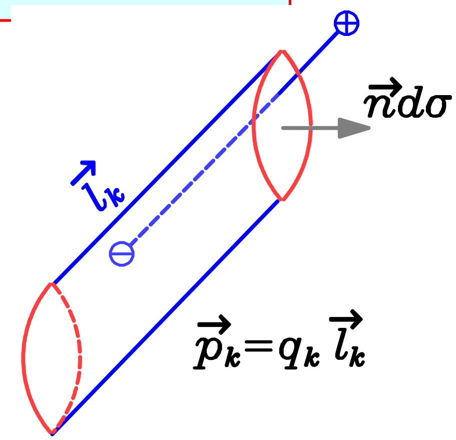
$$\rho(\vec{r}) = \int \vec{P}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{r})\,\mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{g}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{a})\,\mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{g}(\vec{r}\,')\big|_{\vec{r}\,'=\vec{a}}$

$$= -\left[\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}\,')\right]_{\vec{r}\,'=\vec{r}} = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})$$

$$\boxed{\rho_P(\vec{r}) = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})}$$

另一种推导：



设介质中有多种分子，每一个分子看成一个小偶极子

以小偶极子的负电荷位置作为分子的位置

第 k 种分子的偶极矩都为 $\vec{p}_k = q_k\vec{l}_k$，单位体积有 n_k 个第 k 种分子

在介质内取一有向的小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$

设有 η_k 个第 k 种偶极子穿过此小面积元。

显然，如果某个第 k 种分子的负电荷中心落在如图所示小圆柱体积元 $\mathrm{d}\tau_k$ 内，

则该分子偶极子穿过小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$，从而： $\eta_k = n_k\mathrm{d}\tau_k = n_k\left(\vec{l}_k \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma\right)$

这 η_k 个第 k 种偶极子的正电荷落在小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ 的正向，负电荷落在小面积元的反向。

所以，因偶极子穿过面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ 而落在面积元正向的电量 $\mathrm{d}Q$ 为：

$$\mathrm{d}Q = \sum_k \overbrace{q_k\,\eta_k}^{\mathrm{d}Q_k} = \sum_k n_k\,q_k\,\vec{l}_k \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$$

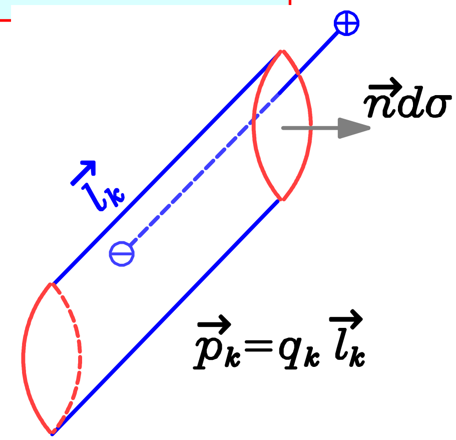
$$\rho(\vec{r}) = \int \vec{P}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{r})\, \mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{g}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{a})\, \mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{g}(\vec{r}\,')\big|_{\vec{r}\,'=\vec{a}}$

$$= -\Big[\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}\,')\Big]_{\vec{r}\,'=\vec{r}} = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})$$

$$\boxed{\rho_P(\vec{r}) = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})}$$

另一种推导：



设介质中有多种分子，每一个分子看成一个小偶极子

以小偶极子的负电荷位置作为分子的位置

第 k 种分子的偶极矩都为 $\vec{p}_k = q_k \vec{l}_k$，单位体积有 n_k 个第 k 种分子

在介质内取一有向的小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$

设有 η_k 个第 k 种偶极子穿过此小面积元。

显然，如果某个第 k 种分子的负电荷中心落在如图所示小圆柱体积元 $\mathrm{d}\tau_k$ 内，

则该分子偶极子穿过小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$，从而： $\eta_k = n_k \mathrm{d}\tau_k = n_k\,(\vec{l}_k \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma)$

这 η_k 个第 k 种偶极子的正电荷落在小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ 的正向，负电荷落在小面积元的反向。

所以，因偶极子穿过面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ 而落在面积元正向的电量 $\mathrm{d}Q$ 为：

$$\mathrm{d}Q = \sum_k \overbrace{q_k\,\eta_k}^{\mathrm{d}Q_k} = \sum_k n_k\, q_k\, \vec{l}_k \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma = \sum_k n_k\, \vec{p}_k \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$$

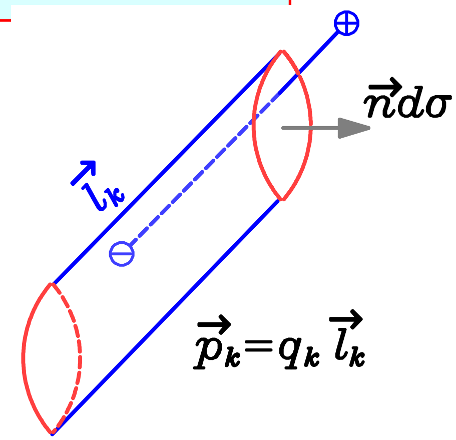
$$\rho(\vec{r}) = \int \vec{P}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{r})\,\mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{g}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{a})\,\mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{g}(\vec{r}\,')\big|_{\vec{r}\,'=\vec{a}}$

$$= -\left[\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}\,')\right]_{\vec{r}\,'=\vec{r}} = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})$$

$$\boxed{\rho_P(\vec{r}) = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})}$$

另一种推导：



设介质中有多种分子，每一个分子看成一个小偶极子

以小偶极子的负电荷位置作为分子的位置

第 k 种分子的偶极矩都为 $\vec{p}_k = q_k\vec{l}_k$，单位体积有 n_k 个第 k 种分子

在介质内取一有向的小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$

设有 η_k 个第 k 种偶极子穿过此小面积元。

显然，如果某个第 k 种分子的负电荷中心落在如图所示小圆柱体积元 $\mathrm{d}\tau_k$ 内，

则该分子偶极子穿过小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$，从而： $\eta_k = n_k\mathrm{d}\tau_k = n_k\left(\vec{l}_k \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma\right)$

这 η_k 个第 k 种偶极子的正电荷落在小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ 的正向，负电荷落在小面积元的反向。

所以，因偶极子穿过面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ 而落在面积元正向的电量 $\mathrm{d}Q$ 为：

$$\mathrm{d}Q = \sum_k \overbrace{q_k\,\eta_k}^{\mathrm{d}Q_k} = \sum_k n_k\,q_k\,\vec{l}_k \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma = \left[\sum_k n_k\,\vec{p}_k\right] \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$$

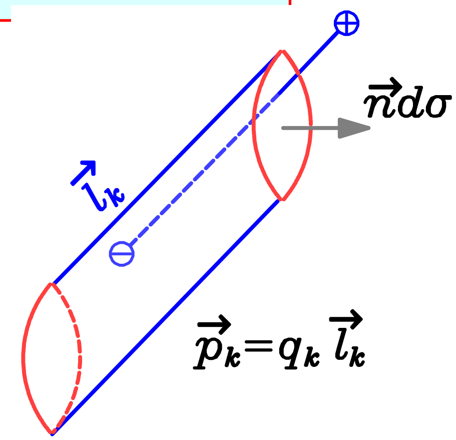
$$\rho(\vec{r}) = \int \vec{P}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{r})\,\mathrm{d}\tau'$$

利用 $\int \vec{g}(\vec{r}\,') \cdot \nabla'\delta(\vec{r}\,' - \vec{a})\,\mathrm{d}\tau' = -\nabla' \cdot \vec{g}(\vec{r}\,')\big|_{\vec{r}\,'=\vec{a}}$

$$= -\Big[\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}\,')\Big]_{\vec{r}\,'=\vec{r}} = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})$$

$$\boxed{\rho_P(\vec{r}) = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})}$$

另一种推导：



设介质中有多种分子，每一个分子看成一个小偶极子
以小偶极子的负电荷位置作为分子的位置
第 k 种分子的偶极矩都为 $\vec{p}_k = q_k\vec{l}_k$，单位体积有 n_k 个第 k 种分子
在介质内取一有向的小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$
设有 η_k 个第 k 种偶极子穿过此小面积元。

显然，如果某个第 k 种分子的负电荷中心落在如图所示小圆柱体积元 $\mathrm{d}\tau_k$ 内，

则该分子偶极子穿过小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$，从而： $\eta_k = n_k\mathrm{d}\tau_k = n_k\left(\vec{l}_k \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma\right)$

这 η_k 个第 k 种偶极子的正电荷落在小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ 的正向，负电荷落在小面积元的反向。

所以，因偶极子穿过面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ 而落在面积元正向的电量 $\mathrm{d}Q$ 为：

$$\mathrm{d}Q = \sum_k \overbrace{q_k\,\eta_k}^{\mathrm{d}Q_k} = \sum_k n_k\,q_k\,\vec{l}_k \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma = \Big[\sum_k n_k\,\vec{p}_k\Big] \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma = \vec{P} \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$$

$$\mathrm{d}Q = \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$$

$\mathrm{d}Q = \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$ 面元 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$

$\mathrm{d}Q = \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$ 面元 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 两侧，有$\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的正侧，$-\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的反面

$\mathrm{d}Q = \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\, \mathrm{d}\sigma$ 面元 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 两侧，有$\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的正侧，$-\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的反面

$$Q_S = \int_S \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$$

$\mathrm{d}Q = \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$ 面元 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 两侧，有$\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的正侧，$-\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的反面

$Q_S = \int_S \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$ 曲面 S 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 S 的两侧

$\mathrm{d}Q = \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$ 面元 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 两侧，有$\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的正侧，$-\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的反面

$Q_S = \int_S \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$ 曲面 S 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 S 的两侧有 Q_S 的电量落在曲面 S 的正面，$-Q_S$ 的电量落在 S 的反面

$\mathrm{d}Q = \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$ 面元 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 两侧，有$\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的正侧，$-\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的反面

$Q_S = \int_S \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$ 曲面 S 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 S 的两侧有 Q_S 的电量落在曲面 S 的正面，$-Q_S$ 的电量落在 S 的反面

$$Q = \oint_S \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$$

$\mathrm{d}Q = \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\, \mathrm{d}\sigma$　面元 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 两侧，有$\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的正侧，$-\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的反面

$Q_S = \int_S \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$　曲面 S 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 S 的两侧有 Q_S 的电量落在曲面 S 的正面，$-Q_S$ 的电量落在 S 的反面

$Q = \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$　闭合面 $\mathcal{S}$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在闭合面 $\mathcal{S}$ 的内外两侧，取 $\vec{\boldsymbol{n}}$ 为闭合曲面 $\mathcal{S}$ 的外法线方向，被 $\mathcal{S}$ 切断的

$\mathrm{d}Q = \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\, \mathrm{d}\sigma$ 面元 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 两侧，有$\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的正侧，$-\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的反面

$Q_S = \int_S \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$ 曲面 S 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 S 的两侧 有 Q_S 的电量落在曲面 S 的正面，$-Q_S$ 的电量落在 S 的反面

$Q = \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$ 闭合面 $\mathcal{S}$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在闭合面 $\mathcal{S}$ 的内外两侧，取 $\vec{\boldsymbol{n}}$ 为闭合曲面 $\mathcal{S}$ 的外法线方向，被 $\mathcal{S}$ 切断的偶极子共有电量 Q 落在闭合曲面 $\mathcal{S}$ 的外面，$-Q$ 的电量落在 $\mathcal{S}$ 的内侧

不被 $\mathcal{S}$ 切断的偶极子因正负电荷都落在 $\mathcal{S}$ 内，对 $\mathcal{S}$ 内的净电量没有贡献

因此 $\mathcal{S}$ 内的净电量应为 $-Q$

$\mathrm{d}Q = \vec{P} \cdot \vec{n}\, \mathrm{d}\sigma$　面元 $\vec{n}\mathrm{d}\sigma$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 $\vec{n}\mathrm{d}\sigma$ 两侧，有$\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{n}\mathrm{d}\sigma$ 的正侧，$-\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{n}\mathrm{d}\sigma$ 的反面

$Q_S = \int_S \vec{P} \cdot \vec{n} d\sigma$　曲面 S 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 S 的两侧有 Q_S 的电量落在曲面 S 的正面，$-Q_S$ 的电量落在 S 的反面

$Q = \oint_{\mathcal{S}} \vec{P} \cdot \vec{n} d\sigma$　闭合面 $\mathcal{S}$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在闭合面 $\mathcal{S}$ 的内外两侧，取 $\vec{n}$ 为闭合曲面 $\mathcal{S}$ 的外法线方向，被 $\mathcal{S}$ 切断的偶极子共有电量 Q 落在闭合曲面 $\mathcal{S}$ 的外面，$-Q$ 的电量落在 $\mathcal{S}$ 的内侧

不被 $\mathcal{S}$ 切断的偶极子因正负电荷都落在 $\mathcal{S}$ 内，对 $\mathcal{S}$ 内的净电量没有贡献

因此 $\mathcal{S}$ 内的净电量应为 $-Q$

$$-Q \quad = \int_V \rho_P \, d\tau$$

$\mathrm{d}Q = \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\, \mathrm{d}\sigma$ 面元 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 两侧，有$\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的正侧，$-\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的反面

$Q_S = \int_S \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$ 曲面 S 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 S 的两侧 有 Q_S 的电量落在曲面 S 的正面，$-Q_S$ 的电量落在 S 的反面

$Q = \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$ 闭合面 $\mathcal{S}$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在闭合面 $\mathcal{S}$ 的内外两侧，取 $\vec{\boldsymbol{n}}$ 为闭合曲面 $\mathcal{S}$ 的外法线方向，被 $\mathcal{S}$ 切断的偶极子共有电量 Q 落在闭合曲面 $\mathcal{S}$ 的外面，$-Q$ 的电量落在 $\mathcal{S}$ 的内侧

不被 $\mathcal{S}$ 切断的偶极子因正负电荷都落在 $\mathcal{S}$ 内，对 $\mathcal{S}$ 内的净电量没有贡献

因此 $\mathcal{S}$ 内的净电量应为 $-Q$

$$\begin{aligned} -Q &= \int_V \rho_P \, d\tau \\ &= -\oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma \end{aligned}$$

因为闭合面内的电量 $-Q$ 即为面内极化电荷密度的积分

$\mathrm{d}Q = \vec{\boldsymbol{P}}\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$　面元 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 两侧，有$\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的正侧，$-\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的反面

$Q_S = \int_S \vec{\boldsymbol{P}}\cdot\vec{\boldsymbol{n}}d\sigma$　曲面 S 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 S 的两侧

有 Q_S 的电量落在曲面 S 的正面，$-Q_S$ 的电量落在 S 的反面

$Q = \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}}\cdot\vec{\boldsymbol{n}}d\sigma$　闭合面 $\mathcal{S}$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在闭合面 $\mathcal{S}$ 的内外两侧，取 $\vec{\boldsymbol{n}}$ 为闭合曲面 $\mathcal{S}$ 的外法线方向，被 $\mathcal{S}$ 切断的偶极子共有电量 Q 落在闭合曲面 $\mathcal{S}$ 的外面，$-Q$ 的电量落在 $\mathcal{S}$ 的内侧

不被 $\mathcal{S}$ 切断的偶极子因正负电荷都落在 $\mathcal{S}$ 内，对 $\mathcal{S}$ 内的净电量没有贡献

因此 $\mathcal{S}$ 内的净电量应为 $-Q$

$$-Q = \int_V \rho_P\, d\tau$$

因为闭合面内的电量 $-Q$ 即为面内极化电荷密度的积分

$$= -\oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}}\cdot\vec{\boldsymbol{n}}d\sigma$$

利用 $Q = \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}}\cdot\vec{\boldsymbol{n}}d\sigma$，

$\mathrm{d}Q = \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\, \mathrm{d}\sigma$ 面元 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 两侧，有 $\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的正侧，$-\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的反面

$Q_S = \int_S \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$ 曲面 S 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 S 的两侧有 Q_S 的电量落在曲面 S 的正面，$-Q_S$ 的电量落在 S 的反面

$Q = \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$ 闭合面 $\mathcal{S}$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在闭合面 $\mathcal{S}$ 的内外两侧，取 $\vec{\boldsymbol{n}}$ 为闭合曲面 $\mathcal{S}$ 的外法线方向，被 $\mathcal{S}$ 切断的偶极子共有电量 Q 落在闭合曲面 $\mathcal{S}$ 的外面，$-Q$ 的电量落在 $\mathcal{S}$ 的内侧

不被 $\mathcal{S}$ 切断的偶极子因正负电荷都落在 $\mathcal{S}$ 内，对 $\mathcal{S}$ 内的净电量没有贡献

因此 $\mathcal{S}$ 内的净电量应为 $-Q$

$$
\begin{aligned}
-Q &= \int_V \rho_P\, d\tau \\
&= -\oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma
\end{aligned}
$$

因为闭合面内的电量 $-Q$ 即为面内极化电荷密度的积分

利用 $Q = \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$，接着应用 Gauss 定理

$\mathrm{d}Q = \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$ 面元 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 两侧，有$\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的正侧，$-\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的反面

$Q_S = \int_S \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$ 曲面 S 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 S 的两侧有 Q_S 的电量落在曲面 S 的正面，$-Q_S$ 的电量落在 S 的反面

$Q = \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$ 闭合面 $\mathcal{S}$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在闭合面 $\mathcal{S}$ 的内外两侧，取 $\vec{\boldsymbol{n}}$ 为闭合曲面 $\mathcal{S}$ 的外法线方向，被 $\mathcal{S}$ 切断的偶极子共有电量 Q 落在闭合曲面 $\mathcal{S}$ 的外面，$-Q$ 的电量落在 $\mathcal{S}$ 的内侧

不被 $\mathcal{S}$ 切断的偶极子因正负电荷都落在 $\mathcal{S}$ 内，对 $\mathcal{S}$ 内的净电量没有贡献

因此 $\mathcal{S}$ 内的净电量应为 $-Q$

$$\begin{aligned}
-Q &= \int_V \rho_P \, d\tau \\
&= -\oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma \\
&= -\int_V (\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{P}}) \, d\tau = \int_V \rho_P \, d\tau
\end{aligned}$$

因为闭合面内的电量 $-Q$ 即为面内极化电荷密度的积分

利用 $Q = \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$，接着应用 Gauss 定理

$\mathrm{d}Q = \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\, \mathrm{d}\sigma$ 面元 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 两侧，有 $\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的正侧，$-\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的反面

$Q_S = \int_S \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$ 曲面 S 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 S 的两侧

有 Q_S 的电量落在曲面 S 的正面，$-Q_S$ 的电量落在 S 的反面

$Q = \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$ 闭合面 $\mathcal{S}$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在闭合面 $\mathcal{S}$ 的内外两侧，取 $\vec{\boldsymbol{n}}$ 为闭合曲面 $\mathcal{S}$ 的外法线方向，被 $\mathcal{S}$ 切断的偶极子共有电量 Q 落在闭合曲面 $\mathcal{S}$ 的外面，$-Q$ 的电量落在 $\mathcal{S}$ 的内侧

不被 $\mathcal{S}$ 切断的偶极子因正负电荷都落在 $\mathcal{S}$ 内，对 $\mathcal{S}$ 内的净电量没有贡献

因此 $\mathcal{S}$ 内的净电量应为 $-Q$

$$-Q = \int_V \rho_P\, d\tau$$ 因为闭合面内的电量 $-Q$ 即为面内极化电荷密度的积分

$$= -\oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$$ 利用 $Q = \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$，接着应用 Gauss 定理

$$= -\int_V (\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{P}})\, d\tau = \int_V \rho_P\, d\tau$$ $\mathcal{S}$ 是任意的

$\mathrm{d}Q = \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\, \mathrm{d}\sigma$　面元 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 两侧，有$\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的正侧，$-\mathrm{d}Q$ 的电量落在 $\vec{\boldsymbol{n}}\mathrm{d}\sigma$ 的反面

$Q_S = \int_S \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$　曲面 S 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在 S 的两侧

有 Q_S 的电量落在曲面 S 的正面，$-Q_S$ 的电量落在 S 的反面

$Q = \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$　闭合面 $\mathcal{S}$ 切断一些偶极子，被切断的偶极子的正负电荷分别落在闭合面 $\mathcal{S}$ 的内外两侧，取 $\vec{\boldsymbol{n}}$ 为闭合曲面 $\mathcal{S}$ 的外法线方向，被 $\mathcal{S}$ 切断的偶极子共有电量 Q 落在闭合曲面 $\mathcal{S}$ 的外面，$-Q$ 的电量落在 $\mathcal{S}$ 的内侧

不被 $\mathcal{S}$ 切断的偶极子因正负电荷都落在 $\mathcal{S}$ 内，对 $\mathcal{S}$ 内的净电量没有贡献

因此 $\mathcal{S}$ 内的净电量应为 $-Q$

$$-Q = \int_V \rho_P\, d\tau$$

因为闭合面内的电量 $-Q$ 即为面内极化电荷密度的积分

$$= -\oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$$

利用 $Q = \oint_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{P}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} d\sigma$，接着应用 Gauss 定理

$$= -\int_V (\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{P}})\, d\tau = \int_V \rho_P\, d\tau$$

$\mathcal{S}$ 是任意的

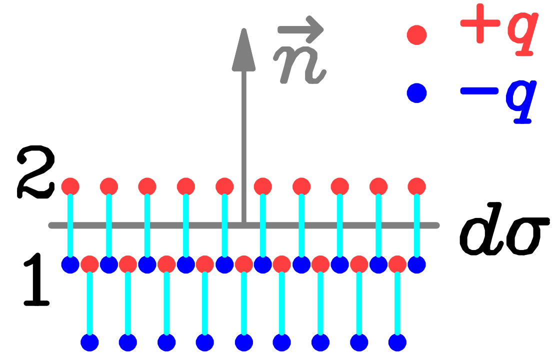
$$\boxed{\rho_P = -\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{P}}}$$

极化面电荷密度 σ_P： 由于不同介质的极化强度不同，因此在界面可能会出现极化面电荷，其面电荷密度 σ_P 与 $\vec{P}_1$、$\vec{P}_2$ 的关系如何？

极化面电荷密度 σ_P： 由于不同介质的极化强度不同，因此在界面可能会出现极化面电荷，其面电荷密度 σ_P 与 $\vec{P}_1$、$\vec{P}_2$ 的关系如何？

模型计算：

如图介质 1 和介质 2 之界面小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$，

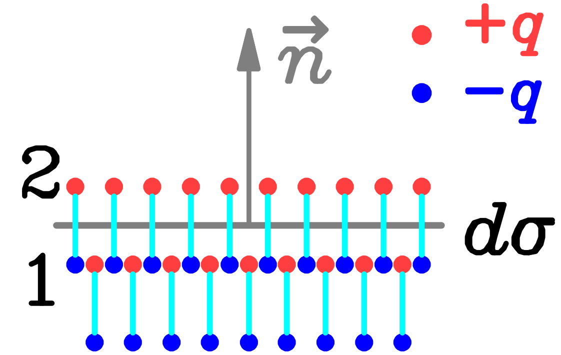


极化面电荷密度 σ_P： 由于不同介质的极化强度不同，因此在界面可能会出现极化面电荷，其面电荷密度 σ_P 与 $\vec{P}_1$、$\vec{P}_2$ 的关系如何？

模型计算：

如图介质 1 和介质 2 之界面小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$，

小面积元的法向 $\vec{n}$ 从介质 1 指向介质 2 。



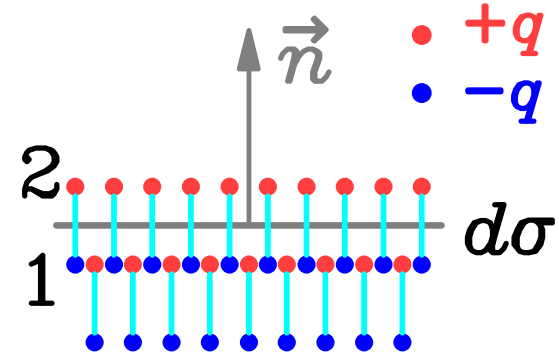
极化面电荷密度 σ_P： 由于不同介质的极化强度不同，因此在界面可能会出现极化面电荷，其面电荷密度 σ_P 与 $\vec{P}_1$、$\vec{P}_2$ 的关系如何？

模型计算：

如图介质 1 和介质 2 之界面小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$，

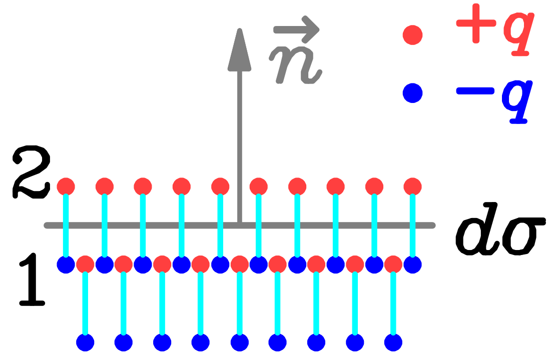
小面积元的法向 $\vec{n}$ 从介质 1 指向介质 2 。

介质 1 的偶极子有的穿过小面积元，穿过小面积元而落在介质 2 的电荷为：$\vec{P}_1 \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$



极化面电荷密度 σ_P： 由于不同介质的极化强度不同，因此在界面可能会出现极化面电荷，其面电荷密度 σ_P 与 $\vec{P}_1$、$\vec{P}_2$ 的关系如何？

模型计算：



如图介质 1 和介质 2 之界面小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$，

小面积元的法向 $\vec{n}$ 从介质 1 指向介质 2 。

介质 1 的偶极子有的穿过小面积元，穿过小面积元而落在介质 2 的电荷为：$\vec{P}_1\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ （因为介质 2 在小面积元正向）

极化面电荷密度 σ_P：由于不同介质的极化强度不同，因此在界面可能会出现极化面电荷，其面电荷密度 σ_P 与 $\vec{P}_1$、$\vec{P}_2$ 的关系如何？

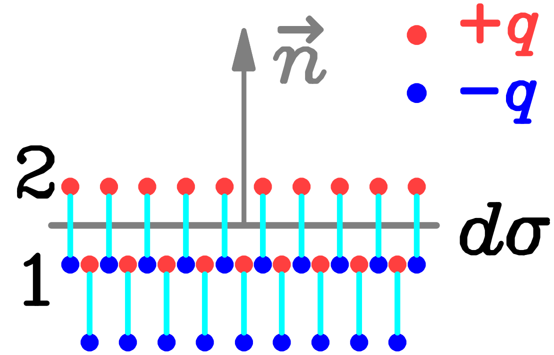
模型计算：

如图介质 1 和介质 2 之界面小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$，

小面积元的法向 $\vec{n}$ 从介质 1 指向介质 2 。

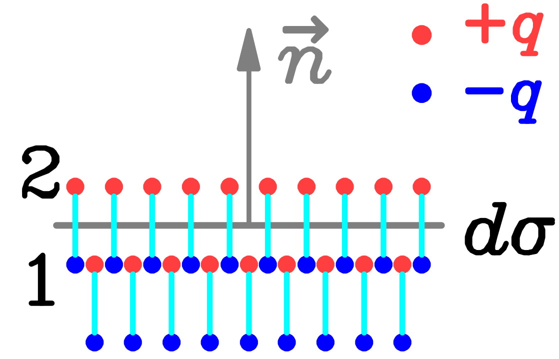
介质 1 的偶极子有的穿过小面积元，穿过小面积元而落在介质 2 的电荷为：$\vec{P}_1\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ （因为介质 2 在小面积元正向）

留在介质 1 （小面积元反向）的电荷为： $-\vec{P}_1\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$。



极化面电荷密度 σ_P： 由于不同介质的极化强度不同，因此在界面可能会出现极化面电荷，其面电荷密度 σ_P 与 $\vec{\boldsymbol{P}}_1$、$\vec{\boldsymbol{P}}_2$ 的关系如何？

模型计算：



如图介质 1 和介质 2 之界面小面积元 $\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$，

小面积元的法向 $\vec{\boldsymbol{n}}$ 从介质 1 指向介质 2 。

介质 1 的偶极子有的穿过小面积元，穿过小面积元而落在介质 2 的电荷为：$\vec{\boldsymbol{P}}_1 \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$ （因为介质 2 在小面积元正向）

留在介质 1 （小面积元反向）的电荷为： $-\vec{\boldsymbol{P}}_1 \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$。

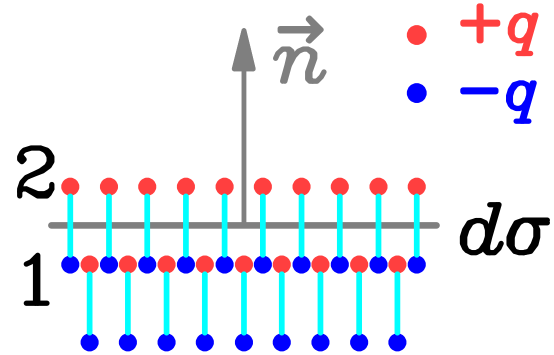
留在介质 1 的电荷被介质 1 中的其他电荷所抵消（或者贡献于体电荷密度 ρ_P）

极化面电荷密度 σ_P： 由于不同介质的极化强度不同，因此在界面可能会出现极化面电荷，其面电荷密度 σ_P 与 $\vec{P}_1$、$\vec{P}_2$ 的关系如何？

模型计算：

如图介质 1 和介质 2 之界面小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$，

小面积元的法向 $\vec{n}$ 从介质 1 指向介质 2 。



介质 1 的偶极子有的穿过小面积元，穿过小面积元而落在介质 2 的电荷为：$\vec{P}_1 \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ （因为介质 2 在小面积元正向）

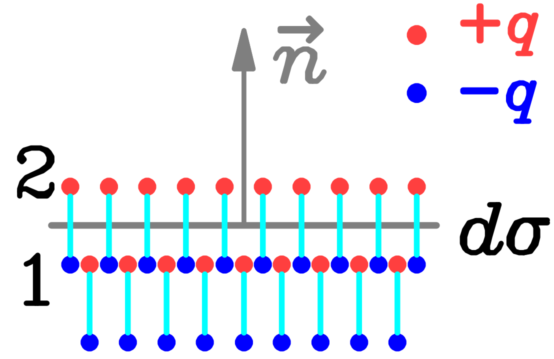
留在介质 1 （小面积元反向）的电荷为： $-\vec{P}_1 \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$。

留在介质 1 的电荷被介质 1 中的其他电荷所抵消（或者贡献于体电荷密度 ρ_P）

因此，介质 1 的分子对界面面电荷的贡献为： $\vec{P}_1 \cdot \vec{n}_{12}\,\mathrm{d}\sigma$（$\vec{n}$ 从 1 指向 2，$\vec{n}_{12} = \vec{n}$）

极化面电荷密度 σ_P： 由于不同介质的极化强度不同，因此在界面可能会出现极化面电荷，其面电荷密度 σ_P 与 $\vec{P}_1$、$\vec{P}_2$ 的关系如何？

模型计算：



如图介质 1 和介质 2 之界面小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$，

小面积元的法向 $\vec{n}$ 从介质 1 指向介质 2 。

介质 1 的偶极子有的穿过小面积元，穿过小面积元而落在介质 2 的电荷为：$\vec{P}_1\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ （因为介质 2 在小面积元正向）

留在介质 1 （小面积元反向）的电荷为： $-\vec{P}_1\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$。

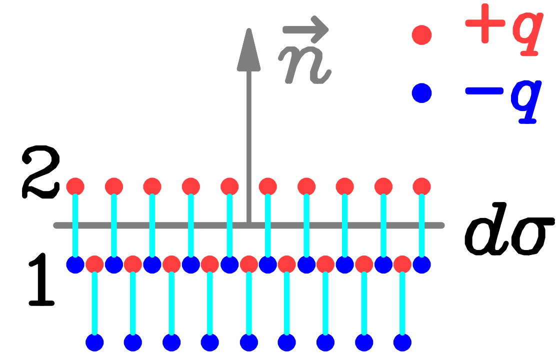
留在介质 1 的电荷被介质 1 中的其他电荷所抵消（或者贡献于体电荷密度 ρ_P）

因此，介质 1 的分子对界面面电荷的贡献为： $\vec{P}_1\cdot\vec{n}_{12}\,\mathrm{d}\sigma$（$\vec{n}$ 从 1 指向 2，$\vec{n}_{12}=\vec{n}$）

类似地，介质 2 的分子对界面面电荷的贡献为： $\vec{P}_2\cdot\vec{n}_{21}\,\mathrm{d}\sigma$（$\vec{n}$ 从 1 指向 2，$\vec{n}_{21}=-\vec{n}$）

极化面电荷密度 σ_P： 由于不同介质的极化强度不同，因此在界面可能会出现极化面电荷，其面电荷密度 σ_P 与 $\vec{P}_1$、$\vec{P}_2$ 的关系如何？

模型计算：



如图介质 1 和介质 2 之界面小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$，

小面积元的法向 $\vec{n}$ 从介质 1 指向介质 2 。

介质 1 的偶极子有的穿过小面积元，穿过小面积元而落在介质 2 的电荷为：$\vec{P}_1\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ （因为介质 2 在小面积元正向）

留在介质 1 （小面积元反向）的电荷为： $-\vec{P}_1\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$。

留在介质 1 的电荷被介质 1 中的其他电荷所抵消（或者贡献于体电荷密度 ρ_P）

因此，介质 1 的分子对界面面电荷的贡献为： $\vec{P}_1\cdot\vec{n}_{12}\,\mathrm{d}\sigma$（$\vec{n}$ 从 1 指向 2，$\vec{n}_{12}=\vec{n}$）

类似地，介质 2 的分子对界面面电荷的贡献为： $\vec{P}_2\cdot\vec{n}_{21}\,\mathrm{d}\sigma$（$\vec{n}$ 从 1 指向 2，$\vec{n}_{21}=-\vec{n}$）

小面积元上的面电荷： $\vec{n}\cdot(\vec{P}_1-\vec{P}_2)\,\mathrm{d}\sigma$

极化面电荷密度 σ_P： 由于不同介质的极化强度不同，因此在界面可能会出现极化面电荷，其面电荷密度 σ_P 与 $\vec{P}_1$、$\vec{P}_2$ 的关系如何？

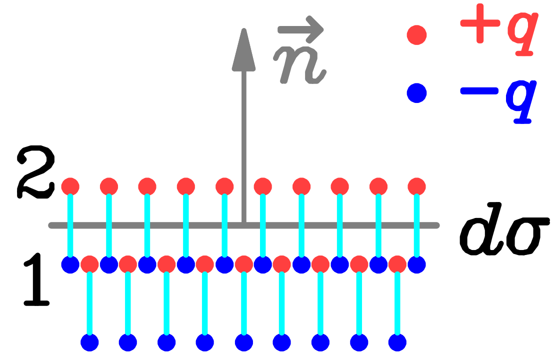
模型计算：

如图介质 1 和介质 2 之界面小面积元 $\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$，

小面积元的法向 $\vec{n}$ 从介质 1 指向介质 2 。

介质 1 的偶极子有的穿过小面积元，穿过小面积元而落在介质 2 的电荷为：$\vec{P}_1\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$ （因为介质 2 在小面积元正向）

留在介质 1 （小面积元反向）的电荷为： $-\vec{P}_1\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}\sigma$。



留在介质 1 的电荷被介质 1 中的其他电荷所抵消（或者贡献于体电荷密度 ρ_P）

因此，介质 1 的分子对界面面电荷的贡献为： $\vec{P}_1\cdot\vec{n}_{12}\,\mathrm{d}\sigma$（$\vec{n}$ 从 1 指向 2，$\vec{n}_{12}=\vec{n}$）

类似地，介质 2 的分子对界面面电荷的贡献为： $\vec{P}_2\cdot\vec{n}_{21}\,\mathrm{d}\sigma$（$\vec{n}$ 从 1 指向 2，$\vec{n}_{21}=-\vec{n}$）

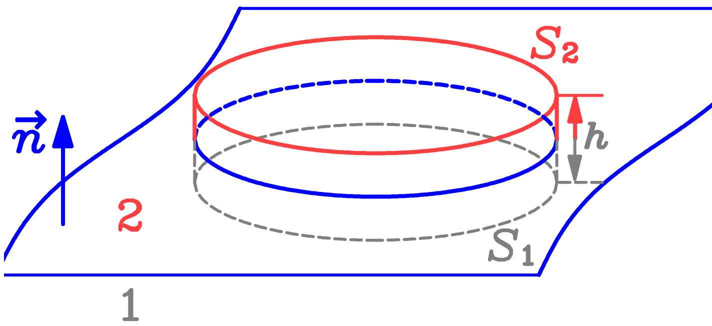
小面积元上的面电荷： $\vec{n}\cdot(\vec{P}_1-\vec{P}_2)\,\mathrm{d}\sigma$

极化面电荷密度：

$$\boxed{\sigma_P=-\vec{n}\cdot(\vec{P}_2-\vec{P}_1)}$$

另一种推导：

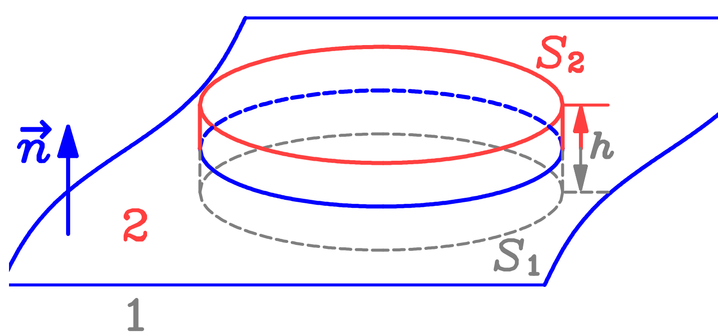
另一种推导： 出发点：$\rho_P = -\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{P}}$ 的积分形式：



$$Q_P = -\oint_S \vec{\boldsymbol{n}} \cdot \vec{\boldsymbol{P}}\, \mathrm{d}\sigma \qquad (1)$$

另一种推导：　出发点：$\rho_P = -\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{P}}$ 的积分形式：

$$Q_P = -\oint_S \vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma \qquad (1)$$

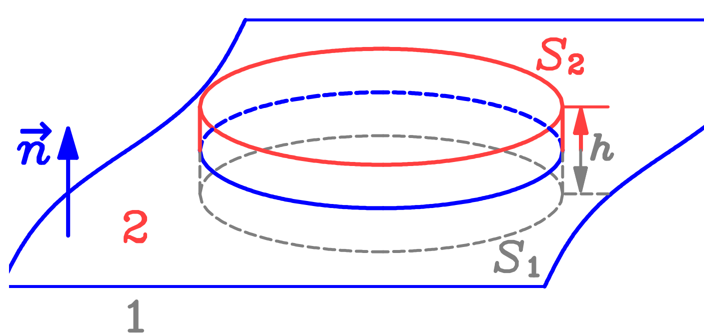


取 S 为如图小扁柱面 (pillbox)，

(1) 左边　$Q_P = \int_V \rho_P \mathrm{d}\tau = \lim_{h\to 0} \rho_P h\, S = \sigma_P\, S$

另一种推导： 出发点：$\rho_P = -\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{P}}$ 的积分形式：

$$Q_P = -\oint_S \vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma \qquad (1)$$



取 S 为如图小扁柱面 (pillbox)，

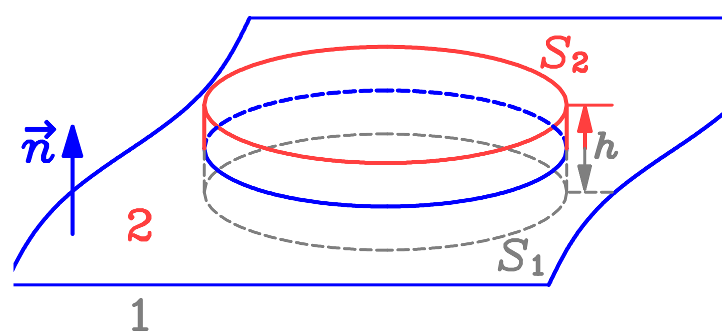
(1) 左边 $$Q_P = \int_V \rho_P \mathrm{d}\tau \;=\; \lim_{h\to 0}\rho_P h\, S = \sigma_P\, S$$

(1) 右边 $$-\oint_S \vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma \;=\; -\left[\,\vec{\boldsymbol{P}}_2\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,S \;+\vec{\boldsymbol{P}}_1\cdot(-\vec{\boldsymbol{n}})\,S + \int_{\text{侧面}}\vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma\right]$$

另一种推导： 出发点：$\rho_P = -\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{P}}$ 的积分形式：

$$Q_P = -\oint_S \vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma \qquad (1)$$

取 S 为如图小扁柱面 (pillbox)，



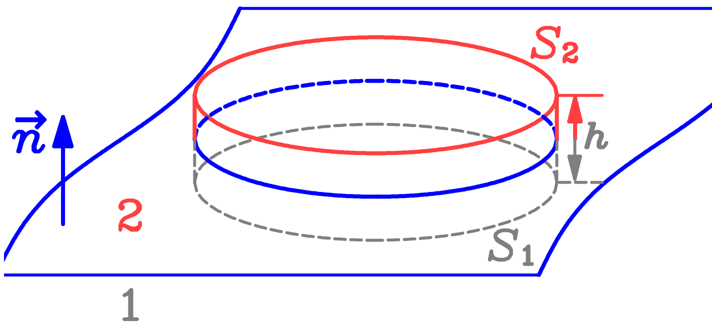
(1) 左边 $$Q_P = \int_V \rho_P \mathrm{d}\tau = \lim_{h\to 0}\rho_P h\, S = \sigma_P\, S$$

(1) 右边 $$-\oint_S \vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma = -\Big[\overbrace{\vec{\boldsymbol{P}}_2\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,S}^{S_2\text{ 外法向为 }\vec{\boldsymbol{n}}} + \overbrace{\vec{\boldsymbol{P}}_1\cdot(-\vec{\boldsymbol{n}})\,S}^{S_1\text{ 外法向为 }-\vec{\boldsymbol{n}}} + \int_{\text{侧面}}\vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma\Big]$$

另一种推导： 出发点：$\rho_P = -\nabla\cdot\vec{P}$ 的积分形式：

$$Q_P = -\oint_S \vec{n}\cdot\vec{P}\,\mathrm{d}\sigma \qquad (1)$$

取 S 为如图小扁柱面 (pillbox)，



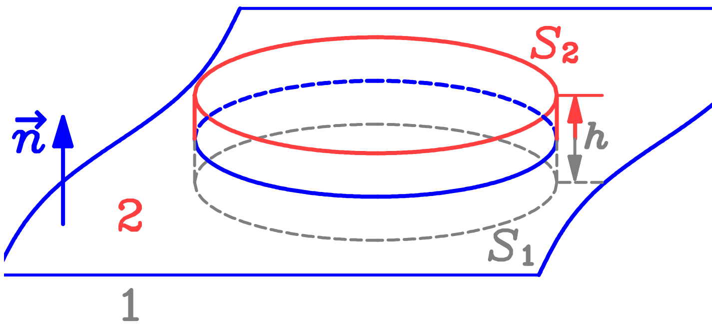
(1) 左边 $\quad Q_P = \int_V \rho_P \mathrm{d}\tau \quad = \lim\limits_{h\to 0} \rho_P h\, S = \sigma_P\, S$

(1) 右边 $\quad -\oint_S \vec{n}\cdot\vec{P}\,\mathrm{d}\sigma \quad = -\Big[\overbrace{\vec{P}_2\cdot\vec{n}\,S}^{S_2\text{ 外法向为 }\vec{n}} + \overbrace{\vec{P}_1\cdot(-\vec{n})\,S}^{S_1\text{ 外法向为 }-\vec{n}} + \overbrace{\int_{\text{侧面}} \vec{n}\cdot\vec{P}\,\mathrm{d}\sigma}^{h\,\to\,0\text{ 时为 }0}\Big]$

另一种推导： 出发点：$\rho_P = -\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{P}}$ 的积分形式：

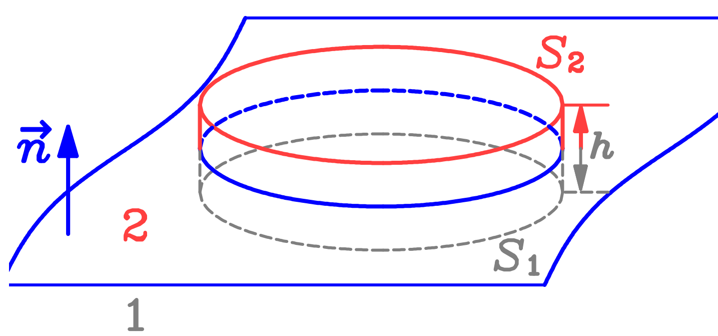
$$Q_P = -\oint_S \vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma \qquad (1)$$

取 S 为如图小扁柱面 (pillbox)，



(1) 左边 $$Q_P = \int_V \rho_P \mathrm{d}\tau = \lim_{h\to 0}\rho_P h\, S = \sigma_P\, S$$

(1) 右边 $$-\oint_S \vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma = -\Big[\overbrace{\vec{\boldsymbol{P}}_2\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,S}^{S_2\text{ 外法向为 }\vec{\boldsymbol{n}}} + \overbrace{\vec{\boldsymbol{P}}_1\cdot(-\vec{\boldsymbol{n}})\,S}^{S_1\text{ 外法向为 }-\vec{\boldsymbol{n}}} + \overbrace{\int_{\text{侧面}}\vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma}^{h\,\to\,0\text{ 时为 }0}\Big]$$
$$= -\vec{\boldsymbol{n}}\cdot(\vec{\boldsymbol{P}}_2 - \vec{\boldsymbol{P}}_1)\,S$$



另一种推导： 出发点：$\rho_P = -\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{P}}$ 的积分形式：

$$Q_P = -\oint_S \vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma \qquad (1)$$

取 S 为如图小扁柱面 (pillbox)，

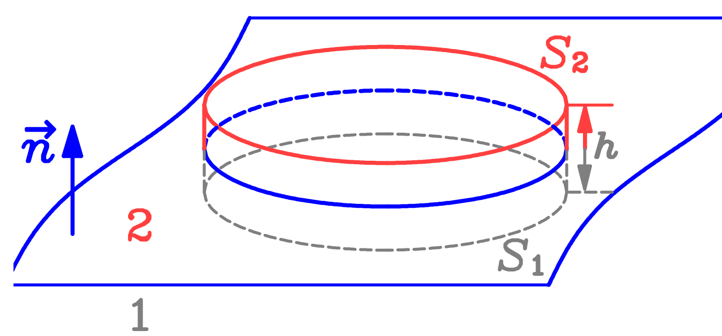
(1) 左边 $\quad Q_P = \int_V \rho_P \mathrm{d}\tau = \lim\limits_{h\to 0}\rho_P h\,S = \sigma_P\,S$

(1) 右边

$$-\oint_S \vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma = -\Big[\overbrace{\vec{\boldsymbol{P}}_2\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,S}^{S_2\text{ 外法向为 }\vec{\boldsymbol{n}}} + \overbrace{\vec{\boldsymbol{P}}_1\cdot(-\vec{\boldsymbol{n}})\,S}^{S_1\text{ 外法向为 }-\vec{\boldsymbol{n}}} + \overbrace{\int_{\text{侧面}}\vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma}^{h\,\to\,0\text{ 时为 }0}\Big]$$
$$= -\vec{\boldsymbol{n}}\cdot(\vec{\boldsymbol{P}}_2 - \vec{\boldsymbol{P}}_1)\,S$$

左 = 右

$$\boxed{\sigma_P = -\vec{\boldsymbol{n}}\cdot(\vec{\boldsymbol{P}}_2 - \vec{\boldsymbol{P}}_1)}$$



另一种推导： 出发点：$\rho_P = -\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{P}}$ 的积分形式：

$$Q_P = -\oint_S \vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma \qquad (1)$$

取 S 为如图小扁柱面 (pillbox)，

$$\text{(1) 左边}\quad Q_P = \int_V \rho_P \mathrm{d}\tau \quad = \lim_{h\to 0}\rho_P h\, S = \sigma_P\, S$$

$$\text{(1) 右边}\quad -\oint_S \vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma \quad = -\Big[\overbrace{\vec{\boldsymbol{P}}_2\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,S}^{S_2\text{ 外法向为 }\vec{\boldsymbol{n}}} + \overbrace{\vec{\boldsymbol{P}}_1\cdot(-\vec{\boldsymbol{n}})\,S}^{S_1\text{ 外法向为 }-\vec{\boldsymbol{n}}} + \overbrace{\int_{\text{侧面}}\vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma}^{h\,\to\,0\text{ 时为 }0}\Big]$$

$$= -\vec{\boldsymbol{n}}\cdot(\vec{\boldsymbol{P}}_2 - \vec{\boldsymbol{P}}_1)\,S$$

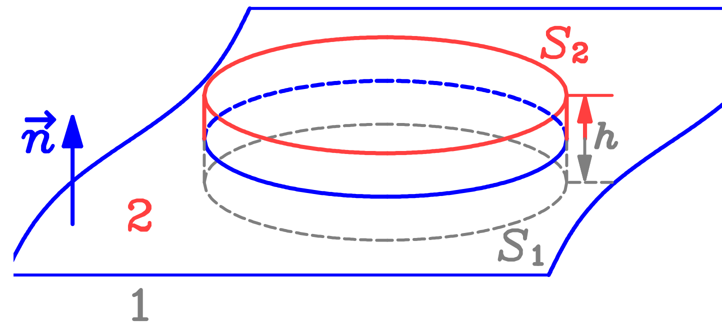
左 $=$ 右 $$\boxed{\sigma_P = -\vec{\boldsymbol{n}}\cdot(\vec{\boldsymbol{P}}_2 - \vec{\boldsymbol{P}}_1)}$$

$$\rho_P = -\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{P}} \quad\xRightarrow{\text{交界面形式}}\quad \sigma_P = -\vec{\boldsymbol{n}}\cdot(\vec{\boldsymbol{P}}_2 - \vec{\boldsymbol{P}}_1)$$

另一种推导： 出发点：$\rho_P = -\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{P}}$ 的积分形式：

$$Q_P = -\oint_S \vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma \qquad (1)$$

取 S 为如图小扁柱面 (pillbox)，



(1) 左边 $\quad Q_P = \int_V \rho_P \mathrm{d}\tau \quad = \lim\limits_{h\to 0}\rho_P h\, S = \sigma_P\, S$

(1) 右边 $\quad -\oint_S \vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma \quad = -\Big[\overbrace{\vec{\boldsymbol{P}}_2\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,S}^{S_2\text{ 外法向为 }\vec{\boldsymbol{n}}} + \overbrace{\vec{\boldsymbol{P}}_1\cdot(-\vec{\boldsymbol{n}})\,S}^{S_1\text{ 外法向为 }-\vec{\boldsymbol{n}}} + \overbrace{\int_{\text{侧面}}\vec{\boldsymbol{n}}\cdot\vec{\boldsymbol{P}}\,\mathrm{d}\sigma}^{h\,\to\,0\text{ 时为 }0}\Big]$

$$= -\vec{\boldsymbol{n}}\cdot(\vec{\boldsymbol{P}}_2 - \vec{\boldsymbol{P}}_1)\,S$$

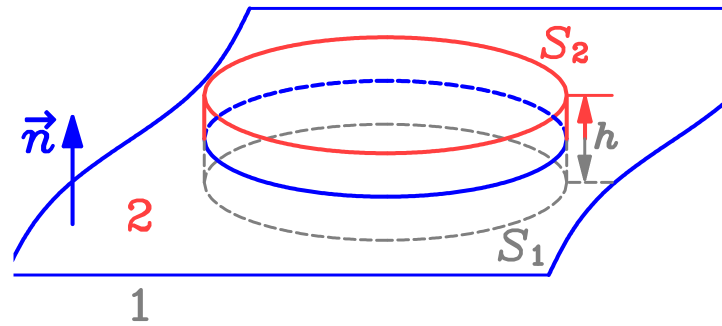
左 = 右 $\qquad \boxed{\sigma_P = -\vec{\boldsymbol{n}}\cdot(\vec{\boldsymbol{P}}_2 - \vec{\boldsymbol{P}}_1)}$

$$\rho_P = -\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{P}} \quad \xrightarrow{\text{交界面形式}} \quad \sigma_P = -\vec{\boldsymbol{n}}\cdot(\vec{\boldsymbol{P}}_2 - \vec{\boldsymbol{P}}_1)$$

当外电场改变时，分子正负电荷中心会相对位移，介质内部出现电流，称为：

另一种推导： 出发点：$\rho_P = -\nabla\cdot\vec{P}$ 的积分形式：

$$Q_P = -\oint_S \vec{n}\cdot\vec{P}\,\mathrm{d}\sigma \qquad (1)$$



取 S 为如图小扁柱面 (pillbox)，

(1) 左边 $\quad Q_P = \int_V \rho_P \mathrm{d}\tau = \lim\limits_{h\to 0}\rho_P h\, S = \sigma_P\, S$

(1) 右边 $\quad -\oint_S \vec{n}\cdot\vec{P}\,\mathrm{d}\sigma = -\Big[\underbrace{\vec{P}_2\cdot\vec{n}\,S}_{S_2\text{ 外法向为 }\vec{n}} + \underbrace{\vec{P}_1\cdot(-\vec{n})\,S}_{S_1\text{ 外法向为 }-\vec{n}} + \underbrace{\int_{\text{侧面}}\vec{n}\cdot\vec{P}\,\mathrm{d}\sigma}_{h\to 0\text{ 时为 }0}\Big]$

$$= -\vec{n}\cdot(\vec{P}_2-\vec{P}_1)\,S$$

左 = 右 $\qquad \boxed{\sigma_P = -\vec{n}\cdot(\vec{P}_2-\vec{P}_1)}$

$$\rho_P = -\nabla\cdot\vec{P} \xRightarrow{\text{交界面形式}} \sigma_P = -\vec{n}\cdot(\vec{P}_2-\vec{P}_1)$$

当外电场改变时，分子正负电荷中心会相对位移，介质内部出现电流，称为：极化电流 。用极化电流密度 $\vec{j}_P$ 描述。$\vec{j}_P$ 与 $\vec{P}$ 的关系如何？

电场变化时，介质中分子正负电荷中心以各种速度 $\vec{v}_k$ 运动。设速度为 $\vec{v}_k$ 的电荷密度为：ρ_k

电场变化时，介质中分子正负电荷中心以各种速度 $\vec{v}_k$ 运动。设速度为 $\vec{v}_k$ 的电荷密度为：ρ_k

$$\vec{j}_P = \sum_k \rho_k \vec{v}_k$$

电场变化时，介质中分子正负电荷中心以各种速度 $\vec{\boldsymbol{v}}_k$ 运动。设速度为 $\vec{\boldsymbol{v}}_k$ 的电荷密度为：ρ_k

$$\begin{aligned}\vec{\boldsymbol{j}}_P &= \sum_k \rho_k \vec{\boldsymbol{v}}_k \\ &= \sum_k \left[\frac{1}{\Delta V}\sum_{i\in k} q_i\right]\vec{\boldsymbol{v}}_k\end{aligned}$$

i 只对属于第 k 种运动速度的电荷中心求和

电场变化时，介质中分子正负电荷中心以各种速度 $\vec{v}_k$ 运动。设速度为 $\vec{v}_k$ 的电荷密度为：ρ_k

$$\begin{aligned}\vec{j}_P &= \sum_k \rho_k \vec{v}_k \\ &= \sum_k \left[\frac{1}{\Delta V}\sum_{i\in k} q_i\right]\vec{v}_k \\ &= \frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\vec{v}_i\end{aligned}$$

i 只对属于第 k 种运动速度的电荷中心求和

此时 i 对所有的电荷中心求和，因此 $\vec{v}_k$ 变成 $\vec{v}_i$

电场变化时，介质中分子正负电荷中心以各种速度 $\vec{v}_k$ 运动。设速度为 $\vec{v}_k$ 的电荷密度为：ρ_k

$$
\begin{aligned}
\vec{j}_P &= \sum_k \rho_k \vec{v}_k \\
&= \sum_k \left[\frac{1}{\Delta V} \sum_{i\in k} q_i \right] \vec{v}_k \qquad && i \text{ 只对属于第 } k \text{ 种运动速度的电荷中心求和} \\
&= \frac{1}{\Delta V} \sum_i q_i \, \vec{v}_i && \text{此时 } i \text{ 对所有的电荷中心求和，因此 } \vec{v}_k \text{ 变成 } \vec{v}_i \\
&= \frac{1}{\Delta V} \sum_i q_i \frac{\partial \vec{x}_i}{\partial t} && \text{利用了 } \vec{v}_i = \frac{\partial \vec{x}_i}{\partial t}
\end{aligned}
$$

电场变化时，介质中分子正负电荷中心以各种速度 $\vec{\boldsymbol{v}}_k$ 运动。设速度为 $\vec{\boldsymbol{v}}_k$ 的电荷密度为：ρ_k

$$
\begin{aligned}
\vec{\boldsymbol{j}}_P &= \sum_k \rho_k \vec{\boldsymbol{v}}_k \\
&= \sum_k \left[\frac{1}{\Delta V}\sum_{i\in k} q_i\right]\vec{\boldsymbol{v}}_k && i \text{ 只对属于第 } k \text{ 种运动速度的电荷中心求和} \\
&= \frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\vec{\boldsymbol{v}}_i && \text{此时 } i \text{ 对所有的电荷中心求和，因此 } \vec{\boldsymbol{v}}_k \text{ 变成 } \vec{\boldsymbol{v}}_i \\
&= \frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\frac{\partial \vec{\boldsymbol{x}}_i}{\partial t} && \text{利用了 } \vec{\boldsymbol{v}}_i = \frac{\partial \vec{\boldsymbol{x}}_i}{\partial t} \\
&= \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\vec{\boldsymbol{x}}_i\right]
\end{aligned}
$$

电场变化时，介质中分子正负电荷中心以各种速度 $\vec{v}_k$ 运动。设速度为 $\vec{v}_k$ 的电荷密度为：ρ_k

$$\begin{aligned}
\vec{j}_P &= \sum_k \rho_k \vec{v}_k \\
&= \sum_k \left[\frac{1}{\Delta V}\sum_{i\in k} q_i\right]\vec{v}_k \\
&= \frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\vec{v}_i \\
&= \frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\frac{\partial \vec{x}_i}{\partial t} \\
&= \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\vec{x}_i\right]
\end{aligned}$$

i 只对属于第 k 种运动速度的电荷中心求和

此时 i 对所有的电荷中心求和，因此 $\vec{v}_k$ 变成 $\vec{v}_i$

利用了 $\vec{v}_i = \dfrac{\partial \vec{x}_i}{\partial t}$

分子是电中性的，故电荷中心成对出现
对所有电荷 i 求和可写为对每个分子 m 求和

电场变化时，介质中分子正负电荷中心以各种速度 $\vec{v}_k$ 运动。设速度为 $\vec{v}_k$ 的电荷密度为：ρ_k

$$
\begin{aligned}
\vec{j}_P &= \sum_k \rho_k \vec{v}_k \\
&= \sum_k \left[\frac{1}{\Delta V}\sum_{i\in k} q_i\right]\vec{v}_k && i \text{ 只对属于第 } k \text{ 种运动速度的电荷中心求和} \\
&= \frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\vec{v}_i && \text{此时 } i \text{ 对所有的电荷中心求和，因此 } \vec{v}_k \text{ 变成 } \vec{v}_i \\
&= \frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\frac{\partial \vec{x}_i}{\partial t} && \text{利用了 } \vec{v}_i = \frac{\partial \vec{x}_i}{\partial t} \\
&= \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\vec{x}_i\right] && \text{分子是电中性的，故电荷中心成对出现；对所有电荷 } i \text{ 求和可写为对每个分子 } m \text{ 求和} \\
&= \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_m \left(|q_m|\vec{x}_{m_+} - |q_m|\vec{x}_{m_-}\right)\right] && \text{分子正电荷中心位于 } \vec{x}_{m_+}\text{，电量 } |q_m|\text{；负电荷中心位于 } \vec{x}_{m_-}\text{，电量 } -|q_m|
\end{aligned}
$$

电场变化时，介质中分子正负电荷中心以各种速度 $\vec{v}_k$ 运动。设速度为 $\vec{v}_k$ 的电荷密度为：ρ_k

$$\begin{aligned}
\vec{j}_P &= \sum_k \rho_k \vec{v}_k \\
&= \sum_k \left[\frac{1}{\Delta V}\sum_{i\in k} q_i\right]\vec{v}_k && i \text{ 只对属于第 } k \text{ 种运动速度的电荷中心求和} \\
&= \frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\vec{v}_i && \text{此时 } i \text{ 对所有的电荷中心求和，因此 } \vec{v}_k \text{ 变成 } \vec{v}_i \\
&= \frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\frac{\partial \vec{x}_i}{\partial t} && \text{利用了 } \vec{v}_i = \frac{\partial \vec{x}_i}{\partial t} \\
&= \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\vec{x}_i\right] && \text{分子是电中性的，故电荷中心成对出现} \\
& && \text{对所有电荷 } i \text{ 求和可写为对每个分子 } m \text{ 求和} \\
&= \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_m \left(|q_m|\vec{x}_{m_+} - |q_m|\vec{x}_{m_-}\right)\right] && \text{分子正电荷中心位于 } \vec{x}_{m_+}\text{，电量 } |q_m| \\
& && \text{负电荷中心位于 } \vec{x}_{m_-}\text{，电量 } -|q_m| \\
&= \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_m \vec{p}_m\right] = \frac{\partial}{\partial t}\vec{P} && \text{利用了 } \vec{p}_m = q_m\vec{l}_m = |q_m|(\vec{x}_{m_+} - \vec{x}_{m_-})
\end{aligned}$$

电场变化时，介质中分子正负电荷中心以各种速度 $\vec{v}_k$ 运动。设速度为 $\vec{v}_k$ 的电荷密度为：ρ_k

$$
\begin{aligned}
\vec{j}_P &= \sum_k \rho_k \vec{v}_k \\
&= \sum_k \left[\frac{1}{\Delta V}\sum_{i\in k} q_i\right]\vec{v}_k && i \text{ 只对属于第 } k \text{ 种运动速度的电荷中心求和} \\
&= \frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\vec{v}_i && \text{此时 } i \text{ 对所有的电荷中心求和，因此 } \vec{v}_k \text{ 变成 } \vec{v}_i \\
&= \frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\frac{\partial \vec{x}_i}{\partial t} && \text{利用了 } \vec{v}_i = \frac{\partial \vec{x}_i}{\partial t} \\
&= \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\vec{x}_i\right] && \text{分子是电中性的，故电荷中心成对出现；对所有电荷 } i \text{ 求和可写为对每个分子 } m \text{ 求和} \\
&= \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_m \left(|q_m|\vec{x}_{m_+} - |q_m|\vec{x}_{m_-}\right)\right] && \text{分子正电荷中心位于 } \vec{x}_{m_+}\text{，电量 } |q_m|\text{；负电荷中心位于 } \vec{x}_{m_-}\text{，电量 } -|q_m| \\
&= \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_m \vec{p}_m\right] = \frac{\partial}{\partial t}\vec{P} && \text{利用了 } \vec{p}_m = q_m\vec{l}_m = |q_m|(\vec{x}_{m_+} - \vec{x}_{m_-})
\end{aligned}
$$

$$\boxed{\vec{j}_P = \frac{\partial}{\partial t}\vec{P}}$$

电场变化时，介质中分子正负电荷中心以各种速度 $\vec{v}_k$ 运动。设速度为 $\vec{v}_k$ 的电荷密度为：ρ_k

$$\begin{aligned}\vec{j}_P &= \sum_k \rho_k \vec{v}_k \\ &= \sum_k \left[\frac{1}{\Delta V}\sum_{i\in k} q_i\right]\vec{v}_k \\ &= \frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\vec{v}_i \\ &= \frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\frac{\partial \vec{x}_i}{\partial t} \\ &= \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_i q_i\,\vec{x}_i\right] \\ &= \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_m \left(|q_m|\vec{x}_{m_+} - |q_m|\vec{x}_{m_-}\right)\right] \\ &= \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_m \vec{p}_m\right] = \frac{\partial}{\partial t}\vec{P}\end{aligned}$$

i 只对属于第 k 种运动速度的电荷中心求和

此时 i 对所有的电荷中心求和，因此 $\vec{v}_k$ 变成 $\vec{v}_i$

利用了 $\vec{v}_i = \dfrac{\partial \vec{x}_i}{\partial t}$

分子是电中性的，故电荷中心成对出现
对所有电荷 i 求和可写为对每个分子 m 求和

分子正电荷中心位于 $\vec{x}_{m_+}$，电量 $|q_m|$
负电荷中心位于 $\vec{x}_{m_-}$，电量 $-|q_m|$

利用了 $\vec{p}_m = q_m\vec{l}_m = |q_m|(\vec{x}_{m_+} - \vec{x}_{m_-})$

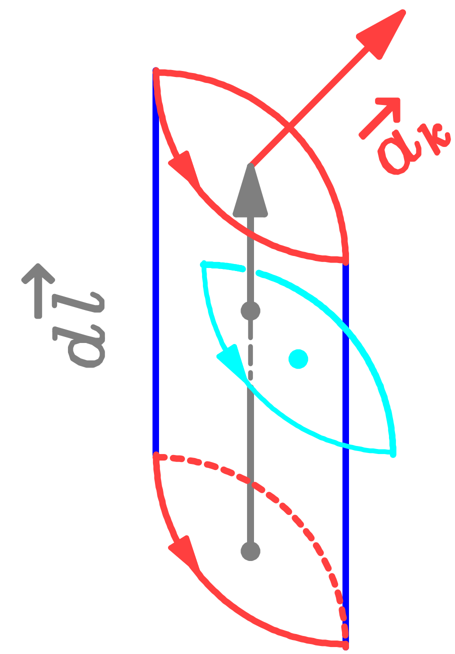
$$\boxed{\vec{j}_P = \frac{\partial}{\partial t}\vec{P}}$$

易验证极化电荷守恒：$\nabla\cdot\vec{j}_P = \dfrac{\partial}{\partial t}\nabla\cdot\vec{P} = -\dfrac{\partial \rho_P}{\partial t}$

二、介质的磁化、磁化电流

二、介质的磁化、磁化电流

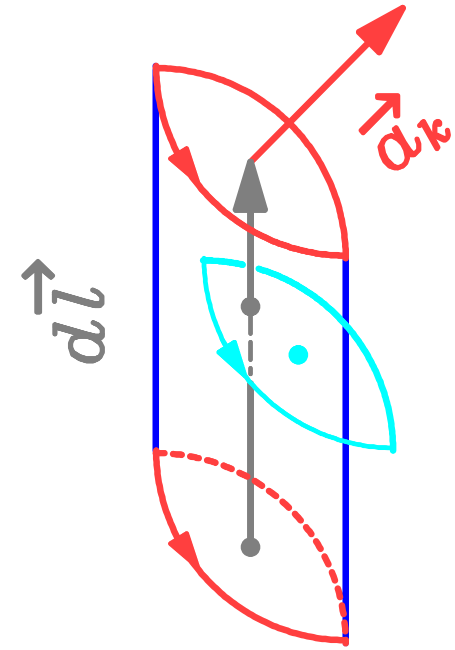
电子绕原子核运动，等效于小电流圈，称为分子电流。



二、介质的磁化、磁化电流

电子绕原子核运动，等效于小电流圈，称为分子电流。

分子电流用磁偶极子描述： $\vec{\boldsymbol{m}}_i = I_i\,\vec{\boldsymbol{a}}_i$

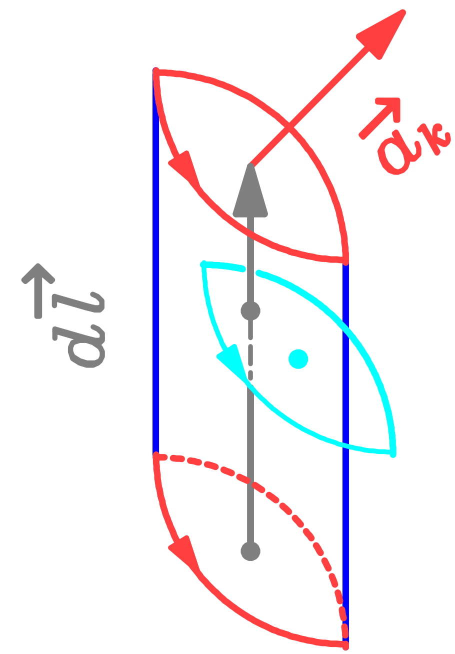


二、介质的磁化、磁化电流

电子绕原子核运动，等效于小电流圈，称为分子电流。

分子电流用磁偶极子描述： $\vec{\boldsymbol{m}}_i = I_i\,\vec{\boldsymbol{a}}_i$

$\vec{\boldsymbol{a}}_i$ 与 I_i 流向服从右手螺旋定则



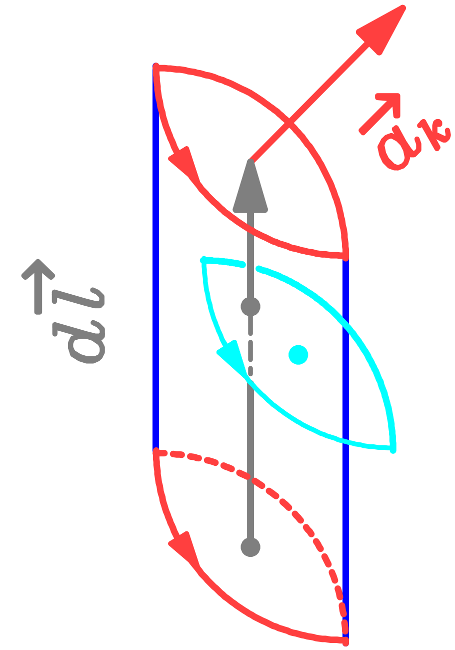
二、介质的磁化、磁化电流

电子绕原子核运动，等效于小电流圈，称为分子电流。

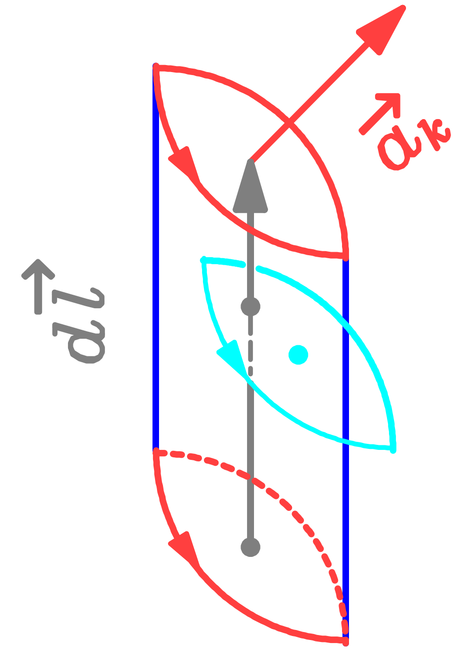
分子电流用磁偶极子描述： $\vec{\boldsymbol{m}}_i = I_i\,\vec{\boldsymbol{a}}_i$

$\vec{\boldsymbol{a}}_i$ 与 I_i 流向服从右手螺旋定则

无外磁场时，热运动使 $\vec{\boldsymbol{a}}_i$ 取向杂乱， 对宏观小区域 $\displaystyle\sum_i \vec{\boldsymbol{m}}_i = 0$



二、介质的磁化、磁化电流



电子绕原子核运动，等效于小电流圈，称为分子电流。

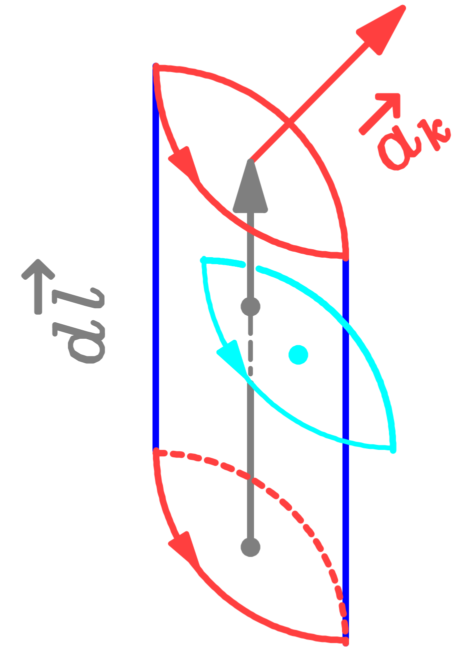
分子电流用磁偶极子描述： $\vec{m}_i = I_i \vec{a}_i$

$\vec{a}_i$ 与 I_i 流向服从右手螺旋定则

无外磁场时，热运动使 $\vec{a}_i$ 取向杂乱， 对宏观小区域 $\sum_i \vec{m}_i = 0$

加外磁场时，$\vec{a}_i$ 取向不再完全杂乱 $\sum_i \vec{m}_i \neq 0$

二、介质的磁化、磁化电流



电子绕原子核运动，等效于小电流圈，称为分子电流。

分子电流用磁偶极子描述： $\vec{m}_i = I_i\,\vec{a}_i$

$\vec{a}_i$ 与 I_i 流向服从右手螺旋定则

无外磁场时，热运动使 $\vec{a}_i$ 取向杂乱， 对宏观小区域 $\sum_i \vec{m}_i = 0$

加外磁场时，$\vec{a}_i$ 取向不再完全杂乱 $\sum_i \vec{m}_i \neq 0$

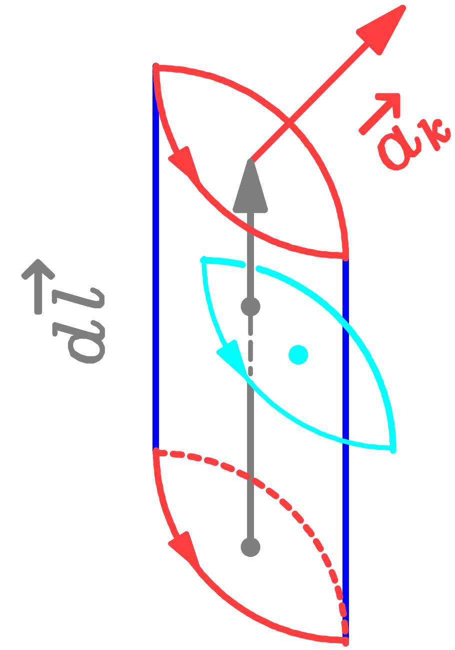
磁化强度 (magnetization) $\vec{M} \equiv \lim_{\Delta V\to 0}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_i \vec{m}_i\right] \neq 0$

二、介质的磁化、磁化电流

电子绕原子核运动，等效于小电流圈，称为分子电流。

分子电流用磁偶极子描述： $\vec{\boldsymbol{m}}_i = I_i\,\vec{\boldsymbol{a}}_i$

$\vec{\boldsymbol{a}}_i$ 与 I_i 流向服从右手螺旋定则



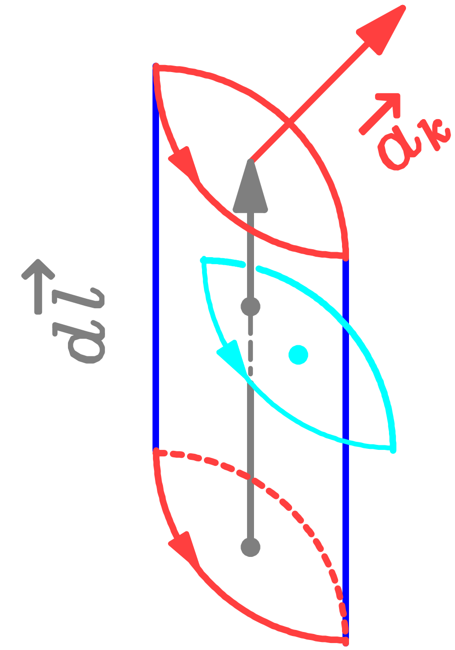
无外磁场时，热运动使 $\vec{\boldsymbol{a}}_i$ 取向杂乱， 对宏观小区域 $\sum\limits_i \vec{\boldsymbol{m}}_i = 0$

加外磁场时，$\vec{\boldsymbol{a}}_i$ 取向不再完全杂乱 $\sum\limits_i \vec{\boldsymbol{m}}_i \neq 0$

磁化强度 (magnetization) $\vec{\boldsymbol{M}} \equiv \lim\limits_{\Delta V\to 0}\left[\dfrac{1}{\Delta V}\sum\limits_i \vec{\boldsymbol{m}}_i\right] \neq 0$

（$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

二、介质的磁化、磁化电流



电子绕原子核运动，等效于小电流圈，称为分子电流。

分子电流用磁偶极子描述： $\vec{\boldsymbol{m}}_i = I_i \vec{\boldsymbol{a}}_i$

$\vec{\boldsymbol{a}}_i$ 与 I_i 流向服从右手螺旋定则

无外磁场时，热运动使 $\vec{\boldsymbol{a}}_i$ 取向杂乱， 对宏观小区域 $\sum_i \vec{\boldsymbol{m}}_i = 0$

加外磁场时，$\vec{\boldsymbol{a}}_i$ 取向不再完全杂乱 $\sum_i \vec{\boldsymbol{m}}_i \neq 0$

磁化强度 (magnetization) $\vec{M} \equiv \lim_{\Delta V \to 0} \left[\frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{\boldsymbol{m}}_i \right] \neq 0$

（$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

既然 $\vec{M} \neq 0$, 介质内部是否会有电流分布？即磁化电流密度是否为零 $\vec{j}_M \neq 0\,?$

二、介质的磁化、磁化电流

电子绕原子核运动，等效于小电流圈，称为分子电流。

分子电流用磁偶极子描述： $\vec{\boldsymbol{m}}_i = I_i\,\vec{\boldsymbol{a}}_i$

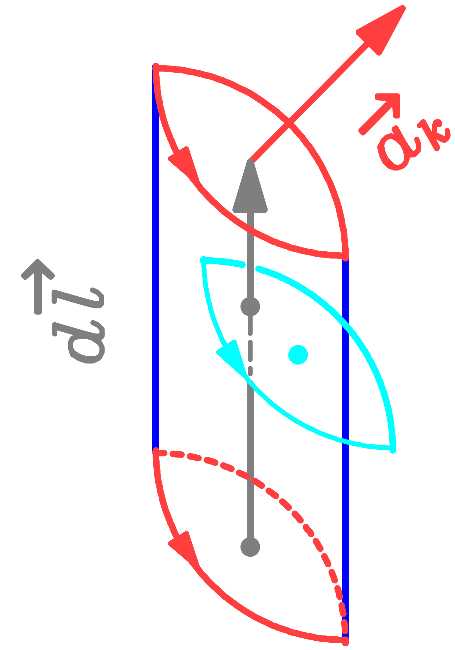
$\vec{\boldsymbol{a}}_i$ 与 I_i 流向服从右手螺旋定则

无外磁场时，热运动使 $\vec{\boldsymbol{a}}_i$ 取向杂乱， 对宏观小区域 $\sum_i \vec{\boldsymbol{m}}_i = 0$

加外磁场时，$\vec{\boldsymbol{a}}_i$ 取向不再完全杂乱 $\sum_i \vec{\boldsymbol{m}}_i \neq 0$

磁化强度 (magnetization) $\vec{\boldsymbol{M}} \equiv \lim_{\Delta V\to 0}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_i \vec{\boldsymbol{m}}_i\right] \neq 0$

（$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

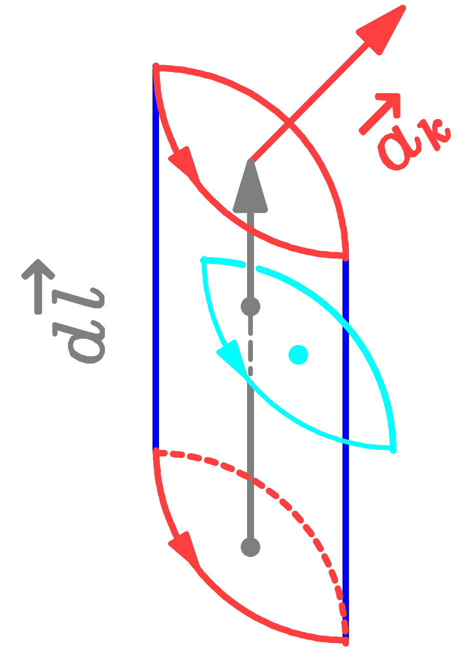


既然 $\vec{\boldsymbol{M}} \neq 0$, 介质内部是否会有电流分布？即磁化电流密度是否为零 $\vec{\boldsymbol{j}}_M \neq 0\,?$

介质中有多种分子，以小电流圈中心位置作为分子的位置

二、介质的磁化、磁化电流

电子绕原子核运动，等效于小电流圈，称为分子电流。



分子电流用磁偶极子描述：$\vec{m}_i = I_i\,\vec{a}_i$

$\vec{a}_i$ 与 I_i 流向服从右手螺旋定则

无外磁场时，热运动使 $\vec{a}_i$ 取向杂乱，对宏观小区域 $\sum_i \vec{m}_i = 0$

加外磁场时，$\vec{a}_i$ 取向不再完全杂乱 $\sum_i \vec{m}_i \neq 0$

磁化强度 (magnetization) $\vec{M} \equiv \lim_{\Delta V\to 0}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_i \vec{m}_i\right] \neq 0$

（$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

既然 $\vec{M} \neq 0$, 介质内部是否会有电流分布？即磁化电流密度是否为零 $\vec{j}_M \neq 0$？

介质中有多种分子，以小电流圈中心位置作为分子的位置

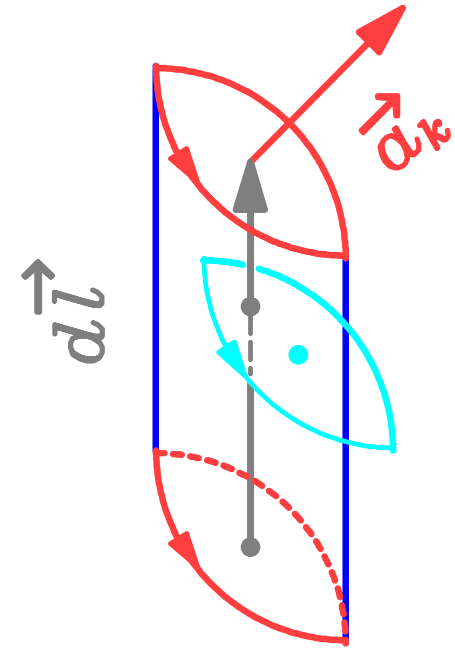
第 k 种分子的磁偶极矩为 $\vec{m}_k = I_k\vec{a}_k$，单位体积有 n_k 个第 k 种分子

二、介质的磁化、磁化电流

电子绕原子核运动，等效于小电流圈，称为分子电流。

分子电流用磁偶极子描述：$\vec{m}_i = I_i\,\vec{a}_i$

$\vec{a}_i$ 与 I_i 流向服从右手螺旋定则



无外磁场时，热运动使 $\vec{a}_i$ 取向杂乱，对宏观小区域 $\sum_i \vec{m}_i = 0$

加外磁场时，$\vec{a}_i$ 取向不再完全杂乱 $\sum_i \vec{m}_i \neq 0$

磁化强度 (magnetization) $\vec{M} \equiv \lim_{\Delta V \to 0}\left[\frac{1}{\Delta V}\sum_i \vec{m}_i\right] \neq 0$

（$\Delta V \to 0$ 仍包含大量分子）

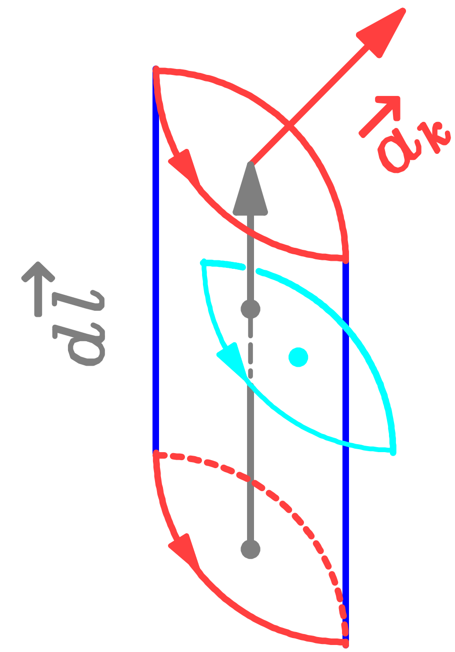
既然 $\vec{M} \neq 0$, 介质内部是否会有电流分布？即磁化电流密度是否为零 $\vec{j}_M \neq 0$？

介质中有多种分子，以小电流圈中心位置作为分子的位置

第 k 种分子的磁偶极矩为 $\vec{m}_k = I_k\vec{a}_k$，单位体积有 n_k 个第 k 种分子

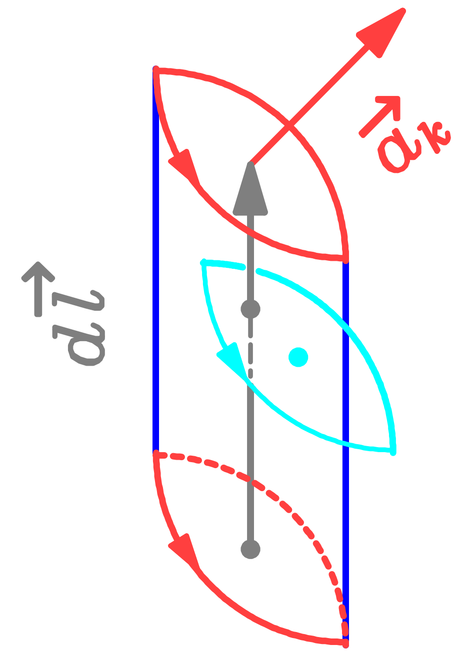
在介质内取一有向线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$，设有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被此小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过。

有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过。



有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过。

显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

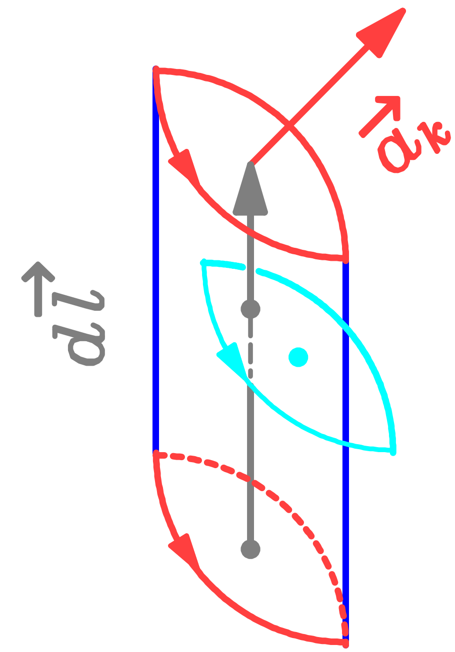


Let there be light

有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 d$\vec{l}$ 穿过。

显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

则该分子的电流圈被小线段元 d$\vec{l}$ 穿过，从而： $\eta_k = n_k \left(\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}\right)$

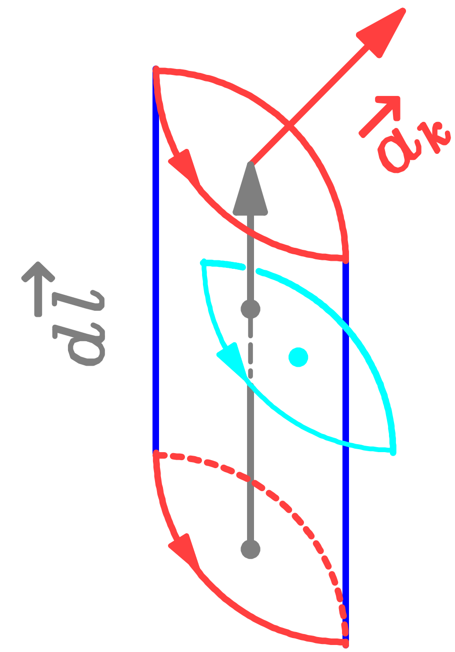


有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过。

显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

则该分子的电流圈被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，从而：$\eta_k = n_k\left(\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}\right)$

这 η_k 个电流圈的电流从小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边流出，从其右边流入。



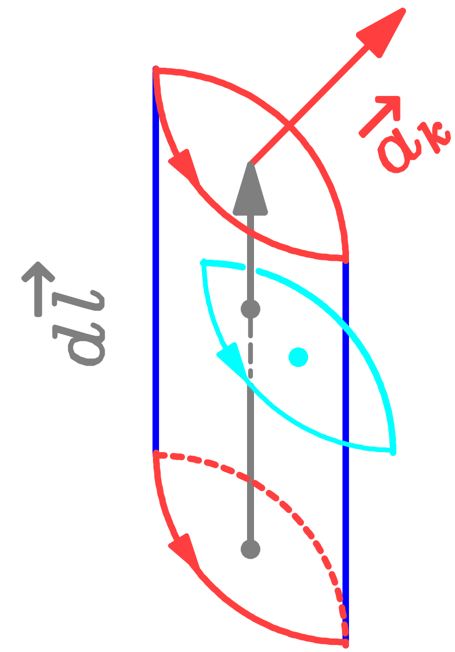
有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 $\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 穿过。

显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

则该分子的电流圈被小线段元 $\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 穿过，从而： $\eta_k = n_k\left(\vec{\boldsymbol{a}}_k \cdot \mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}\right)$

这 η_k 个电流圈的电流从小线段元 $\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 的左边流出，从其右边流入。

所以，对于右图所示情况，由于线段元 $\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 穿过一些电流圈，



有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过。

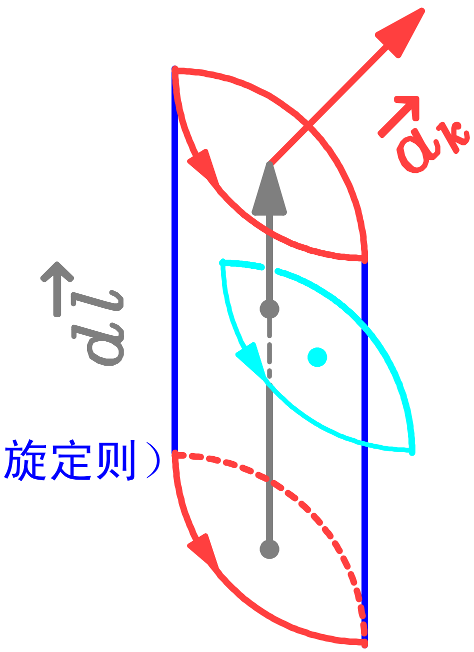
显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

则该分子的电流圈被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，从而：$\eta_k = n_k\left(\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}\right)$

这 η_k 个电流圈的电流从小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边流出，从其右边流入。

所以，对于右图所示情况，由于线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈，

使得 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边有 $\mathrm{d}I$ 流出，右边有 $\mathrm{d}I$ 流入。（更准确地应该用右手螺旋定则）



有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 d$\vec{l}$ 穿过。

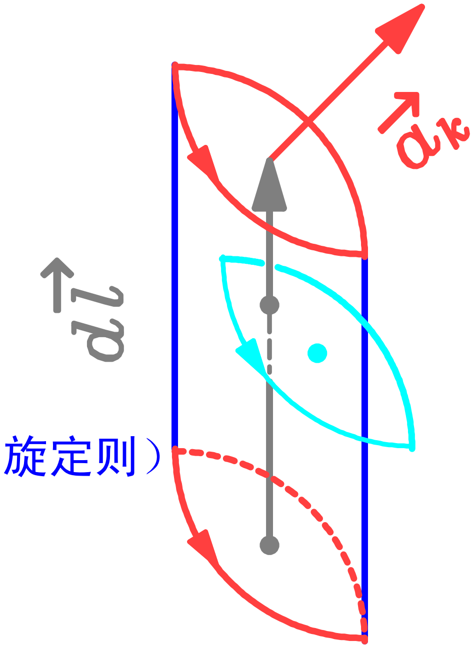
显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

则该分子的电流圈被小线段元 d$\vec{l}$ 穿过，从而： $\eta_k = n_k\,(\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}\,)$

这 η_k 个电流圈的电流从小线段元 d$\vec{l}$ 的左边流出，从其右边流入。

所以，对于右图所示情况，由于线段元 d$\vec{l}$ 穿过一些电流圈，

使得 d$\vec{l}$ 的左边有 dI 流出，右边有 dI 流入。（更准确地应该用右手螺旋定则）



$$\mathrm{d}I = \qquad I_k\,\eta_k$$

有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过。

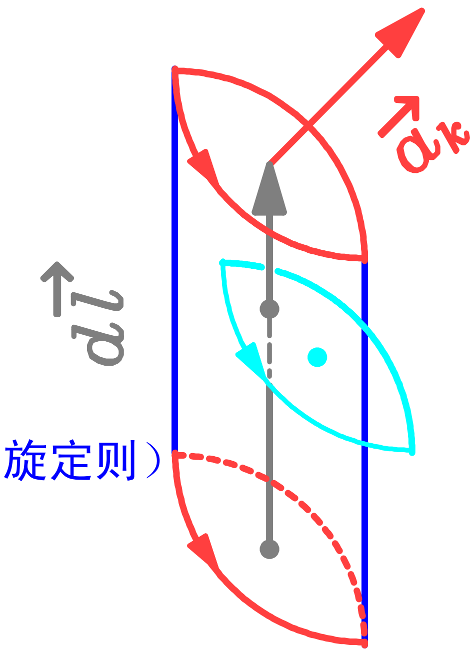
显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

则该分子的电流圈被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，从而： $\eta_k = n_k\,(\vec{a}_k\cdot \mathrm{d}\vec{l}\,)$

这 η_k 个电流圈的电流从小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边流出，从其右边流入。

所以，对于右图所示情况，由于线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈，

使得 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边有 $\mathrm{d}I$ 流出，右边有 $\mathrm{d}I$ 流入。（更准确地应该用右手螺旋定则）



$$\mathrm{d}I = \sum_k I_k\,\eta_k$$

有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 d$\vec{l}$ 穿过。

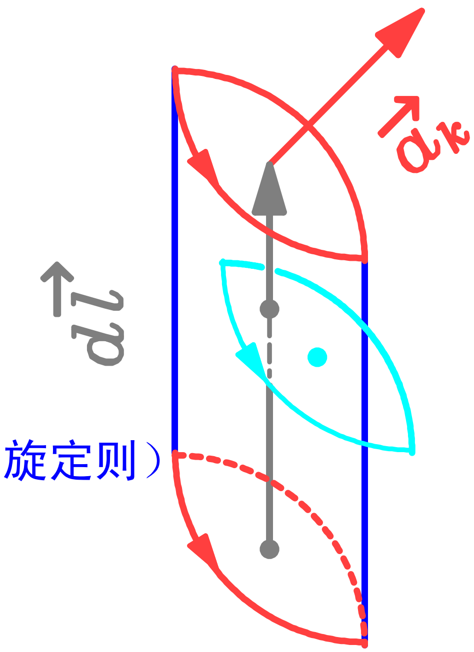
显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

则该分子的电流圈被小线段元 d$\vec{l}$ 穿过，从而： $\eta_k = n_k\,(\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}\,)$

这 η_k 个电流圈的电流从小线段元 d$\vec{l}$ 的左边流出，从其右边流入。

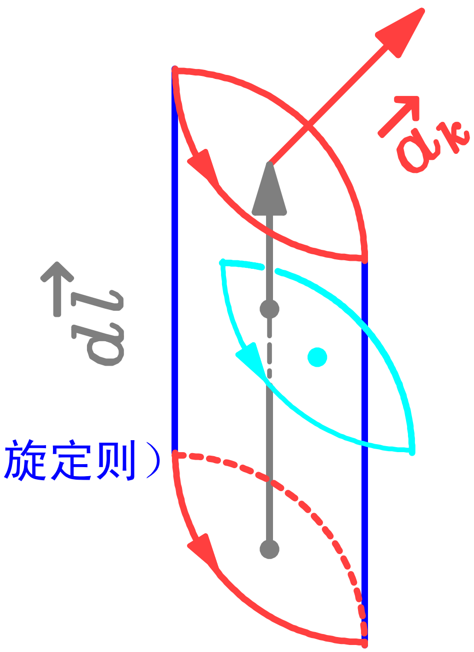
所以，对于右图所示情况，由于线段元 d$\vec{l}$ 穿过一些电流圈，

使得 d$\vec{l}$ 的左边有 dI 流出，右边有 dI 流入。（更准确地应该用右手螺旋定则）



$$\mathrm{d}I = \sum_k I_k\,\eta_k = \sum_k n_k\,I_k\,\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过。



显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

则该分子的电流圈被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，从而： $\eta_k = n_k\,(\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l})$

这 η_k 个电流圈的电流从小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边流出，从其右边流入。

所以，对于右图所示情况，由于线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈，

使得 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边有 $\mathrm{d}I$ 流出，右边有 $\mathrm{d}I$ 流入。（更准确地应该用右手螺旋定则）

$$\mathrm{d}I = \sum_k I_k\,\eta_k = \sum_k n_k\,I_k\,\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_k n_k\,I_k\vec{a}_k \;\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过。

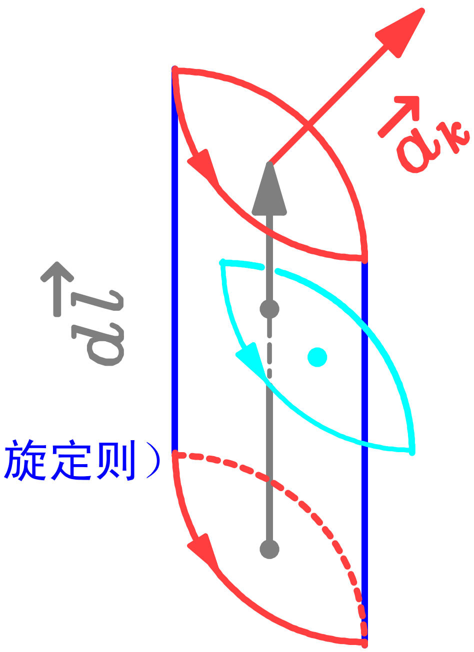
显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

则该分子的电流圈被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，从而： $\eta_k = n_k\,(\vec{a}_k\cdot\mathrm{d}\vec{l})$

这 η_k 个电流圈的电流从小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边流出，从其右边流入。

所以，对于右图所示情况，由于线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈，

使得 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边有 $\mathrm{d}I$ 流出，右边有 $\mathrm{d}I$ 流入。（更准确地应该用右手螺旋定则）



$$\mathrm{d}I = \sum_k I_k\,\eta_k = \sum_k n_k\,I_k\,\vec{a}_k\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \sum_k n_k\,\underbrace{I_k\vec{a}_k}_{\vec{m}_k}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

Let there be light

有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过。

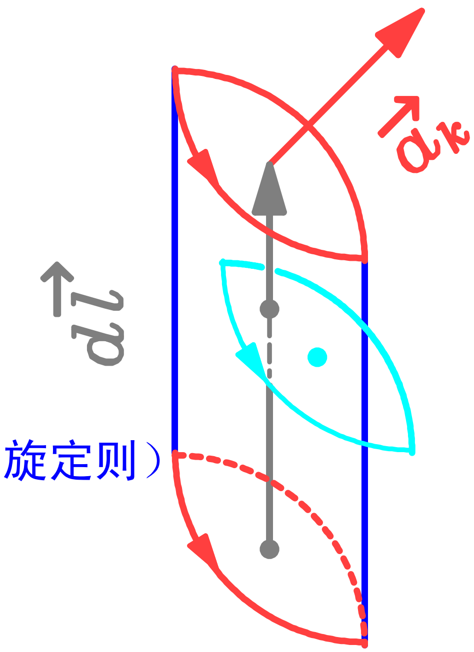
显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

则该分子的电流圈被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，从而： $\eta_k = n_k\left(\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}\right)$

这 η_k 个电流圈的电流从小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边流出，从其右边流入。

所以，对于右图所示情况，由于线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈，

使得 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边有 $\mathrm{d}I$ 流出，右边有 $\mathrm{d}I$ 流入。（更准确地应该用右手螺旋定则）



$$\mathrm{d}I = \sum_k I_k\,\eta_k = \sum_k n_k\,I_k\,\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \left[\sum_k n_k\,\underbrace{I_k\vec{a}_k}_{\vec{m}_k}\right] \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过。

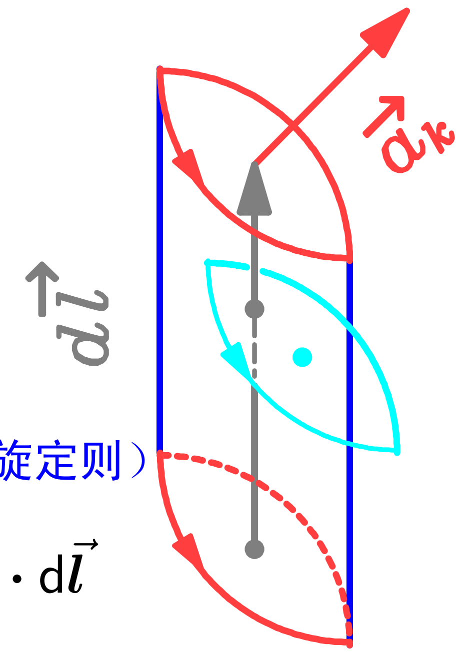
显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

则该分子的电流圈被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，从而：$\eta_k = n_k\,(\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l})$

这 η_k 个电流圈的电流从小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边流出，从其右边流入。

所以，对于右图所示情况，由于线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈，

使得 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边有 $\mathrm{d}I$ 流出，右边有 $\mathrm{d}I$ 流入。（更准确地应该用右手螺旋定则）



$$\mathrm{d}I = \sum_k I_k\,\eta_k = \sum_k n_k\,I_k\,\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \Big[\sum_k n_k\,\underbrace{I_k\vec{a}_k}_{\vec{m}_k}\Big] \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过。

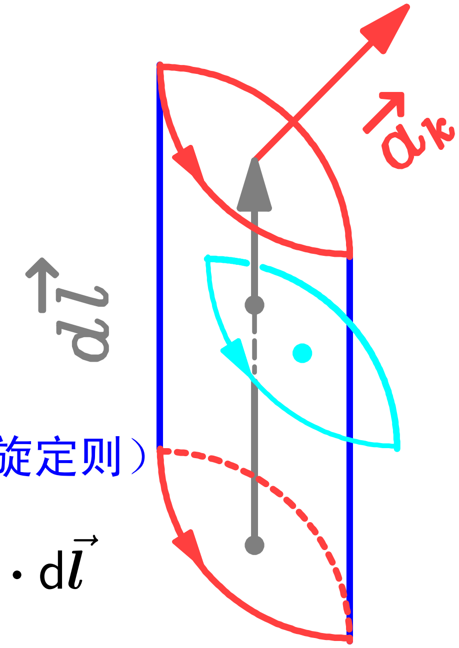
显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

则该分子的电流圈被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，从而： $\eta_k = n_k\,(\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l})$

这 η_k 个电流圈的电流从小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边流出，从其右边流入。

所以，对于右图所示情况，由于线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈，

使得 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边有 $\mathrm{d}I$ 流出，右边有 $\mathrm{d}I$ 流入。（更准确地应该用右手螺旋定则）



$$\mathrm{d}I = \sum_k I_k\,\eta_k = \sum_k n_k\,I_k\,\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \Big[\sum_k n_k\,\underbrace{I_k\vec{a}_k}_{\vec{m}_k}\Big] \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\mathrm{d}I = \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过。

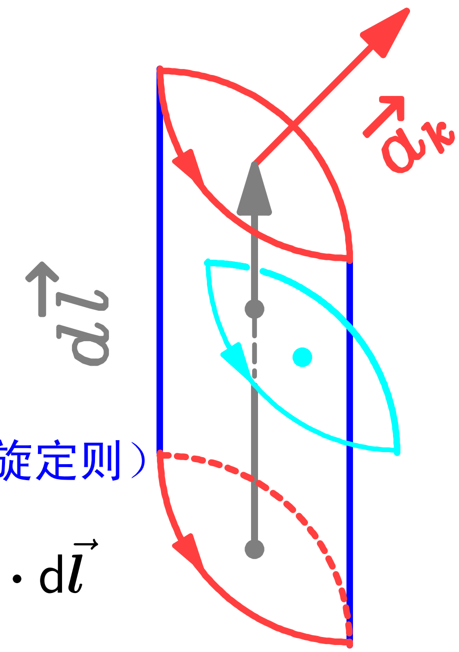
显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

则该分子的电流圈被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，从而：$\eta_k = n_k \left(\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}\right)$

这 η_k 个电流圈的电流从小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边流出，从其右边流入。

所以，对于右图所示情况，由于线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈，

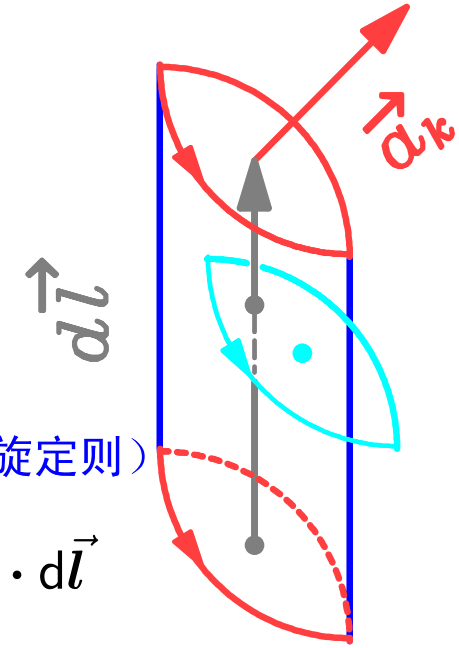
使得 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边有 $\mathrm{d}I$ 流出，右边有 $\mathrm{d}I$ 流入。（更准确地应该用右手螺旋定则）



$$\mathrm{d}I = \sum_k I_k \eta_k = \sum_k n_k I_k \vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \Big[\sum_k n_k \underbrace{I_k \vec{a}_k}_{\vec{m}_k}\Big] \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$\mathrm{d}I = \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$　因小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathrm{d}\vec{l}$ 流动之电流

（流向由右手螺旋定则确定）



有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过。

显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

则该分子的电流圈被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，从而： $\eta_k = n_k\,(\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l})$

这 η_k 个电流圈的电流从小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边流出，从其右边流入。

所以，对于右图所示情况，由于线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈，

使得 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边有 $\mathrm{d}I$ 流出，右边有 $\mathrm{d}I$ 流入。（更准确地应该用右手螺旋定则）

$$\mathrm{d}I = \sum_k I_k\,\eta_k = \sum_k n_k\,I_k\,\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \left[\sum_k n_k\,\underbrace{I_k\vec{a}_k}_{\vec{m}_k}\right] \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$\mathrm{d}I = \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 因小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathrm{d}\vec{l}$ 流动之电流

（流向由右手螺旋定则确定）

$$I_L = \int_L \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过。

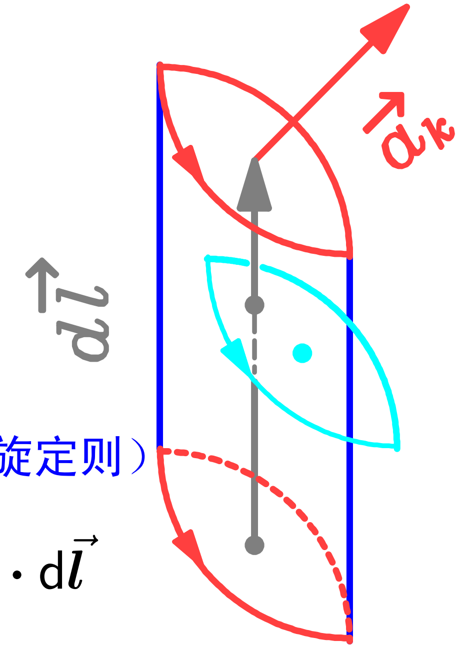
显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

则该分子的电流圈被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，从而：$\eta_k = n_k\,(\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}\,)$

这 η_k 个电流圈的电流从小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边流出，从其右边流入。

所以，对于右图所示情况，由于线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈，

使得 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边有 $\mathrm{d}I$ 流出，右边有 $\mathrm{d}I$ 流入。（更准确地应该用右手螺旋定则）



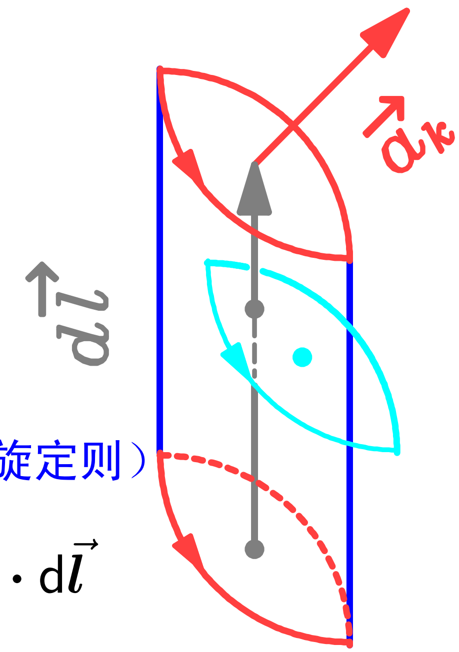
$$\mathrm{d}I = \sum_k I_k\,\eta_k = \sum_k n_k\,I_k\,\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \Big[\sum_k n_k\,\underbrace{I_k\vec{a}_k}_{\vec{m}_k}\Big] \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$\mathrm{d}I = \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 因小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathrm{d}\vec{l}$ 流动之电流

（流向由右手螺旋定则确定）

$I_L = \int_L \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 因线段 L 穿过一些电流圈而出现的绕 L 流动的电流

有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过。



显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

则该分子的电流圈被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，从而： $\eta_k = n_k\,(\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}\,)$

这 η_k 个电流圈的电流从小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边流出，从其右边流入。

所以，对于右图所示情况，由于线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈，

使得 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边有 $\mathrm{d}I$ 流出，右边有 $\mathrm{d}I$ 流入。（更准确地应该用右手螺旋定则）

$$\mathrm{d}I = \sum_k I_k\,\eta_k = \sum_k n_k\,I_k\,\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \Big[\sum_k n_k\,\underbrace{I_k\vec{a}_k}_{\vec{m}_k}\Big] \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$\mathrm{d}I = \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 因小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathrm{d}\vec{l}$ 流动之电流

（流向由右手螺旋定则确定）

$I_L = \displaystyle\int_L \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 因线段 L 穿过一些电流圈而出现的绕 L 流动的电流

$$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过。

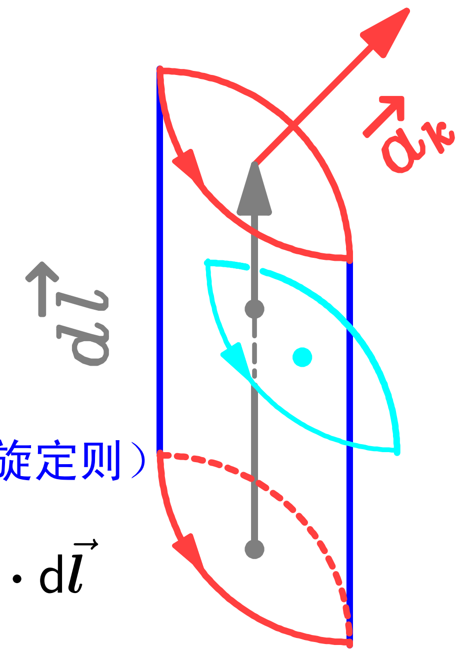
显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

则该分子的电流圈被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，从而：$\eta_k = n_k\,(\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}\,)$

这 η_k 个电流圈的电流从小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边流出，从其右边流入。

所以，对于右图所示情况，由于线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈，

使得 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边有 $\mathrm{d}I$ 流出，右边有 $\mathrm{d}I$ 流入。（更准确地应该用右手螺旋定则）



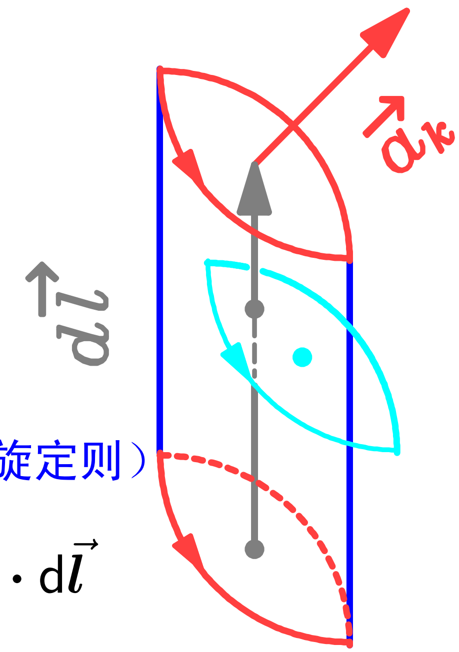
$$\mathrm{d}I = \sum_k I_k\,\eta_k = \sum_k n_k\,I_k\,\vec{a}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \Big[\sum_k n_k\,\underbrace{I_k\vec{a}_k}_{\vec{m}_k}\Big] \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$\mathrm{d}I = \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$　因小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathrm{d}\vec{l}$ 流动之电流

（流向由右手螺旋定则确定）

$I_L = \int_L \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$　因线段 L 穿过一些电流圈而出现的绕 L 流动的电流

$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$　因闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流



有 η_k 个第 k 种磁偶极子（电流圈）被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过。

显然，如果某个第 k 种分子的中心落在如图所示小圆柱体积元内，

则该分子的电流圈被小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，从而：$\eta_k = n_k\,(\vec{a}_k\cdot\mathrm{d}\vec{l}\,)$

这 η_k 个电流圈的电流从小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边流出，从其右边流入。

所以，对于右图所示情况，由于线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈，

使得 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的左边有 $\mathrm{d}I$ 流出，右边有 $\mathrm{d}I$ 流入。（更准确地应该用右手螺旋定则）

$$\mathrm{d}I = \sum_k I_k\,\eta_k = \sum_k n_k\,I_k\,\vec{a}_k\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \Big[\sum_k n_k\,\underbrace{I_k\vec{a}_k}_{\vec{m}_k}\Big]\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \vec{M}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$\mathrm{d}I = \vec{M}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$ 　因小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathrm{d}\vec{l}$ 流动之电流

（流向由右手螺旋定则确定）

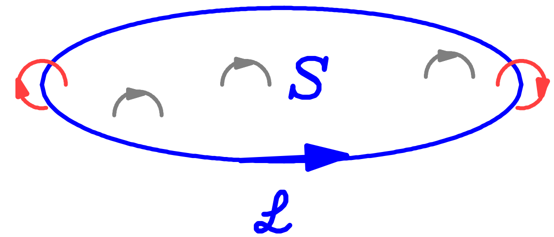
$I_L = \int_L \vec{M}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$ 　因线段 L 穿过一些电流圈而出现的绕 L 流动的电流

$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$ 　因闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流

（流向由右手螺旋定则确定，四指为 $\mathcal{L}$ 方向，拇指为电流流向）

Let there be light

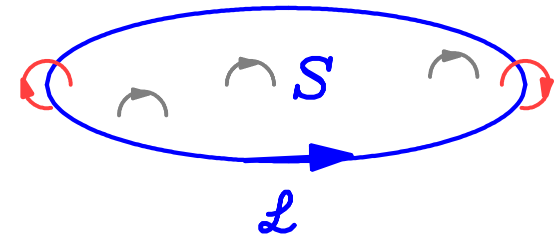
$$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



Let there be light

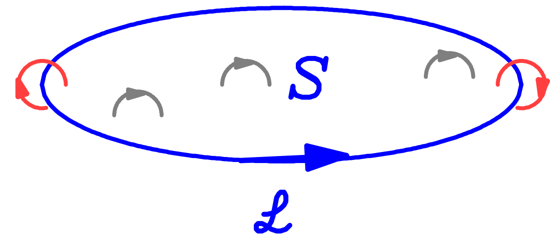
$$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

是由于闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流



Let there be light

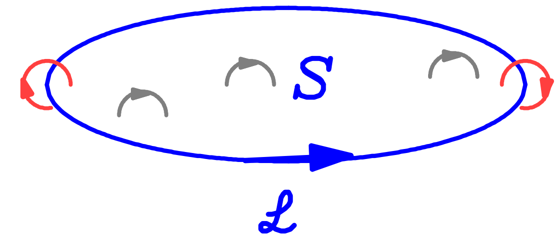
$$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



是由于闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流

（流向由右手螺旋定则确定，如右图情况为向上为正）

$$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



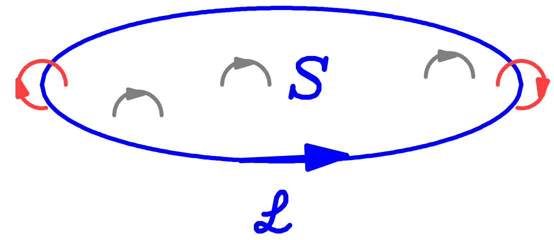
是由于闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流

（流向由右手螺旋定则确定，如右图情况为向上为正）

如果假设流过以闭合路径 $\mathcal{L}$ 为边界的曲面 S 的电流强度为 I_S

Let there be light

$$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



是由于闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流

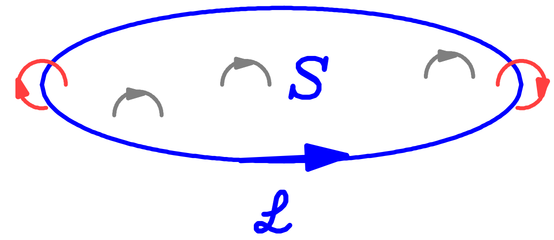
（流向由右手螺旋定则确定，如右图情况为向上为正）

如果假设流过以闭合路径 $\mathcal{L}$ 为边界的曲面 S 的电流强度为 I_S

那么，由于分子电流圈是闭合的，不被 $\mathcal{L}$ 穿过的小电流圈（如右图灰色圈）的电流穿过曲面 S 上下各一次，对 I_S 没有贡献

Let there be light

$$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



是由于闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流

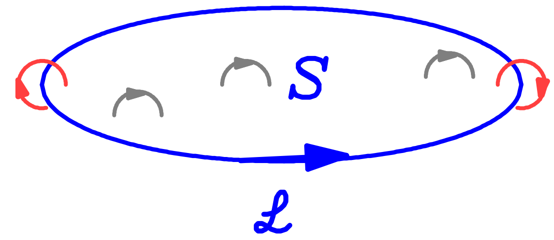
（流向由右手螺旋定则确定，如右图情况为向上为正）

如果假设流过以闭合路径 $\mathcal{L}$ 为边界的曲面 S 的电流强度为 I_S

那么，由于分子电流圈是闭合的，不被 $\mathcal{L}$ 穿过的小电流圈（如右图灰色圈）的电流穿过曲面 S 上下各一次，对 I_S 没有贡献

只有那些由于被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈对 I_S 才有贡献

$$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



是由于闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流

（流向由右手螺旋定则确定，如右图情况为向上为正）

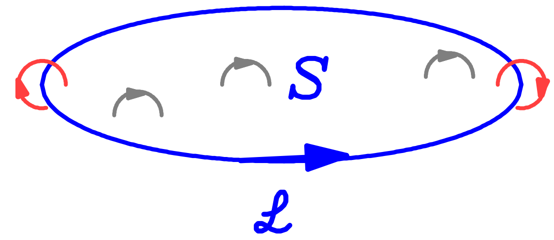
如果假设流过以闭合路径 $\mathcal{L}$ 为边界的曲面 S 的电流强度为 I_S

那么，由于分子电流圈是闭合的，不被 $\mathcal{L}$ 穿过的小电流圈（如右图灰色圈）的电流穿过曲面 S 上下各一次，对 I_S 没有贡献

只有那些由于被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈对 I_S 才有贡献

这些被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈产生绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流 I

$$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



是由于闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流

（流向由右手螺旋定则确定，如右图情况为向上为正）

如果假设流过以闭合路径 $\mathcal{L}$ 为边界的曲面 S 的电流强度为 I_S

那么，由于分子电流圈是闭合的，不被 $\mathcal{L}$ 穿过的小电流圈（如右图灰色圈）的电流穿过曲面 S 上下各一次，对 I_S 没有贡献

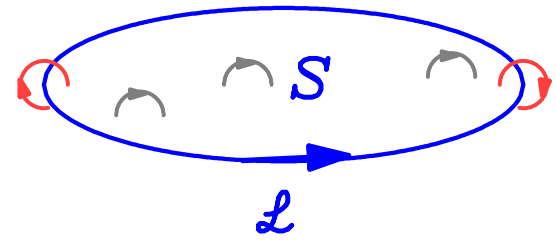
只有那些由于被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈对 I_S 才有贡献

这些被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈产生绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流 I

因此：$I_S = I$

Let there be light

$$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



是由于闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流

（流向由右手螺旋定则确定，如右图情况为向上为正）

如果假设流过以闭合路径 $\mathcal{L}$ 为边界的曲面 S 的电流强度为 I_S

那么，由于分子电流圈是闭合的，不被 $\mathcal{L}$ 穿过的小电流圈（如右图灰色圈）的电流穿过曲面 S 上下各一次，对 I_S 没有贡献

只有那些由于被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈对 I_S 才有贡献

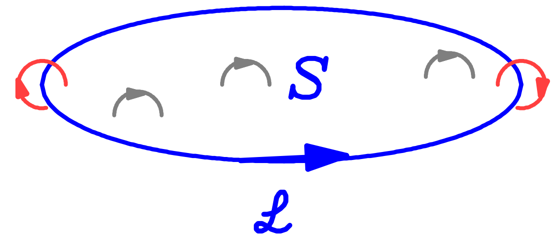
这些被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈产生绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流 I

因此：$I_S = I$

$$I_S = I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

Let there be light

$$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



是由于闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流

（流向由右手螺旋定则确定，如右图情况为向上为正）

如果假设流过以闭合路径 $\mathcal{L}$ 为边界的曲面 S 的电流强度为 I_S

那么，由于分子电流圈是闭合的，不被 $\mathcal{L}$ 穿过的小电流圈（如右图灰色圈）的电流穿过曲面 S 上下各一次，对 I_S 没有贡献

只有那些由于被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈对 I_S 才有贡献

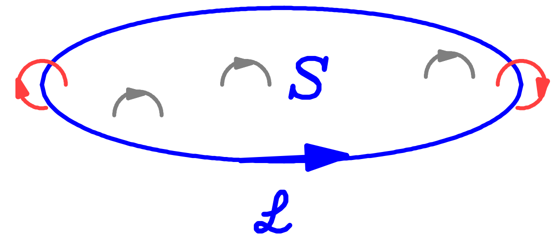
这些被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈产生绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流 I

因此：$I_S = I$

$$I_S = I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

利用 Stokes 定理化为面积分

$$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



是由于闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流

（流向由右手螺旋定则确定，如右图情况为向上为正）

如果假设流过以闭合路径 $\mathcal{L}$ 为边界的曲面 S 的电流强度为 I_S

那么，由于分子电流圈是闭合的，不被 $\mathcal{L}$ 穿过的小电流圈（如右图灰色圈）的电流穿过曲面 S 上下各一次，对 I_S 没有贡献

只有那些由于被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈对 I_S 才有贡献

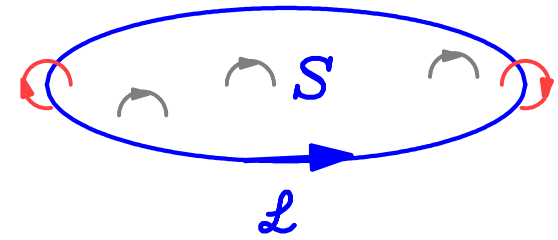
这些被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈产生绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流 I

因此：$I_S = I$

$$\begin{aligned} I_S &= I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \\ &= \int_S (\nabla \times \vec{M}) \cdot \vec{n}\, \mathrm{d}\sigma \end{aligned}$$

利用 Stokes 定理化为面积分

$$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



是由于闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流

（流向由右手螺旋定则确定，如右图情况为向上为正）

如果假设流过以闭合路径 $\mathcal{L}$ 为边界的曲面 S 的电流强度为 I_S

那么，由于分子电流圈是闭合的，不被 $\mathcal{L}$ 穿过的小电流圈（如右图灰色圈）的电流穿过曲面 S 上下各一次，对 I_S 没有贡献

只有那些由于被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈对 I_S 才有贡献

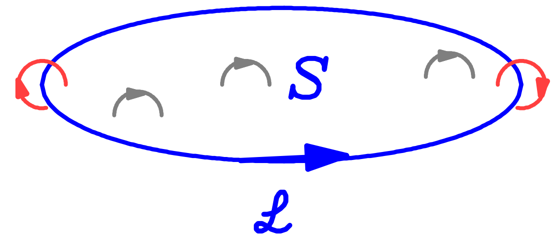
这些被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈产生绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流 I

因此：$I_S = I$

$$I_S = I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$ 利用 Stokes 定理化为面积分

$$= \int_S (\nabla \times \vec{M}) \cdot \vec{n}\, \mathrm{d}\sigma$$ 因为流过曲面 S 的电流即为磁化电流密度矢量的面积分

$$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



是由于闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流

（流向由右手螺旋定则确定，如右图情况为向上为正）

如果假设流过以闭合路径 $\mathcal{L}$ 为边界的曲面 S 的电流强度为 I_S

那么，由于分子电流圈是闭合的，不被 $\mathcal{L}$ 穿过的小电流

圈（如右图灰色圈）的电流穿过曲面 S 上下各一次，对 I_S 没有贡献

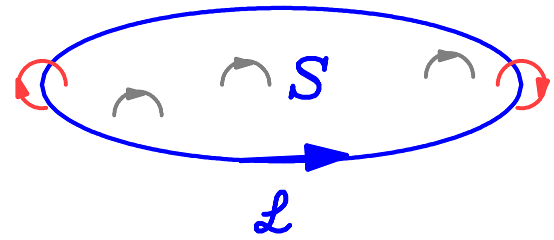
只有那些由于被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈对 I_S 才有贡献

这些被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈产生绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流 I

因此：$I_S = I$

$$\begin{aligned} I_S &= I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} && \text{利用 Stokes 定理化为面积分} \\ &= \int_S (\nabla \times \vec{M}) \cdot \vec{n}\, \mathrm{d}\sigma && \text{因为流过曲面 } S \text{ 的电流即为磁化电流密度矢量的面积分} \\ &= \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}\, \mathrm{d}\sigma \end{aligned}$$

$$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



是由于闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流

（流向由右手螺旋定则确定，如右图情况为向上为正）

如果假设流过以闭合路径 $\mathcal{L}$ 为边界的曲面 S 的电流强度为 I_S

那么，由于分子电流圈是闭合的，不被 $\mathcal{L}$ 穿过的小电流圈（如右图灰色圈）的电流穿过曲面 S 上下各一次，对 I_S 没有贡献

只有那些由于被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈对 I_S 才有贡献

这些被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈产生绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流 I

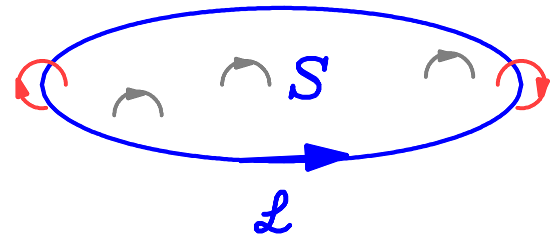
因此：$I_S = I$

$$I_S = I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$ 利用 Stokes 定理化为面积分

$$= \int_S (\nabla \times \vec{M}) \cdot \vec{n}\, \mathrm{d}\sigma$$ 因为流过曲面 S 的电流即为磁化电流密度矢量的面积分

$$= \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}\, \mathrm{d}\sigma$$ 闭合路径 $\mathcal{L}$ 是任意的，也即曲面 S 是任意的

$$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



是由于闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流

（流向由右手螺旋定则确定，如右图情况为向上为正）

如果假设流过以闭合路径 $\mathcal{L}$ 为边界的曲面 S 的电流强度为 I_S

那么，由于分子电流圈是闭合的，不被 $\mathcal{L}$ 穿过的小电流圈（如右图灰色圈）的电流穿过曲面 S 上下各一次，对 I_S 没有贡献

只有那些由于被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈对 I_S 才有贡献

这些被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈产生绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流 I

因此：$I_S = I$

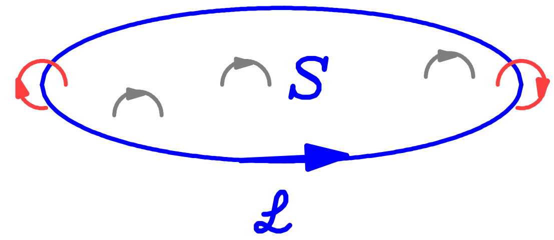
$$I_S = I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$ 利用 Stokes 定理化为面积分

$$= \int_S (\nabla \times \vec{M}) \cdot \vec{n}\, \mathrm{d}\sigma$$ 因为流过曲面 S 的电流即为磁化电流密度矢量的面积分

$$= \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}\, \mathrm{d}\sigma$$ 闭合路径 $\mathcal{L}$ 是任意的，也即曲面 S 是任意的

$$\boxed{\vec{j}_M = \nabla \times \vec{M}}$$

$$I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



是由于闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过一些电流圈而出现的绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流

（流向由右手螺旋定则确定，如右图情况为向上为正）

如果假设流过以闭合路径 $\mathcal{L}$ 为边界的曲面 S 的电流强度为 I_S

那么，由于分子电流圈是闭合的，不被 $\mathcal{L}$ 穿过的小电流

圈（如右图灰色圈）的电流穿过曲面 S 上下各一次，对 I_S 没有贡献

只有那些由于被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈对 I_S 才有贡献

这些被闭合路径 $\mathcal{L}$ 穿过的分子电流圈产生绕 $\mathcal{L}$ 流动的电流 I

因此：$I_S = I$

$$I_S = I = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$ 利用 Stokes 定理化为面积分

$$= \int_S (\nabla \times \vec{M}) \cdot \vec{n}\, \mathrm{d}\sigma$$ 因为流过曲面 S 的电流即为磁化电流密度矢量的面积分

$$= \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}\, \mathrm{d}\sigma$$ 闭合路径 $\mathcal{L}$ 是任意的，也即曲面 S 是任意的

$$\boxed{\vec{j}_M = \nabla \times \vec{M}}$$

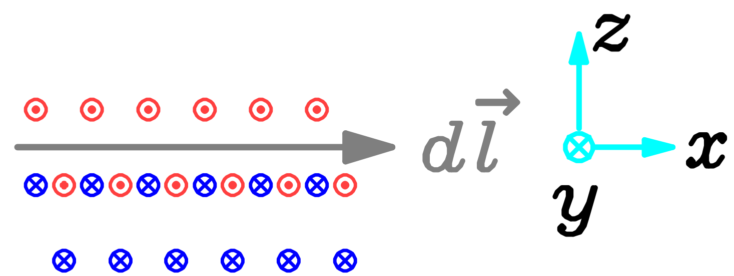
显然：$\nabla \cdot \vec{j}_M = \nabla \cdot (\nabla \times \vec{M}) = 0$

磁化电流不会聚电流线，不构成电荷积累

磁化面电流密度： 两种介质的界面出现磁化电流，其面电流密度矢量：$\vec{\alpha}_M$

磁化面电流密度： 两种介质的界面出现磁化电流，其面电流密度矢量：$\vec{\alpha}_M$

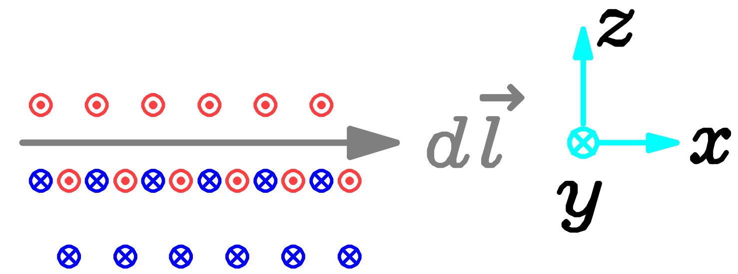
如图在介质 1 和介质 2 之界面 $z=0$ 取一沿 x 向的小线段元 $\mathrm{d}\vec{l} = \hat{e}_x\,\mathrm{d}l$，



磁化面电流密度： 两种介质的界面出现磁化电流，其面电流密度矢量：$\vec{\alpha}_M$

如图在介质 1 和介质 2 之界面 $z=0$ 取一沿 x 向的小线段元 $\mathrm{d}\vec{l} = \hat{e}_x\,\mathrm{d}l$，

属于介质 1 的部分分子电流圈被 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，



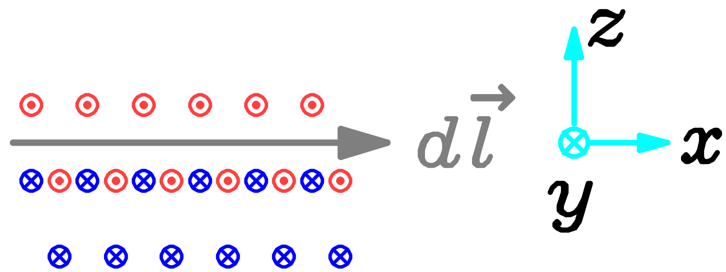
磁化面电流密度： 两种介质的界面出现磁化电流，其面电流密度矢量：$\vec{\alpha}_M$

如图在介质 1 和介质 2 之界面 $z=0$ 取一沿 x 向的小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}=\hat{e}_x\,\mathrm{d}l$，

属于介质 1 的部分分子电流圈被 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，

因此有电流 $\mathrm{d}I=\vec{M}_1\cdot\mathrm{d}\vec{l}$ 绕 $\mathrm{d}\vec{l}$ 流动，

如图情形电流在介质 2 流出，在介质 1 流入



磁化面电流密度： 两种介质的界面出现磁化电流，其面电流密度矢量：$\vec{\alpha}_M$

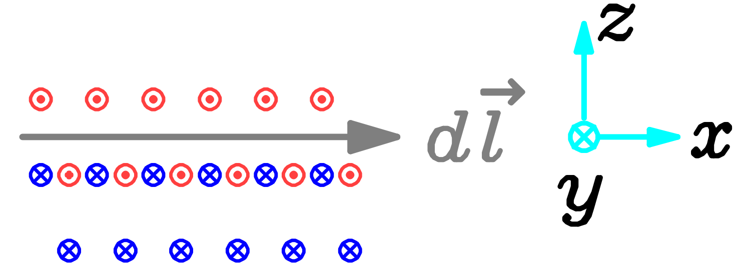
如图在介质 1 和介质 2 之界面 $z = 0$ 取一沿 x 向的小线段元 $\mathrm{d}\vec{l} = \hat{e}_x\,\mathrm{d}l$，

属于介质 1 的部分分子电流圈被 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，

因此有电流 $\mathrm{d}I = \vec{M}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 绕 $\mathrm{d}\vec{l}$ 流动，

如图情形电流在介质 2 流出，在介质 1 流入

但在介质 1 流入的电流被介质 1 中的其他分子电流所抵消



磁化面电流密度： 两种介质的界面出现磁化电流，其面电流密度矢量：$\vec{\alpha}_M$

如图在介质 1 和介质 2 之界面 $z = 0$ 取一沿 x 向的小线段元 $\mathrm{d}\vec{l} = \hat{e}_x\,\mathrm{d}l$，

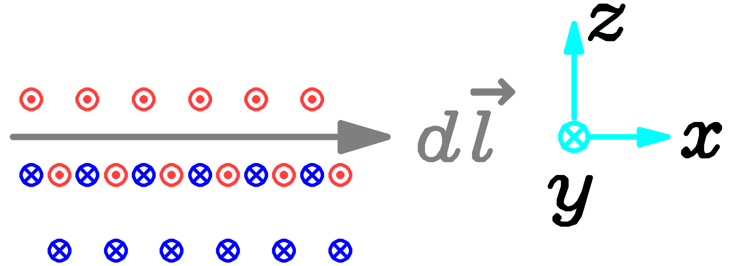
属于介质 1 的部分分子电流圈被 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，

因此有电流 $\mathrm{d}I = \vec{M}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 绕 $\mathrm{d}\vec{l}$ 流动，

如图情形电流在介质 2 流出，在介质 1 流入

但在介质 1 流入的电流被介质 1 中的其他分子电流所抵消

（或者贡献于体电流密度 $\vec{j}_M$）



磁化面电流密度： 两种介质的界面出现磁化电流，其面电流密度矢量：$\vec{\alpha}_M$

如图在介质 1 和介质 2 之界面 $z = 0$ 取一沿 x 向的小线段元 $\mathrm{d}\vec{l} = \hat{e}_x\,\mathrm{d}l$，

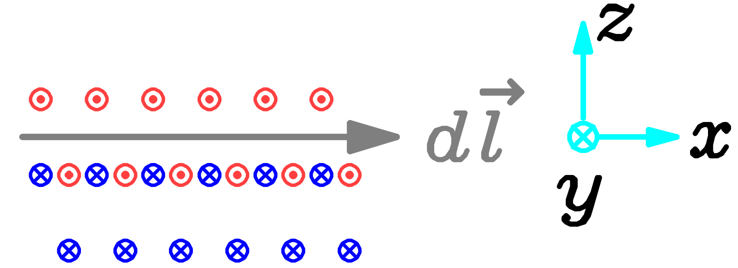
属于介质 1 的部分分子电流圈被 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，

因此有电流 $\mathrm{d}I = \vec{M}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 绕 $\mathrm{d}\vec{l}$ 流动，

如图情形电流在介质 2 流出，在介质 1 流入

但在介质 1 流入的电流被介质 1 中的其他分子电流所抵消

（或者贡献于体电流密度 $\vec{j}_M$）



因此，介质 1 的分子电流对界面面电流的贡献为： $\vec{M}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l}\,(-\hat{e}_y) = -M_{1x}\mathrm{d}l\ \hat{e}_y$

磁化面电流密度： 两种介质的界面出现磁化电流，其面电流密度矢量：$\vec{\alpha}_M$

如图在介质 1 和介质 2 之界面 $z=0$ 取一沿 x 向的小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}=\hat{e}_x\,\mathrm{d}l$，

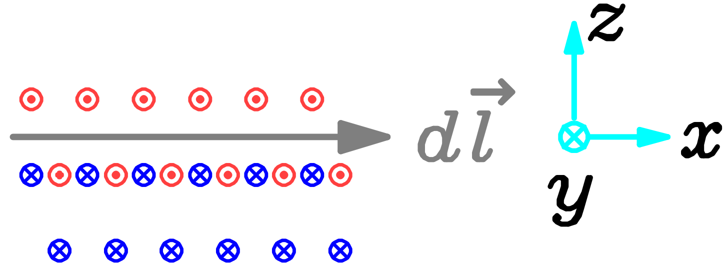
属于介质 1 的部分分子电流圈被 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，

因此有电流 $\mathrm{d}I=\vec{M}_1\cdot\mathrm{d}\vec{l}$ 绕 $\mathrm{d}\vec{l}$ 流动，

如图情形电流在介质 2 流出，在介质 1 流入

但在介质 1 流入的电流被介质 1 中的其他分子电流所抵消

（或者贡献于体电流密度 $\vec{j}_M$）



因此，介质 1 的分子电流对界面面电流的贡献为： $\vec{M}_1\cdot\mathrm{d}\vec{l}(-\hat{e}_y)=-M_{1x}\mathrm{d}l\ \hat{e}_y$

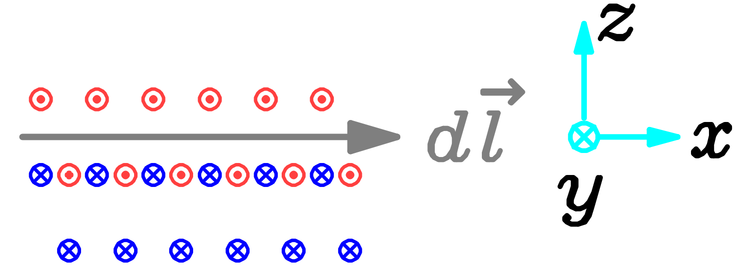
介质 1 的分子电流在介质 2 流出为正，因此电流沿 $-\hat{e}_y$ 向

磁化面电流密度： 两种介质的界面出现磁化电流，其面电流密度矢量：$\vec{\alpha}_M$

如图在介质 1 和介质 2 之界面 $z=0$ 取一沿 x 向的小线段元 $\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}=\hat{\boldsymbol{e}}_x\,\mathrm{d}l$，

属于介质 1 的部分分子电流圈被 $\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 穿过，

因此有电流 $\mathrm{d}I=\vec{\boldsymbol{M}}_1\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 绕 $\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 流动，



如图情形电流在介质 2 流出，在介质 1 流入

但在介质 1 流入的电流被介质 1 中的其他分子电流所抵消

（或者贡献于体电流密度 $\vec{\boldsymbol{j}}_M$）

因此，介质 1 的分子电流对界面面电流的贡献为： $\vec{\boldsymbol{M}}_1\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}(-\hat{\boldsymbol{e}}_y)=-M_{1x}\mathrm{d}l\ \hat{\boldsymbol{e}}_y$

介质 1 的分子电流在介质 2 流出为正，因此电流沿 $-\hat{\boldsymbol{e}}_y$ 向

又 $\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}=\mathrm{d}l\,\hat{\boldsymbol{e}}_x$，故 $\vec{\boldsymbol{M}}_1\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}=M_{1x}\mathrm{d}l$

磁化面电流密度： 两种介质的界面出现磁化电流，其面电流密度矢量：$\vec{\alpha}_M$

如图在介质 1 和介质 2 之界面 $z=0$ 取一沿 x 向的小线段元 $\mathrm{d}\vec{l} = \hat{e}_x \,\mathrm{d}l$，

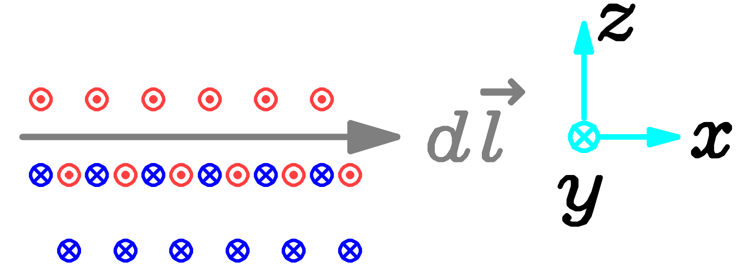
属于介质 1 的部分分子电流圈被 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，

因此有电流 $\mathrm{d}I = \vec{M}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 绕 $\mathrm{d}\vec{l}$ 流动，

如图情形电流在介质 2 流出，在介质 1 流入

但在介质 1 流入的电流被介质 1 中的其他分子电流所抵消

（或者贡献于体电流密度 $\vec{j}_M$）



因此，介质 1 的分子电流对界面面电流的贡献为： $\vec{M}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l}\,(-\hat{e}_y) = -M_{1x}\mathrm{d}l\ \hat{e}_y$

介质 1 的分子电流在介质 2 流出为正，因此电流沿 $-\hat{e}_y$ 向

又 $\mathrm{d}\vec{l} = \mathrm{d}l\,\hat{e}_x$，故 $\vec{M}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l} = M_{1x}\mathrm{d}l$

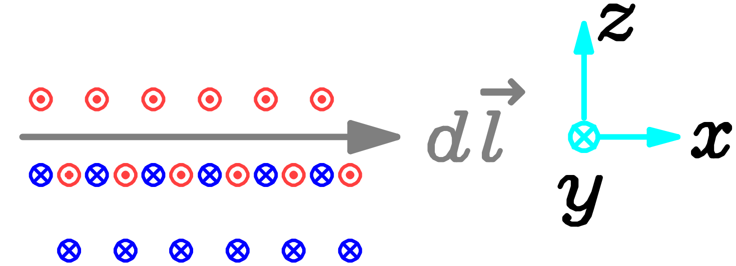
类似地，介质 2 的分子电流对界面面电流的贡献为： $\vec{M}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l}\ \hat{e}_y = M_{2x}\mathrm{d}l\ \hat{e}_y$

磁化面电流密度： 两种介质的界面出现磁化电流，其面电流密度矢量：$\vec{\alpha}_M$

如图在介质 1 和介质 2 之界面 $z=0$ 取一沿 x 向的小线段元 $\mathrm{d}\vec{l} = \hat{e}_x\,\mathrm{d}l$，

属于介质 1 的部分分子电流圈被 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，

因此有电流 $\mathrm{d}I = \vec{M}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 绕 $\mathrm{d}\vec{l}$ 流动，



如图情形电流在介质 2 流出，在介质 1 流入

但在介质 1 流入的电流被介质 1 中的其他分子电流所抵消

（或者贡献于体电流密度 $\vec{j}_M$）

因此，介质 1 的分子电流对界面面电流的贡献为： $\vec{M}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l}\,(-\hat{e}_y) = -M_{1x}\mathrm{d}l\ \hat{e}_y$

介质 1 的分子电流在介质 2 流出为正，因此电流沿 $-\hat{e}_y$ 向

又 $\mathrm{d}\vec{l} = \mathrm{d}l\,\hat{e}_x$，故 $\vec{M}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l} = M_{1x}\mathrm{d}l$

类似地，介质 2 的分子电流对界面面电流的贡献为： $\vec{M}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l}\ \hat{e}_y = M_{2x}\mathrm{d}l\ \hat{e}_y$

介质 2 的分子电流在介质 1 流入为正，因此电流沿 $\hat{e}_y$ 向

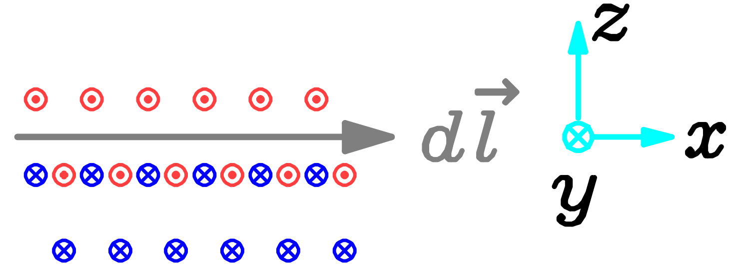
又 $\mathrm{d}\vec{l} = \mathrm{d}l\,\hat{e}_x$，故 $\vec{M}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l} = M_{2x}\mathrm{d}l$

磁化面电流密度： 两种介质的界面出现磁化电流，其面电流密度矢量：$\vec{\alpha}_M$

如图在介质 1 和介质 2 之界面 $z=0$ 取一沿 x 向的小线段元 $\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}} = \hat{\boldsymbol{e}}_x \, \mathrm{d}l$，

属于介质 1 的部分分子电流圈被 $\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 穿过，

因此有电流 $\mathrm{d}I = \vec{\boldsymbol{M}}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 绕 $\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 流动，



如图情形电流在介质 2 流出，在介质 1 流入

但在介质 1 流入的电流被介质 1 中的其他分子电流所抵消

（或者贡献于体电流密度 $\vec{\boldsymbol{j}}_M$）

因此，介质 1 的分子电流对界面面电流的贡献为： $\vec{\boldsymbol{M}}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}(-\hat{\boldsymbol{e}}_y) = -M_{1x}\mathrm{d}l \; \hat{\boldsymbol{e}}_y$

介质 1 的分子电流在介质 2 流出为正，因此电流沿 $-\hat{\boldsymbol{e}}_y$ 向

又 $\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}} = \mathrm{d}l \, \hat{\boldsymbol{e}}_x$，故 $\vec{\boldsymbol{M}}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}} = M_{1x}\mathrm{d}l$

类似地，介质 2 的分子电流对界面面电流的贡献为： $\vec{\boldsymbol{M}}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}} \, \hat{\boldsymbol{e}}_y = M_{2x}\mathrm{d}l \; \hat{\boldsymbol{e}}_y$

介质 2 的分子电流在介质 1 流入为正，因此电流沿 $\hat{\boldsymbol{e}}_y$ 向

又 $\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}} = \mathrm{d}l \, \hat{\boldsymbol{e}}_x$，故 $\vec{\boldsymbol{M}}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}} = M_{2x}\mathrm{d}l$

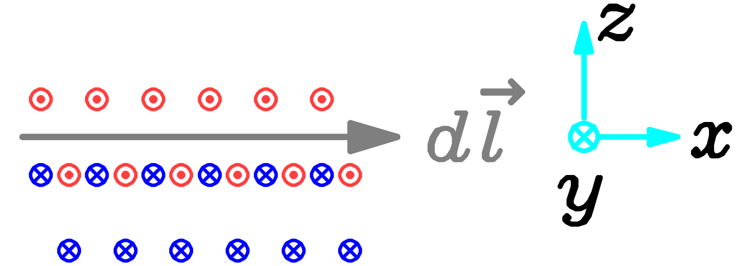
横穿过界面上单位长度 x 向线段的电流为： $(M_{2x} - M_{1x})$

磁化面电流密度： 两种介质的界面出现磁化电流，其面电流密度矢量：$\vec{\alpha}_M$

如图在介质 1 和介质 2 之界面 $z=0$ 取一沿 x 向的小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}=\hat{e}_x\,\mathrm{d}l$，

属于介质 1 的部分分子电流圈被 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，

因此有电流 $\mathrm{d}I=\vec{M}_1\cdot\mathrm{d}\vec{l}$ 绕 $\mathrm{d}\vec{l}$ 流动，



如图情形电流在介质 2 流出，在介质 1 流入

但在介质 1 流入的电流被介质 1 中的其他分子电流所抵消

（或者贡献于体电流密度 $\vec{j}_M$）

因此，介质 1 的分子电流对界面面电流的贡献为： $\vec{M}_1\cdot\mathrm{d}\vec{l}(-\hat{e}_y)=-M_{1x}\mathrm{d}l\ \hat{e}_y$

介质 1 的分子电流在介质 2 流出为正，因此电流沿 $-\hat{e}_y$ 向

又 $\mathrm{d}\vec{l}=\mathrm{d}l\,\hat{e}_x$，故 $\vec{M}_1\cdot\mathrm{d}\vec{l}=M_{1x}\mathrm{d}l$

类似地，介质 2 的分子电流对界面面电流的贡献为： $\vec{M}_2\cdot\mathrm{d}\vec{l}\ \hat{e}_y=M_{2x}\mathrm{d}l\ \hat{e}_y$

介质 2 的分子电流在介质 1 流入为正，因此电流沿 $\hat{e}_y$ 向

又 $\mathrm{d}\vec{l}=\mathrm{d}l\,\hat{e}_x$，故 $\vec{M}_2\cdot\mathrm{d}\vec{l}=M_{2x}\mathrm{d}l$

横穿过界面上单位长度 x 向线段的电流为： $(M_{2x}-M_{1x})$

从面电流密度的定义知，如果界面 $z=0$ 的面电流密度为 $\vec{\alpha}_M$，

横穿过界面上单位长度 x 向线段的电流为： $\vec{\alpha}_M\cdot\hat{e}_y=\alpha_{My}$

磁化面电流密度： 两种介质的界面出现磁化电流，其面电流密度矢量：$\vec{\alpha}_M$

如图在介质 1 和介质 2 之界面 $z=0$ 取一沿 x 向的小线段元 $\mathrm{d}\vec{l}=\hat{e}_x\,\mathrm{d}l$，

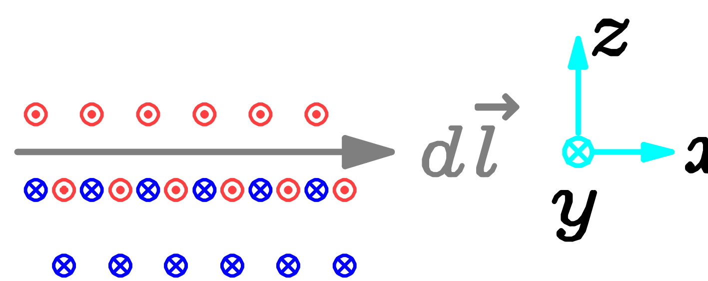
属于介质 1 的部分分子电流圈被 $\mathrm{d}\vec{l}$ 穿过，

因此有电流 $\mathrm{d}I=\vec{M}_1\cdot\mathrm{d}\vec{l}$ 绕 $\mathrm{d}\vec{l}$ 流动，

如图情形电流在介质 2 流出，在介质 1 流入

但在介质 1 流入的电流被介质 1 中的其他分子电流所抵消

（或者贡献于体电流密度 $\vec{j}_M$）



因此，介质 1 的分子电流对界面面电流的贡献为： $\vec{M}_1\cdot\mathrm{d}\vec{l}\,(-\hat{e}_y)=-M_{1x}\mathrm{d}l\ \hat{e}_y$

介质 1 的分子电流在介质 2 流出为正，因此电流沿 $-\hat{e}_y$ 向

又 $\mathrm{d}\vec{l}=\mathrm{d}l\,\hat{e}_x$，故 $\vec{M}_1\cdot\mathrm{d}\vec{l}=M_{1x}\mathrm{d}l$

类似地，介质 2 的分子电流对界面面电流的贡献为： $\vec{M}_2\cdot\mathrm{d}\vec{l}\ \hat{e}_y=M_{2x}\mathrm{d}l\ \hat{e}_y$

介质 2 的分子电流在介质 1 流入为正，因此电流沿 $\hat{e}_y$ 向

又 $\mathrm{d}\vec{l}=\mathrm{d}l\,\hat{e}_x$，故 $\vec{M}_2\cdot\mathrm{d}\vec{l}=M_{2x}\mathrm{d}l$

横穿过界面上单位长度 x 向线段的电流为： $(M_{2x}-M_{1x})$

从面电流密度的定义知，如果界面 $z=0$ 的面电流密度为 $\vec{\alpha}_M$，

横穿过界面上单位长度 x 向线段的电流为： $\vec{\alpha}_M\cdot\hat{e}_y=\alpha_{My}$

$$\boxed{\alpha_{My}=(M_{2x}-M_{1x})}$$

接上页

$$\alpha_{My} = +(M_{2x} - M_{1x})$$

接上页 $$\alpha_{My} = +\left(M_{2x} - M_{1x}\right)$$

类似可得； $$\alpha_{Mx} = -\left(M_{2y} - M_{1y}\right)$$

接上页 $\alpha_{My} = +(M_{2x} - M_{1x})$

类似可得： $\alpha_{Mx} = -(M_{2y} - M_{1y})$ (1)

由于讨论中取界面方向（从介质 1 到介质 2 ）为 $\vec{n} = \hat{e}_z$ 方向，故在界面上 $\alpha_{Mz} = 0$

接上页 $\alpha_{My} = +(M_{2x} - M_{1x})$

类似可得： $\alpha_{Mx} = -(M_{2y} - M_{1y})$ (1)

由于讨论中取界面方向（从介质 1 到介质 2 ）为 $\vec{n} = \hat{e}_z$ 方向，故在界面上 $\alpha_{Mz} = 0$

联立 (1) 式，有

接上页 $\alpha_{My} = +(M_{2x} - M_{1x})$

类似可得： $\alpha_{Mx} = -(M_{2y} - M_{1y})$ (1)

由于讨论中取界面方向（从介质 1 到介质 2 ）为 $\vec{n} = \hat{e}_z$ 方向，故在界面上 $\alpha_{Mz} = 0$

联立 (1) 式，有

$$\vec{\alpha}_M = -(M_{2y} - M_{1y})\,\hat{e}_x + (M_{2x} - M_{1x})\,\hat{e}_y$$

接上页 $\alpha_{My} = +\left(M_{2x} - M_{1x}\right)$

类似可得： $\alpha_{Mx} = -\left(M_{2y} - M_{1y}\right)$ (1)

由于讨论中取界面方向（从介质 1 到介质 2 ）为 $\vec{n} = \hat{e}_z$ 方向，故在界面上 $\alpha_{Mz} = 0$

联立 (1) 式，有

$$\vec{\alpha}_M = -\left(M_{2y} - M_{1y}\right)\hat{e}_x + \left(M_{2x} - M_{1x}\right)\hat{e}_y$$

利用 $\begin{cases} \hat{e}_z \times \hat{e}_x = \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \times \hat{e}_y = -\hat{e}_x \\ \hat{e}_z \times \hat{e}_z = 0 \end{cases}$

接上页 $\alpha_{My} = +(M_{2x} - M_{1x})$

类似可得； $\alpha_{Mx} = -(M_{2y} - M_{1y})$ (1)

由于讨论中取界面方向（从介质 1 到介质 2 ）为 $\vec{n} = \hat{e}_z$ 方向，故在界面上 $\alpha_{Mz} = 0$

联立 (1) 式，有

利用 $\begin{cases} \hat{e}_z \times \hat{e}_x = \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \times \hat{e}_y = -\hat{e}_x \\ \hat{e}_z \times \hat{e}_z = 0 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \vec{\alpha}_M &= -(M_{2y} - M_{1y})\,\hat{e}_x + (M_{2x} - M_{1x})\,\hat{e}_y \\ &= \hat{e}_z \times [(M_{2x} - M_{1x})\,\hat{e}_x + (M_{2y} - M_{1y})\,\hat{e}_y + (M_{2z} - M_{1z})\,\hat{e}_z] \end{aligned}$$

接上页 $\alpha_{My} = +(M_{2x} - M_{1x})$

类似可得： $\alpha_{Mx} = -(M_{2y} - M_{1y})$ (1)

由于讨论中取界面方向（从介质 1 到介质 2 ）为 $\vec{n} = \hat{e}_z$ 方向，故在界面上 $\alpha_{Mz} = 0$

联立 (1) 式，有

利用 $\begin{cases} \hat{e}_z \times \hat{e}_x = \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \times \hat{e}_y = -\hat{e}_x \\ \hat{e}_z \times \hat{e}_z = 0 \end{cases}$

$$\begin{aligned}
\vec{\alpha}_M &= -(M_{2y} - M_{1y})\,\hat{e}_x + (M_{2x} - M_{1x})\,\hat{e}_y \\
&= \hat{e}_z \times [(M_{2x} - M_{1x})\,\hat{e}_x + (M_{2y} - M_{1y})\,\hat{e}_y + (M_{2z} - M_{1z})\,\hat{e}_z] \\
&= \vec{n} \times (\vec{M}_2 - \vec{M}_1)
\end{aligned}$$

接上页
$$\alpha_{My} = +(M_{2x} - M_{1x}) \qquad (1)$$

类似可得；
$$\alpha_{Mx} = -(M_{2y} - M_{1y})$$

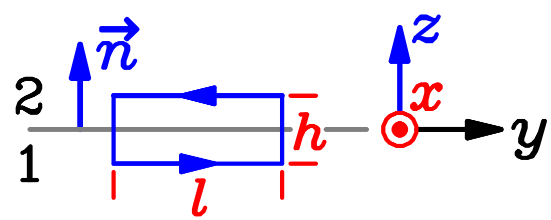
由于讨论中取界面方向（从介质 1 到介质 2 ）为 $\vec{n} = \hat{e}_z$ 方向，故在界面上 $\alpha_{Mz} = 0$

联立 (1) 式，有

利用 $\begin{cases} \hat{e}_z \times \hat{e}_x = \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \times \hat{e}_y = -\hat{e}_x \\ \hat{e}_z \times \hat{e}_z = 0 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \vec{\alpha}_M &= -(M_{2y} - M_{1y})\,\hat{e}_x + (M_{2x} - M_{1x})\,\hat{e}_y \\ &= \hat{e}_z \times [(M_{2x} - M_{1x})\,\hat{e}_x + (M_{2y} - M_{1y})\,\hat{e}_y + (M_{2z} - M_{1z})\,\hat{e}_z] \\ &= \vec{n} \times (\vec{M}_2 - \vec{M}_1) \end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{\alpha}_M = \vec{n} \times (\vec{M}_2 - \vec{M}_1)}$$



$$
\begin{aligned}
&\text{接上页} \qquad \alpha_{My} = +\left(M_{2x} - M_{1x}\right) \\
&\text{类似可得；} \qquad \alpha_{Mx} = -\left(M_{2y} - M_{1y}\right)
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

由于讨论中取界面方向（从介质 1 到介质 2 ）为 $\vec{n} = \hat{e}_z$ 方向，故在界面上 $\alpha_{Mz} = 0$

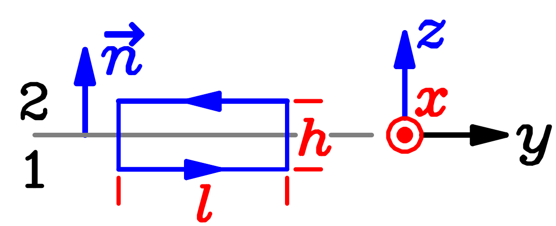
联立 (1) 式，有

利用 $\begin{cases} \hat{e}_z \times \hat{e}_x = \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \times \hat{e}_y = -\hat{e}_x \\ \hat{e}_z \times \hat{e}_z = 0 \end{cases}$

$$
\begin{aligned}
\vec{\alpha}_M &= -\left(M_{2y} - M_{1y}\right)\hat{e}_x + \left(M_{2x} - M_{1x}\right)\hat{e}_y \\
&= \hat{e}_z \times \left[\left(M_{2x} - M_{1x}\right)\hat{e}_x + \left(M_{2y} - M_{1y}\right)\hat{e}_y + \left(M_{2z} - M_{1z}\right)\hat{e}_z\right] \\
&= \vec{n} \times \left(\vec{M}_2 - \vec{M}_1\right)
\end{aligned}
$$

$$\boxed{\vec{\alpha}_M = \vec{n} \times \left(\vec{M}_2 - \vec{M}_1\right)}$$

另一种推导：



接上页 $\alpha_{My} = +(M_{2x} - M_{1x})$

类似可得; $\alpha_{Mx} = -(M_{2y} - M_{1y})$ (1)

由于讨论中取界面方向（从介质 1 到介质 2 ）为 $\vec{n} = \hat{e}_z$ 方向，故在界面上 $\alpha_{Mz} = 0$

联立 (1) 式，有

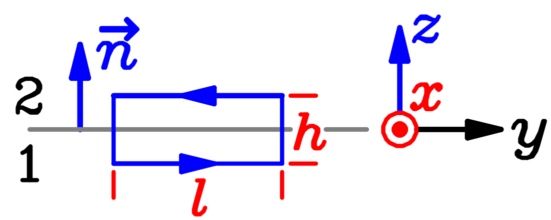
利用 $\begin{cases} \hat{e}_z \times \hat{e}_x = \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \times \hat{e}_y = -\hat{e}_x \\ \hat{e}_z \times \hat{e}_z = 0 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \vec{\alpha}_M &= -(M_{2y} - M_{1y})\,\hat{e}_x + (M_{2x} - M_{1x})\,\hat{e}_y \\ &= \hat{e}_z \times [(M_{2x} - M_{1x})\,\hat{e}_x + (M_{2y} - M_{1y})\,\hat{e}_y + (M_{2z} - M_{1z})\,\hat{e}_z] \\ &= \vec{n} \times (\vec{M}_2 - \vec{M}_1) \end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{\alpha}_M = \vec{n} \times (\vec{M}_2 - \vec{M}_1)}$$

另一种推导： 出发点：$\vec{j}_M = \nabla \times \vec{M}$ 的积分形式：

$$I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \, \mathrm{d}\sigma = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \qquad (1)$$



接上页 $\alpha_{My} = +(M_{2x} - M_{1x})$

类似可得： $\alpha_{Mx} = -(M_{2y} - M_{1y})$ (1)

由于讨论中取界面方向（从介质 1 到介质 2）为 $\vec{n} = \hat{e}_z$ 方向，故在界面上 $\alpha_{Mz} = 0$

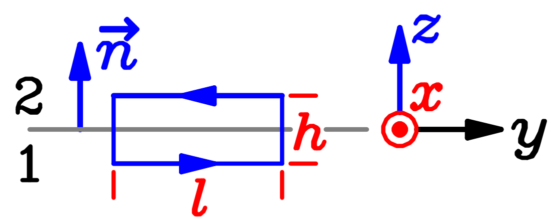
联立 (1) 式，有

利用 $\begin{cases} \hat{e}_z \times \hat{e}_x = \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \times \hat{e}_y = -\hat{e}_x \\ \hat{e}_z \times \hat{e}_z = 0 \end{cases}$

$$\begin{aligned}\vec{\alpha}_M &= -(M_{2y} - M_{1y})\,\hat{e}_x + (M_{2x} - M_{1x})\,\hat{e}_y \\ &= \hat{e}_z \times [(M_{2x} - M_{1x})\,\hat{e}_x + (M_{2y} - M_{1y})\,\hat{e}_y + (M_{2z} - M_{1z})\,\hat{e}_z] \\ &= \vec{n} \times (\vec{M}_2 - \vec{M}_1)\end{aligned}$$

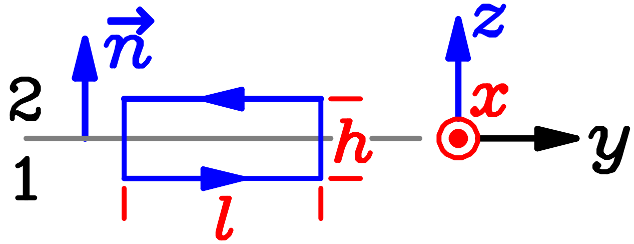
$$\boxed{\vec{\alpha}_M = \vec{n} \times (\vec{M}_2 - \vec{M}_1)}$$

另一种推导： 出发点：$\vec{j}_M = \nabla \times \vec{M}$ 的积分形式：



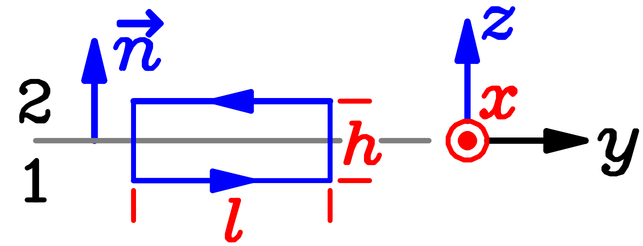
$$I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \, \mathrm{d}\sigma = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \qquad (1)$$

设界面法向沿 z 向，取 $\mathcal{L}$ 为如图落在 yoz 面内的小闭合回路


$\vec{n}$
z
x
2
h
y
1
l

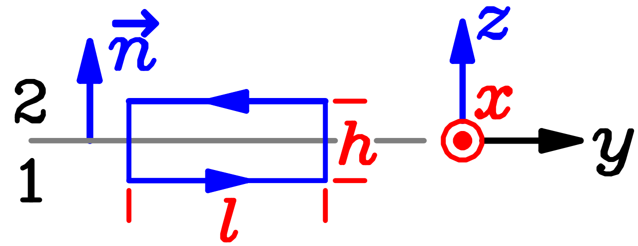
Let there be light

$$I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \, \mathrm{d}\sigma = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad (\vec{n}_S = \hat{e}_x) \qquad (1)$$



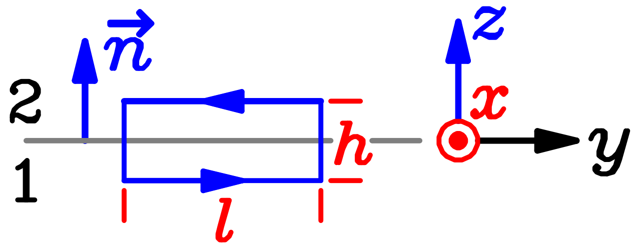
Let there be light

$$I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \, \mathrm{d}\sigma = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad (\vec{n}_S = \hat{e}_x) \qquad (1)$$



(1) 左边 $\quad I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \mathrm{d}\sigma \quad = \lim_{h\to 0} \vec{j}_M h \cdot l\,\hat{e}_x = \vec{\alpha}_M \cdot l\,\hat{e}_x = \alpha_{Mx} l$

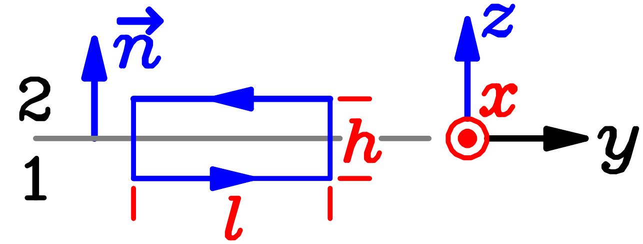
Let there be light



$$I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \, \mathrm{d}\sigma = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad (\vec{n}_S = \hat{e}_x) \qquad (1)$$

(1) 左边 $\quad I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \mathrm{d}\sigma \quad = \lim_{h\to 0} \vec{j}_M h \cdot l \, \hat{e}_x = \vec{\alpha}_M \cdot l \, \hat{e}_x = \alpha_{Mx} l$

(1) 右边 $\quad \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad = \vec{M}_2 \cdot (-\hat{e}_y) \, l + \vec{M}_1 \cdot \hat{e}_y \, l + \int_{\text{两侧}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

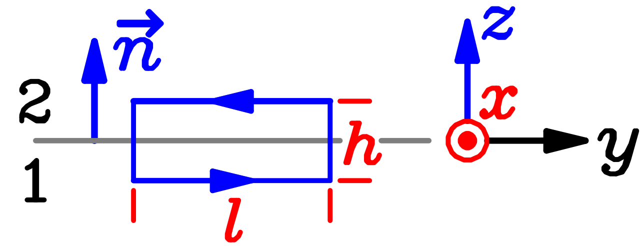


$$I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \,\mathrm{d}\sigma = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad (\vec{n}_S = \hat{e}_x) \qquad (1)$$

(1) 左边 $\quad I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \mathrm{d}\sigma = \lim_{h \to 0} \vec{j}_M h \cdot l\,\hat{e}_x = \vec{\alpha}_M \cdot l\,\hat{e}_x = \alpha_{Mx} l$

(1) 右边 $\quad \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \overbrace{\vec{M}_2 \cdot (-\hat{e}_y)\, l}^{\text{回路上段沿 } -\hat{e}_y} + \overbrace{\vec{M}_1 \cdot \hat{e}_y\, l}^{\text{回路下段沿 } \hat{e}_y} + \int_{\text{两侧}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

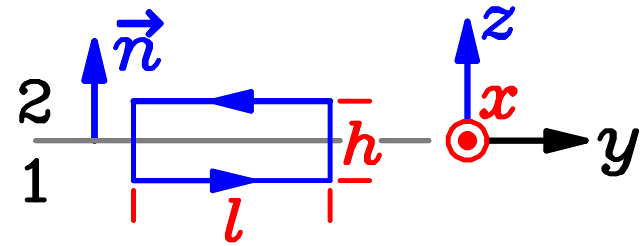
Let there be light



$$I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \, \mathrm{d}\sigma = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad (\vec{n}_S = \hat{e}_x) \qquad (1)$$

(1) 左边 $$I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \mathrm{d}\sigma = \lim_{h\to 0} \vec{j}_M h \cdot l\,\hat{e}_x = \vec{\alpha}_M \cdot l\,\hat{e}_x = \alpha_{Mx} l$$

(1) 右边 $$\oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \overbrace{\vec{M}_2 \cdot (-\hat{e}_y)\, l}^{\text{回路上段沿 } -\hat{e}_y} + \overbrace{\vec{M}_1 \cdot \hat{e}_y\, l}^{\text{回路下段沿 } \hat{e}_y} + \overbrace{\int_{\text{两侧}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}^{h \to 0 \text{ 时为 } 0}$$

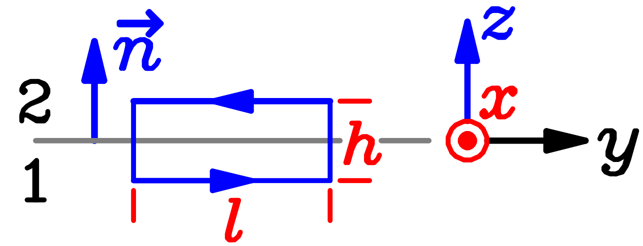


$$I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \,\mathrm{d}\sigma = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad (\vec{n}_S = \hat{e}_x) \qquad (1)$$

(1) 左边 $\quad I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \mathrm{d}\sigma = \lim_{h\to 0} \vec{j}_M h \cdot l\,\hat{e}_x = \vec{\alpha}_M \cdot l\,\hat{e}_x = \alpha_{Mx} l$

(1) 右边

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \overbrace{\vec{M}_2 \cdot (-\hat{e}_y)\, l}^{\text{回路上段沿 } -\hat{e}_y} + \overbrace{\vec{M}_1 \cdot \hat{e}_y\, l}^{\text{回路下段沿 } \hat{e}_y} + \overbrace{\int_{\text{两侧}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}^{h \to 0 \text{ 时为 } 0}$$
$$= -(M_{2y} - M_{1y}) l$$



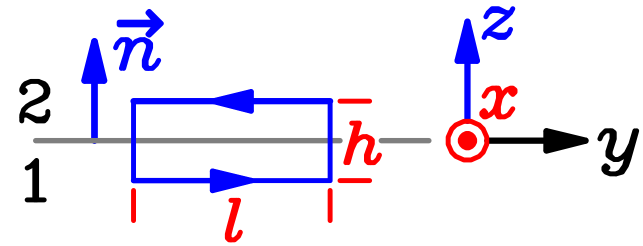
$$I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \, \mathrm{d}\sigma = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad (\vec{n}_S = \hat{e}_x) \qquad (1)$$

(1) 左边 $\quad I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \mathrm{d}\sigma = \lim_{h\to 0} \vec{j}_M h \cdot l\, \hat{e}_x = \vec{\alpha}_M \cdot l\, \hat{e}_x = \alpha_{Mx} l$

(1) 右边 $\quad \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \overbrace{\vec{M}_2 \cdot (-\hat{e}_y)\, l}^{\text{回路上段沿 } -\hat{e}_y} + \overbrace{\vec{M}_1 \cdot \hat{e}_y\, l}^{\text{回路下段沿 } \hat{e}_y} + \overbrace{\int_{\text{两侧}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}^{h \to 0 \text{ 时为 } 0}$

$$= -(M_{2y} - M_{1y}) l$$

左 = 右 $\qquad \alpha_{Mx} = -(M_{2y} - M_{1y})$



$$I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \,\mathrm{d}\sigma = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad (\vec{n}_S = \hat{e}_x) \qquad (1)$$

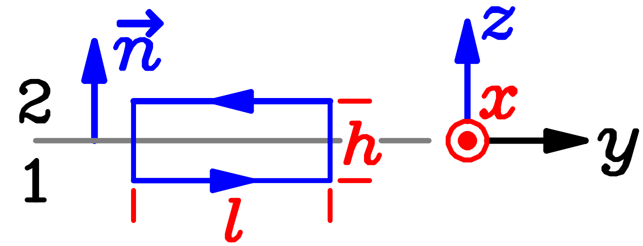
(1) 左边 $\quad I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \mathrm{d}\sigma \quad = \lim_{h\to 0} \vec{j}_M h \cdot l\,\hat{e}_x = \vec{\alpha}_M \cdot l\,\hat{e}_x = \alpha_{Mx} l$

(1) 右边

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \overbrace{\vec{M}_2 \cdot (-\hat{e}_y)\, l}^{\text{回路上段沿 } -\hat{e}_y} + \overbrace{\vec{M}_1 \cdot \hat{e}_y\, l}^{\text{回路下段沿 } \hat{e}_y} + \overbrace{\int_{\text{两侧}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}^{h \to 0 \text{ 时为 } 0}$$
$$= -(M_{2y} - M_{1y}) l$$

左 $=$ 右 $\qquad \alpha_{Mx} = -(M_{2y} - M_{1y})$ **类似地** $\alpha_{My} = +(M_{2x} - M_{1x})$

$$I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \, \mathrm{d}\sigma = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad (\vec{n}_S = \hat{e}_x) \qquad (1)$$



(1) 左边 $\quad I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \mathrm{d}\sigma = \lim_{h\to 0} \vec{j}_M h \cdot l\, \hat{e}_x = \vec{\alpha}_M \cdot l\, \hat{e}_x = \alpha_{Mx} l$

(1) 右边

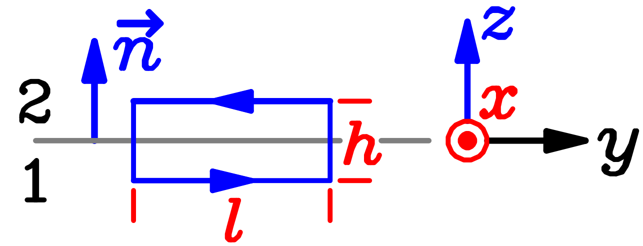
$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \overbrace{\vec{M}_2 \cdot (-\hat{e}_y)\, l}^{\text{回路上段沿 } -\hat{e}_y} + \overbrace{\vec{M}_1 \cdot \hat{e}_y\, l}^{\text{回路下段沿 } \hat{e}_y} + \overbrace{\int_{\text{两侧}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}^{h \to 0 \text{ 时为 } 0}$$
$$= -(M_{2y} - M_{1y}) l$$

左 = 右 $\qquad \alpha_{Mx} = -(M_{2y} - M_{1y})$ **类似地** $\alpha_{My} = +(M_{2x} - M_{1x})$

注意到：$\vec{n} = \hat{e}_z$

$$\boxed{\vec{\alpha}_M = \vec{n} \times (\vec{M}_2 - \vec{M}_1)}$$

$$I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \, d\sigma = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot d\vec{l} \quad (\vec{n}_S = \hat{e}_x) \qquad (1)$$



(1) 左边 $$I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S d\sigma = \lim_{h\to 0} \vec{j}_M h \cdot l\,\hat{e}_x = \vec{\alpha}_M \cdot l\,\hat{e}_x = \alpha_{Mx} l$$

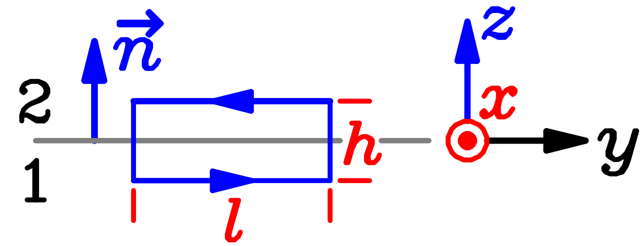
(1) 右边 $$\oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot d\vec{l} = \overbrace{\vec{M}_2 \cdot (-\hat{e}_y)\, l}^{\text{回路上段沿 } -\hat{e}_y} + \overbrace{\vec{M}_1 \cdot \hat{e}_y\, l}^{\text{回路下段沿 } \hat{e}_y} + \overbrace{\int_{\text{两侧}} \vec{M} \cdot d\vec{l}}^{h \to 0 \text{ 时为 } 0}$$
$$= -(M_{2y} - M_{1y}) l$$

左 = 右 $\quad \alpha_{Mx} = -(M_{2y} - M_{1y})$ 类似地 $\alpha_{My} = +(M_{2x} - M_{1x})$

注意到：$\vec{n} = \hat{e}_z$

$$\boxed{\vec{\alpha}_M = \vec{n} \times (\vec{M}_2 - \vec{M}_1)}$$

$$\vec{j}_M = \nabla \times \vec{M} \xRightarrow{\text{交界面形式}} \vec{\alpha}_M = \vec{n} \times (\vec{M}_2 - \vec{M}_1)$$



$$I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \, \mathrm{d}\sigma = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad (\vec{n}_S = \hat{e}_x) \qquad (1)$$

(1) 左边 $\quad I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \mathrm{d}\sigma = \lim_{h \to 0} \vec{j}_M h \cdot l \, \hat{e}_x = \vec{\alpha}_M \cdot l \, \hat{e}_x = \alpha_{Mx} l$

(1) 右边 $\quad \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \overbrace{\vec{M}_2 \cdot (-\hat{e}_y) \, l}^{\text{回路上段沿 } -\hat{e}_y} + \overbrace{\vec{M}_1 \cdot \hat{e}_y \, l}^{\text{回路下段沿 } \hat{e}_y} + \overbrace{\int_{\text{两侧}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}^{h \to 0 \text{ 时为 } 0}$

$$= -(M_{2y} - M_{1y}) l$$

左 = 右 $\qquad \alpha_{Mx} = -(M_{2y} - M_{1y})$ **类似地** $\alpha_{My} = +(M_{2x} - M_{1x})$

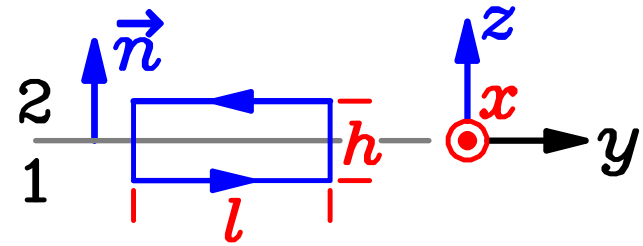
注意到：$\vec{n} = \hat{e}_z$

$$\boxed{\vec{\alpha}_M = \vec{n} \times (\vec{M}_2 - \vec{M}_1)}$$

$$\vec{j}_M = \nabla \times \vec{M} \quad \xRightarrow{\text{交界面形式}} \quad \vec{\alpha}_M = \vec{n} \times (\vec{M}_2 - \vec{M}_1)$$

比较 $\quad \rho_P = -\nabla \cdot \vec{P} \quad \xRightarrow{\text{交界面形式}} \quad \sigma_P = -\vec{n} \cdot (\vec{P}_2 - \vec{P}_1)$

$$I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \, \mathrm{d}\sigma = \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad (\vec{n}_S = \hat{e}_x) \qquad (1)$$



(1) 左边 $\quad I_M = \int_S \vec{j}_M \cdot \vec{n}_S \mathrm{d}\sigma = \lim_{h\to 0} \vec{j}_M h \cdot l\, \hat{e}_x = \vec{\alpha}_M \cdot l\, \hat{e}_x = \alpha_{Mx} l$

(1) 右边 $\quad \oint_{\mathcal{L}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \overbrace{\vec{M}_2 \cdot (-\hat{e}_y)\, l}^{\text{回路上段沿 } -\hat{e}_y} + \overbrace{\vec{M}_1 \cdot \hat{e}_y\, l}^{\text{回路下段沿 } \hat{e}_y} + \overbrace{\int_{\text{两侧}} \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}^{h \to 0 \text{ 时为 } 0}$

$$= -(M_{2y} - M_{1y}) l$$

左 = 右 $\qquad \alpha_{Mx} = -(M_{2y} - M_{1y})$ **类似地** $\alpha_{My} = +(M_{2x} - M_{1x})$

注意到：$\vec{n} = \hat{e}_z$

$$\boxed{\vec{\alpha}_M = \vec{n} \times (\vec{M}_2 - \vec{M}_1)}$$

$$\vec{j}_M = \nabla \times \vec{M} \xRightarrow{\text{交界面形式}} \vec{\alpha}_M = \vec{n} \times (\vec{M}_2 - \vec{M}_1)$$

比较 $\quad \rho_P = -\nabla \cdot \vec{P} \xRightarrow{\text{交界面形式}} \sigma_P = -\vec{n} \cdot (\vec{P}_2 - \vec{P}_1)$ $\quad$ 极化电流：$\vec{j}_P = \dfrac{\partial \vec{P}}{\partial t}$

三、介质中的 Maxwell 方程

三、介质中的 Maxwell 方程

真空中的 Maxwell 方程：

$$\nabla \times \vec{\boldsymbol{E}} = -\frac{\partial \vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}, \qquad \nabla \cdot \vec{\boldsymbol{E}} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho,$$

三、介质中的 Maxwell 方程

真空中的 Maxwell 方程：

$$\nabla \times \vec{\boldsymbol{E}} = -\frac{\partial \vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}, \qquad \nabla \cdot \vec{\boldsymbol{E}} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho,$$

$$\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = 0, \qquad \nabla \times \vec{\boldsymbol{B}} = \mu_0 \vec{\boldsymbol{j}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{\boldsymbol{E}}}{\partial t}$$

三、介质中的 Maxwell 方程

真空中的 Maxwell 方程：

$$\nabla \times \vec{\boldsymbol{E}} = -\frac{\partial \vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}, \qquad \nabla \cdot \vec{\boldsymbol{E}} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho,$$

$$\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = 0, \qquad \nabla \times \vec{\boldsymbol{B}} = \mu_0 \vec{\boldsymbol{j}} + \mu_0\epsilon_0 \frac{\partial \vec{\boldsymbol{E}}}{\partial t}$$

介质之区别于真空在于在介质中

三、介质中的 Maxwell 方程

真空中的 Maxwell 方程：

$$\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t},\qquad \nabla\cdot\vec{\boldsymbol{E}}=\frac{1}{\epsilon_0}\rho,$$

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}=0,\qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{B}}=\mu_0\vec{\boldsymbol{j}}+\mu_0\epsilon_0\frac{\partial\vec{\boldsymbol{E}}}{\partial t}$$

介质之区别于真空在于在介质中

$$\rho\ \Rightarrow\ \rho_f+\rho_P,$$ (包括自由电荷 ρ_f 和极化电荷 ρ_P)

$$\vec{\boldsymbol{j}}\ \Rightarrow\ \vec{\boldsymbol{j}}_f+\vec{\boldsymbol{j}}_P+\vec{\boldsymbol{j}}_M$$ (包括自由电流 $\vec{\boldsymbol{j}}_f$、极化电流 $\vec{\boldsymbol{j}}_P$ 和磁化电流 $\vec{\boldsymbol{j}}_M$)

三、介质中的 Maxwell 方程

真空中的 Maxwell 方程：

$$\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}} = -\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}, \qquad \nabla\cdot\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho,$$

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}} = 0, \qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{B}} = \mu_0\vec{\boldsymbol{j}} + \mu_0\epsilon_0\frac{\partial\vec{\boldsymbol{E}}}{\partial t}$$

介质之区别于真空在于在介质中

$\rho \;\Rightarrow\; \rho_f + \rho_P,$ (包括自由电荷 ρ_f 和极化电荷 ρ_P)

$\vec{\boldsymbol{j}} \;\Rightarrow\; \vec{\boldsymbol{j}}_f + \vec{\boldsymbol{j}}_P + \vec{\boldsymbol{j}}_M$ (包括自由电流 $\vec{\boldsymbol{j}}_f$、极化电流 $\vec{\boldsymbol{j}}_P$ 和磁化电流 $\vec{\boldsymbol{j}}_M$)

故，介质中的 Maxwell 方程应为：

$$\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}} = -\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}, \qquad \nabla\cdot\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{1}{\epsilon_0}\Big[\rho_f + \underbrace{(-\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{P}})}_{\rho_P}\Big],$$

三、介质中的 Maxwell 方程

真空中的 Maxwell 方程：

$$\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t},\qquad \nabla\cdot\vec{\boldsymbol{E}}=\frac{1}{\epsilon_0}\rho,$$

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}=0,\qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{B}}=\mu_0\vec{\boldsymbol{j}}+\mu_0\epsilon_0\frac{\partial\vec{\boldsymbol{E}}}{\partial t}$$

介质之区别于真空在于在介质中

$\rho \ \Rightarrow\ \rho_f+\rho_P,$ （包括自由电荷 ρ_f 和极化电荷 ρ_P）

$\vec{\boldsymbol{j}}\ \Rightarrow\ \vec{\boldsymbol{j}}_f+\vec{\boldsymbol{j}}_P+\vec{\boldsymbol{j}}_M$ （包括自由电流 $\vec{\boldsymbol{j}}_f$、极化电流 $\vec{\boldsymbol{j}}_P$ 和磁化电流 $\vec{\boldsymbol{j}}_M$）

故，介质中的 Maxwell 方程应为：

$$\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t},\qquad \nabla\cdot\vec{\boldsymbol{E}}=\frac{1}{\epsilon_0}\Big[\rho_f+\underbrace{(-\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{P}})}_{\rho_P}\Big],$$

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}=0,\qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{B}}=\mu_0\Big[\vec{\boldsymbol{j}}_f+\underbrace{\frac{\partial\vec{\boldsymbol{P}}}{\partial t}}_{\vec{\boldsymbol{j}}_P}+\underbrace{\nabla\times\vec{\boldsymbol{M}}}_{\vec{\boldsymbol{j}}_M}\Big]+\mu_0\epsilon_0\frac{\partial\vec{\boldsymbol{E}}}{\partial t}$$

Let there be light

$$\nabla \times \vec{\boldsymbol{E}} = -\frac{\partial \vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}, \qquad \nabla \cdot \vec{\boldsymbol{E}} = \frac{1}{\epsilon_0}\left[\rho_f - \nabla \cdot \vec{\boldsymbol{P}}\right],$$

$$\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = 0, \qquad \nabla \times \vec{\boldsymbol{B}} = \mu_0 \Big[\vec{\boldsymbol{j}}_f + \frac{\partial \vec{\boldsymbol{P}}}{\partial t} + \nabla \times \vec{\boldsymbol{M}}\Big] + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{\boldsymbol{E}}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{\boldsymbol{E}} = -\frac{\partial \vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}, \qquad \nabla \cdot \vec{\boldsymbol{E}} = \frac{1}{\epsilon_0}\left[\rho_f - \nabla \cdot \vec{\boldsymbol{P}}\right],$$

$$\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = 0, \qquad \nabla \times \vec{\boldsymbol{B}} = \mu_0\left[\vec{\boldsymbol{j}}_f + \frac{\partial \vec{\boldsymbol{P}}}{\partial t} + \nabla \times \vec{\boldsymbol{M}}\right] + \mu_0\epsilon_0\frac{\partial \vec{\boldsymbol{E}}}{\partial t}$$

右边两方程进一步写成

$$\nabla \times \vec{\boldsymbol{E}} = -\frac{\partial \vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}, \qquad \nabla \cdot \vec{\boldsymbol{E}} = \frac{1}{\epsilon_0}\left[\rho_f - \nabla \cdot \vec{\boldsymbol{P}}\right],$$

$$\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = 0, \qquad \nabla \times \vec{\boldsymbol{B}} = \mu_0\left[\vec{\boldsymbol{j}}_f + \frac{\partial \vec{\boldsymbol{P}}}{\partial t} + \nabla \times \vec{\boldsymbol{M}}\right] + \mu_0\epsilon_0\frac{\partial \vec{\boldsymbol{E}}}{\partial t}$$

右边两方程进一步写成

$$\nabla \cdot (\epsilon_0\vec{\boldsymbol{E}} + \vec{\boldsymbol{P}}) = \rho_f \qquad \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0}\vec{\boldsymbol{B}} - \vec{\boldsymbol{M}}\right) = \vec{\boldsymbol{j}}_f + \frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_0\vec{\boldsymbol{E}} + \vec{\boldsymbol{P}})$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \qquad \nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\left[\rho_f - \nabla \cdot \vec{P}\,\right],$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \qquad \nabla \times \vec{B} = \mu_0\Big[\,\vec{j}_f + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \nabla \times \vec{M}\Big] + \mu_0\epsilon_0\,\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

右边两方程进一步写成

$$\nabla \cdot (\epsilon_0\vec{E} + \vec{P}) = \rho_f \qquad \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}\right) = \vec{j}_f + \frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_0\vec{E} + \vec{P})$$

引入辅助场量

Let there be light

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \qquad \nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\left[\rho_f - \nabla \cdot \vec{P}\right],$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \qquad \nabla \times \vec{B} = \mu_0\left[\vec{j}_f + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \nabla \times \vec{M}\right] + \mu_0\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

右边两方程进一步写成

$$\nabla \cdot (\epsilon_0\vec{E} + \vec{P}) = \rho_f \qquad \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}\right) = \vec{j}_f + \frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_0\vec{E} + \vec{P})$$

引入辅助场量

$$\vec{D} = (\epsilon_0\vec{E} + \vec{P})$$ 电位移矢量 (electric displacement)

$$\vec{H} = \left(\frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}\right)$$ 磁场强度 (magnetic field)

$$\nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \qquad \nabla\cdot\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\left[\rho_f - \nabla\cdot\vec{P}\right],$$

$$\nabla\cdot\vec{B} = 0, \qquad \nabla\times\vec{B} = \mu_0\left[\vec{j}_f + \frac{\partial\vec{P}}{\partial t} + \nabla\times\vec{M}\right] + \mu_0\epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

右边两方程进一步写成

$$\nabla\cdot(\epsilon_0\vec{E}+\vec{P}) = \rho_f \qquad \nabla\times\left(\frac{1}{\mu_0}\vec{B}-\vec{M}\right) = \vec{j}_f + \frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_0\vec{E}+\vec{P})$$

引入辅助场量

$\vec{E}$ 电场强度 (electric field)

$\vec{B}$ 磁感应强度 (magnetic induction)

$$\vec{D} = (\epsilon_0\vec{E}+\vec{P})$$ 电位移矢量 (electric displacement)

$$\vec{H} = \left(\frac{1}{\mu_0}\vec{B}-\vec{M}\right)$$ 磁场强度 (magnetic field)

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \qquad \nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\left[\rho_f - \nabla \cdot \vec{P}\,\right],$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \qquad \nabla \times \vec{B} = \mu_0\left[\,\vec{j}_f + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \nabla \times \vec{M}\right] + \mu_0\epsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

右边两方程进一步写成

$$\nabla \cdot (\epsilon_0\vec{E} + \vec{P}) = \rho_f \qquad \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}\right) = \vec{j}_f + \frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_0\vec{E} + \vec{P})$$

引入辅助场量

$\vec{E}$ 电场强度 (electric field)

$\vec{B}$ 磁感应强度 (magnetic induction)

$$\vec{D} = (\epsilon_0\vec{E} + \vec{P})$$ 电位移矢量 (electric displacement)

$$\vec{H} = \left(\frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}\right)$$ 磁场强度 (magnetic field)

Maxwell 方程：

$$\boxed{\begin{aligned} &\nabla \cdot \vec{D} = \rho_f, && \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ &\nabla \cdot \vec{B} = 0, && \nabla \times \vec{H} = \vec{j}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{aligned}}$$

Maxwell 方程：

$$\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{D}} = \rho_f, \qquad \nabla \times \vec{\boldsymbol{E}} = -\frac{\partial \vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t},$$

$$\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = 0, \qquad \nabla \times \vec{\boldsymbol{H}} = \vec{\boldsymbol{j}}_f + \frac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}$$

Maxwell 方程：
$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{D}}=\rho_f,\qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t},$$
$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}=0,\qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}=\vec{\boldsymbol{j}}_f+\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}$$

讨论：

Maxwell 方程：

$$\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{D}} = \rho_f, \qquad \nabla \times \vec{\boldsymbol{E}} = -\frac{\partial \vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t},$$

$$\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = 0, \qquad \nabla \times \vec{\boldsymbol{H}} = \vec{\boldsymbol{j}}_f + \frac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}$$

讨论：

1. 场量 $\vec{\boldsymbol{E}}$, $\vec{\boldsymbol{D}}$, $\vec{\boldsymbol{B}}$, $\vec{\boldsymbol{H}}$ 中，$\vec{\boldsymbol{E}}$ 和 $\vec{\boldsymbol{B}}$ 是基本量，$\vec{\boldsymbol{D}}$ 和 $\vec{\boldsymbol{H}}$ 是辅助量。实际上，实验室中常用 $\vec{\boldsymbol{E}}$ 来描述电场，用 $\vec{\boldsymbol{H}}$ 来描述磁场。

Maxwell 方程：

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{D}}=\rho_f,\qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t},$$
$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}=0,\qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}=\vec{\boldsymbol{j}}_f+\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}$$

讨论：

1. 场量 $\vec{\boldsymbol{E}}$, $\vec{\boldsymbol{D}}$, $\vec{\boldsymbol{B}}$, $\vec{\boldsymbol{H}}$ 中，$\vec{\boldsymbol{E}}$ 和 $\vec{\boldsymbol{B}}$ 是基本量，$\vec{\boldsymbol{D}}$ 和 $\vec{\boldsymbol{H}}$ 是辅助量。实际上，实验室中常用 $\vec{\boldsymbol{E}}$ 来描述电场，用 $\vec{\boldsymbol{H}}$ 来描述磁场。因为建立磁场常用电磁铁，自由电流可知，因此 $\vec{\boldsymbol{H}}$ 可知（而 $\vec{\boldsymbol{B}}$ 通常依赖于特定的材料甚至，对铁磁体而言，与历史有关），建立电场常通过加电压，因此可确定 $\vec{\boldsymbol{E}}$（$\vec{\boldsymbol{D}}$ 通常依赖于特定的材料甚至，对铁电体而言，与历史有关）。

Maxwell 方程：

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho_f,\qquad \nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t},$$
$$\nabla\cdot\vec{B}=0,\qquad \nabla\times\vec{H}=\vec{j}_f+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

讨论：

1. 场量 $\vec{E}$, $\vec{D}$, $\vec{B}$, $\vec{H}$ 中，$\vec{E}$ 和 $\vec{B}$ 是基本量，$\vec{D}$ 和 $\vec{H}$ 是辅助量。实际上，实验室中常用 $\vec{E}$ 来描述电场，用 $\vec{H}$ 来描述磁场。因为建立磁场常用电磁铁，自由电流可知，因此 $\vec{H}$ 可知（而 $\vec{B}$ 通常依赖于特定的材料甚至，对铁磁体而言，与历史有关），建立电场常通过加电压，因此可确定 $\vec{E}$（ $\vec{D}$ 通常依赖于特定的材料甚至，对铁电体而言，与历史有关）。

2. 虽然引入辅助量方程形式上变得简单，但由于引入了$\vec{D}$、$\vec{H}$，场量增加，方程无法求解。必须知道$\vec{D}$、$\vec{H}$ 与 $\vec{E}$、$\vec{B}$ 的关系，方程方可求解。

Maxwell 方程：

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho_f,\qquad \nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t},$$
$$\nabla\cdot\vec{B}=0,\qquad \nabla\times\vec{H}=\vec{j}_f+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

讨论：

1. 场量 $\vec{E}$, $\vec{D}$, $\vec{B}$, $\vec{H}$ 中，$\vec{E}$ 和 $\vec{B}$ 是基本量，$\vec{D}$ 和 $\vec{H}$ 是辅助量。实际上，实验室中常用 $\vec{E}$ 来描述电场，用 $\vec{H}$ 来描述磁场。因为建立磁场常用电磁铁，自由电流可知，因此 $\vec{H}$ 可知（而 $\vec{B}$ 通常依赖于特定的材料甚至，对铁磁体而言，与历史有关），建立电场常通过加电压，因此可确定 $\vec{E}$（ $\vec{D}$ 通常依赖于特定的材料甚至，对铁电体而言，与历史有关）。

2. 虽然引入辅助量方程形式上变得简单，但由于引入了$\vec{D}$、$\vec{H}$，场量增加，方程无法求解。必须知道$\vec{D}$、$\vec{H}$ 与 $\vec{E}$、$\vec{B}$ 的关系，方程方可求解。

$$\left.\begin{aligned}\vec{D}&=\vec{D}(\vec{E},\vec{B})\\ \vec{H}&=\vec{H}(\vec{E},\vec{B})\end{aligned}\right\}\quad \text{本构关系 (constitutive relations)}$$

四、本构关系　欧姆定律

四、本构关系　欧姆定律

$$\left.\begin{aligned}\vec{\boldsymbol{D}} &= \vec{\boldsymbol{D}}(\vec{\boldsymbol{E}}, \vec{\boldsymbol{B}}) \\ \vec{\boldsymbol{H}} &= \vec{\boldsymbol{H}}(\vec{\boldsymbol{E}}, \vec{\boldsymbol{B}})\end{aligned}\right\} \quad \text{本构关系 (constitutive relations)}$$

四、本构关系　欧姆定律

$$\left.\begin{aligned}\vec{\boldsymbol{D}} &= \vec{\boldsymbol{D}}(\vec{\boldsymbol{E}}, \vec{\boldsymbol{B}}) \\ \vec{\boldsymbol{H}} &= \vec{\boldsymbol{H}}(\vec{\boldsymbol{E}}, \vec{\boldsymbol{B}})\end{aligned}\right\}$$ 本构关系 (constitutive relations)

1. 当外加场不是很强时，外场变化不是很快时，大多数物质的反应是线性的，即时的

四、本构关系 欧姆定律

$$\left.\begin{aligned}\vec{D} &= \vec{D}(\vec{E},\vec{B})\\ \vec{H} &= \vec{H}(\vec{E},\vec{B})\end{aligned}\right\}$$ 本构关系 (constitutive relations)

1. 当外加场不是很强时，外场变化不是很快时，大多数物质的反应是线性的，即时的

$$\begin{aligned}\vec{P} &= \overleftrightarrow{\chi}\cdot\epsilon_0\vec{E}\\ \vec{M} &= \overleftrightarrow{\kappa}\cdot\vec{H}\end{aligned}\quad\Rightarrow\quad\begin{aligned}\vec{D} &= \epsilon_0\vec{E}+\vec{P} = (\overleftrightarrow{\chi}+\overleftrightarrow{I})\cdot\epsilon_0\vec{E} = \overleftrightarrow{\epsilon}\cdot\vec{E}\\ \vec{B} &= \mu_0\vec{H}+\mu_0\vec{M} = (\overleftrightarrow{\kappa}+\overleftrightarrow{I})\cdot\mu_0\vec{H} = \overleftrightarrow{\mu}\cdot\vec{H}\end{aligned}$$

四、本构关系　欧姆定律

$$\left.\begin{array}{l}\vec{\boldsymbol{D}} = \vec{\boldsymbol{D}}(\vec{\boldsymbol{E}}, \vec{\boldsymbol{B}}) \\ \vec{\boldsymbol{H}} = \vec{\boldsymbol{H}}(\vec{\boldsymbol{E}}, \vec{\boldsymbol{B}})\end{array}\right\}$$

本构关系 (constitutive relations)

1. 当外加场不是很强时，外场变化不是很快时，大多数物质的反应是线性的，即时的

$$\begin{array}{l}\vec{\boldsymbol{P}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\chi}} \cdot \epsilon_0 \vec{\boldsymbol{E}} \\ \vec{\boldsymbol{M}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\kappa}} \cdot \vec{\boldsymbol{H}}\end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l}\vec{\boldsymbol{D}} = \epsilon_0 \vec{\boldsymbol{E}} + \vec{\boldsymbol{P}} = (\overleftrightarrow{\boldsymbol{\chi}} + \overleftrightarrow{\boldsymbol{I}}) \cdot \epsilon_0 \vec{\boldsymbol{E}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}} \cdot \vec{\boldsymbol{E}} \\ \vec{\boldsymbol{B}} = \mu_0 \vec{\boldsymbol{H}} + \mu_0 \vec{\boldsymbol{M}} = (\overleftrightarrow{\boldsymbol{\kappa}} + \overleftrightarrow{\boldsymbol{I}}) \cdot \mu_0 \vec{\boldsymbol{H}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}} \cdot \vec{\boldsymbol{H}}\end{array}$$

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\chi}}$　电极化率张量 (electric susceptibility tensor)

四、本构关系　欧姆定律

$$\left.\begin{aligned}\vec{\boldsymbol{D}} &= \vec{\boldsymbol{D}}(\vec{\boldsymbol{E}},\vec{\boldsymbol{B}})\\ \vec{\boldsymbol{H}} &= \vec{\boldsymbol{H}}(\vec{\boldsymbol{E}},\vec{\boldsymbol{B}})\end{aligned}\right\}$$

本构关系 (constitutive relations)

1. 当外加场不是很强时，外场变化不是很快时，大多数物质的反应是线性的，即时的

$$\begin{aligned}\vec{\boldsymbol{P}} &= \overleftrightarrow{\boldsymbol{\chi}}\cdot\epsilon_0\vec{\boldsymbol{E}}\\ \vec{\boldsymbol{M}} &= \overleftrightarrow{\boldsymbol{\kappa}}\cdot\vec{\boldsymbol{H}}\end{aligned}\quad\Rightarrow\quad\begin{aligned}\vec{\boldsymbol{D}} &= \epsilon_0\vec{\boldsymbol{E}}+\vec{\boldsymbol{P}} = (\overleftrightarrow{\boldsymbol{\chi}}+\overleftrightarrow{\boldsymbol{I}})\cdot\epsilon_0\vec{\boldsymbol{E}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}\cdot\vec{\boldsymbol{E}}\\ \vec{\boldsymbol{B}} &= \mu_0\vec{\boldsymbol{H}}+\mu_0\vec{\boldsymbol{M}} = (\overleftrightarrow{\boldsymbol{\kappa}}+\overleftrightarrow{\boldsymbol{I}})\cdot\mu_0\vec{\boldsymbol{H}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}\cdot\vec{\boldsymbol{H}}\end{aligned}$$

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\chi}}$　电极化率张量 (electric susceptibility tensor)

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\kappa}}$　磁化率张量 (magnetic susceptibility tensor)

四、本构关系　欧姆定律

$$\left.\begin{aligned}\vec{\boldsymbol{D}} &= \vec{\boldsymbol{D}}(\vec{\boldsymbol{E}},\vec{\boldsymbol{B}})\\ \vec{\boldsymbol{H}} &= \vec{\boldsymbol{H}}(\vec{\boldsymbol{E}},\vec{\boldsymbol{B}})\end{aligned}\right\}$$

本构关系 (constitutive relations)

1. 当外加场不是很强时，外场变化不是很快时，大多数物质的反应是线性的，即时的

$$\begin{aligned}\vec{\boldsymbol{P}} &= \overleftrightarrow{\boldsymbol{\chi}}\cdot\epsilon_0\vec{\boldsymbol{E}}\\ \vec{\boldsymbol{M}} &= \overleftrightarrow{\boldsymbol{\kappa}}\cdot\vec{\boldsymbol{H}}\end{aligned}\quad\Rightarrow\quad\begin{aligned}\vec{\boldsymbol{D}} &= \epsilon_0\vec{\boldsymbol{E}}+\vec{\boldsymbol{P}} = (\overleftrightarrow{\boldsymbol{\chi}}+\overleftrightarrow{\boldsymbol{I}})\cdot\epsilon_0\vec{\boldsymbol{E}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}\cdot\vec{\boldsymbol{E}}\\ \vec{\boldsymbol{B}} &= \mu_0\vec{\boldsymbol{H}}+\mu_0\vec{\boldsymbol{M}} = (\overleftrightarrow{\boldsymbol{\kappa}}+\overleftrightarrow{\boldsymbol{I}})\cdot\mu_0\vec{\boldsymbol{H}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}\cdot\vec{\boldsymbol{H}}\end{aligned}$$

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\chi}}$　电极化率张量 (electric susceptibility tensor)

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\kappa}}$　磁化率张量 (magnetic susceptibility tensor)

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}$　介电张量 (permittivity tensor)

四、本构关系　欧姆定律

$$\left.\begin{aligned}\vec{D} &= \vec{D}(\vec{E},\vec{B})\\ \vec{H} &= \vec{H}(\vec{E},\vec{B})\end{aligned}\right\}$$ 本构关系 (constitutive relations)

1. 当外加场不是很强时，外场变化不是很快时，大多数物质的反应是线性的，即时的

$$\begin{aligned}\vec{P} &= \overleftrightarrow{\chi}\cdot\epsilon_0\vec{E}\\ \vec{M} &= \overleftrightarrow{\kappa}\cdot\vec{H}\end{aligned} \quad\Rightarrow\quad \begin{aligned}\vec{D} &= \epsilon_0\vec{E}+\vec{P} = (\overleftrightarrow{\chi}+\overleftrightarrow{I})\cdot\epsilon_0\vec{E} = \overleftrightarrow{\epsilon}\cdot\vec{E}\\ \vec{B} &= \mu_0\vec{H}+\mu_0\vec{M} = (\overleftrightarrow{\kappa}+\overleftrightarrow{I})\cdot\mu_0\vec{H} = \overleftrightarrow{\mu}\cdot\vec{H}\end{aligned}$$

$\overleftrightarrow{\chi}$　电极化率张量 (electric susceptibility tensor)

$\overleftrightarrow{\kappa}$　磁化率张量 (magnetic susceptibility tensor)

$\overleftrightarrow{\epsilon}$　介电张量 (permittivity tensor)

$\overleftrightarrow{\mu}$　磁导率张量 (permeability tensor)

四、本构关系　欧姆定律

$$\left.\begin{aligned}\vec{D} &= \vec{D}(\vec{E},\vec{B})\\ \vec{H} &= \vec{H}(\vec{E},\vec{B})\end{aligned}\right\}$$ 本构关系 (constitutive relations)

1. 当外加场不是很强时，外场变化不是很快时，大多数物质的反应是线性的，即时的

$$\begin{aligned}\vec{P} &= \overleftrightarrow{\chi}\cdot\epsilon_0\vec{E}\\ \vec{M} &= \overleftrightarrow{\kappa}\cdot\vec{H}\end{aligned}\quad\Rightarrow\quad\begin{aligned}\vec{D} &= \epsilon_0\vec{E}+\vec{P} = (\overleftrightarrow{\chi}+\overleftrightarrow{I})\cdot\epsilon_0\vec{E} = \overleftrightarrow{\epsilon}\cdot\vec{E}\\ \vec{B} &= \mu_0\vec{H}+\mu_0\vec{M} = (\overleftrightarrow{\kappa}+\overleftrightarrow{I})\cdot\mu_0\vec{H} = \overleftrightarrow{\mu}\cdot\vec{H}\end{aligned}$$

$\overleftrightarrow{\chi}$ 电极化率张量 (electric susceptibility tensor)

$\overleftrightarrow{\kappa}$ 磁化率张量 (magnetic susceptibility tensor)

$\overleftrightarrow{\epsilon}$ 介电张量 (permittivity tensor)

$\overleftrightarrow{\mu}$ 磁导率张量 (permeability tensor)

$$\overleftrightarrow{\epsilon}_r = \frac{\overleftrightarrow{\epsilon}}{\epsilon_0} = \overleftrightarrow{I}+\overleftrightarrow{\chi}$$ 相对介电张量 (relative permittivity tensor)

四、本构关系 欧姆定律

$$\left.\begin{aligned}\vec{\boldsymbol{D}} &= \vec{\boldsymbol{D}}(\vec{\boldsymbol{E}}, \vec{\boldsymbol{B}})\\ \vec{\boldsymbol{H}} &= \vec{\boldsymbol{H}}(\vec{\boldsymbol{E}}, \vec{\boldsymbol{B}})\end{aligned}\right\}$$ 本构关系 (constitutive relations)

1. 当外加场不是很强时，外场变化不是很快时，大多数物质的反应是线性的，即时的

$$\begin{aligned}\vec{\boldsymbol{P}} &= \overleftrightarrow{\boldsymbol{\chi}} \cdot \epsilon_0 \vec{\boldsymbol{E}}\\ \vec{\boldsymbol{M}} &= \overleftrightarrow{\boldsymbol{\kappa}} \cdot \vec{\boldsymbol{H}}\end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned}\vec{\boldsymbol{D}} &= \epsilon_0 \vec{\boldsymbol{E}} + \vec{\boldsymbol{P}} = (\overleftrightarrow{\boldsymbol{\chi}} + \overleftrightarrow{\boldsymbol{I}}) \cdot \epsilon_0 \vec{\boldsymbol{E}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}} \cdot \vec{\boldsymbol{E}}\\ \vec{\boldsymbol{B}} &= \mu_0 \vec{\boldsymbol{H}} + \mu_0 \vec{\boldsymbol{M}} = (\overleftrightarrow{\boldsymbol{\kappa}} + \overleftrightarrow{\boldsymbol{I}}) \cdot \mu_0 \vec{\boldsymbol{H}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}} \cdot \vec{\boldsymbol{H}}\end{aligned}$$

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\chi}}$ 电极化率张量 (electric susceptibility tensor)

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\kappa}}$ 磁化率张量 (magnetic susceptibility tensor)

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}$ 介电张量 (permittivity tensor)

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}$ 磁导率张量 (permeability tensor)

$$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}_r = \frac{\overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}}{\epsilon_0} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{I}} + \overleftrightarrow{\boldsymbol{\chi}}$$ 相对介电张量 (relative permittivity tensor)

$$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}_r = \frac{\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}}{\mu_0} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{I}} + \overleftrightarrow{\boldsymbol{\kappa}}$$ 相对磁导率张量 (relative permeability tensor)

Let there be light

$$\begin{array}{l} \vec{\boldsymbol{P}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\chi}} \cdot \epsilon_0 \vec{\boldsymbol{E}} \\ \vec{\boldsymbol{M}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\kappa}} \cdot \vec{\boldsymbol{H}} \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \vec{\boldsymbol{D}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}} \cdot \vec{\boldsymbol{E}} \\ \vec{\boldsymbol{B}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}} \cdot \vec{\boldsymbol{H}} \end{array} \tag{1}$$

分量形式:

$$\begin{array}{l} P_i = \epsilon_0 \, \chi_{ij} E_j \\ M_i = \kappa_{ij} H_j \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} D_i = \epsilon_{ij} E_j \\ B_i = \mu_{ij} H_j \end{array}$$

$$\begin{aligned} \vec{\boldsymbol{P}} &= \overleftrightarrow{\boldsymbol{\chi}} \cdot \epsilon_0 \vec{\boldsymbol{E}} \\ \vec{\boldsymbol{M}} &= \overleftrightarrow{\boldsymbol{\kappa}} \cdot \vec{\boldsymbol{H}} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \vec{\boldsymbol{D}} &= \overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}} \cdot \vec{\boldsymbol{E}} \\ \vec{\boldsymbol{B}} &= \overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}} \cdot \vec{\boldsymbol{H}} \end{aligned} \tag{1}$$

分量形式：
$$\begin{aligned} P_i &= \epsilon_0\, \chi_{ij} E_j \\ M_i &= \kappa_{ij} H_j \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} D_i &= \epsilon_{ij} E_j \\ B_i &= \mu_{ij} H_j \end{aligned}$$

2. 对线性各向同性介质，所有张量退化为标量，就有简单的比例关系

$$\begin{cases} \chi_{ij} = \chi\, \delta_{ij} \\ \kappa_{ij} = \kappa\, \delta_{ij} \end{cases} \Longrightarrow \quad \begin{aligned} \vec{\boldsymbol{P}} &= \chi \epsilon_0 \vec{\boldsymbol{E}} \\ \vec{\boldsymbol{M}} &= \kappa \vec{\boldsymbol{H}} \end{aligned} \quad \text{和} \quad \begin{aligned} \vec{\boldsymbol{D}} &= \epsilon \vec{\boldsymbol{E}} \\ \vec{\boldsymbol{B}} &= \mu \vec{\boldsymbol{H}} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l}\vec{P} = \overleftrightarrow{\chi} \cdot \epsilon_0 \vec{E} \\ \vec{M} = \overleftrightarrow{\kappa} \cdot \vec{H}\end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l}\vec{D} = \overleftrightarrow{\epsilon} \cdot \vec{E} \\ \vec{B} = \overleftrightarrow{\mu} \cdot \vec{H}\end{array} \qquad (1)$$

分量形式：
$$\begin{array}{l}P_i = \epsilon_0 \chi_{ij} E_j \\ M_i = \kappa_{ij} H_j\end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l}D_i = \epsilon_{ij} E_j \\ B_i = \mu_{ij} H_j\end{array}$$

2. 对线性各向同性介质，所有张量退化为标量，就有简单的比例关系

$$\begin{cases}\chi_{ij} = \chi\,\delta_{ij} \\ \kappa_{ij} = \kappa\,\delta_{ij}\end{cases} \Longrightarrow \quad \begin{array}{l}\vec{P} = \chi\epsilon_0 \vec{E} \\ \vec{M} = \kappa \vec{H}\end{array} \quad \text{和} \quad \begin{array}{l}\vec{D} = \epsilon \vec{E} \\ \vec{B} = \mu \vec{H}\end{array}$$

3. 高频情况，极化电荷和磁化电流跟不上场的变化，这时 (1) 可写成

$$\begin{array}{l} \vec{\boldsymbol{P}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\chi}} \cdot \epsilon_0 \vec{\boldsymbol{E}} \\ \vec{\boldsymbol{M}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\kappa}} \cdot \vec{\boldsymbol{H}} \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \vec{\boldsymbol{D}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}} \cdot \vec{\boldsymbol{E}} \\ \vec{\boldsymbol{B}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}} \cdot \vec{\boldsymbol{H}} \end{array} \tag{1}$$

分量形式：

$$\begin{array}{l} P_i = \epsilon_0 \, \chi_{ij} E_j \\ M_i = \kappa_{ij} H_j \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} D_i = \epsilon_{ij} E_j \\ B_i = \mu_{ij} H_j \end{array}$$

2. 对线性各向同性介质，所有张量退化为标量，就有简单的比例关系

$$\left\{ \begin{array}{l} \chi_{ij} = \chi \, \delta_{ij} \\ \kappa_{ij} = \kappa \, \delta_{ij} \end{array} \right. \Longrightarrow \quad \begin{array}{l} \vec{\boldsymbol{P}} = \chi \epsilon_0 \vec{\boldsymbol{E}} \\ \vec{\boldsymbol{M}} = \kappa \vec{\boldsymbol{H}} \end{array} \quad \text{和} \quad \begin{array}{l} \vec{\boldsymbol{D}} = \epsilon \vec{\boldsymbol{E}} \\ \vec{\boldsymbol{B}} = \mu \vec{\boldsymbol{H}} \end{array}$$

3. 高频情况，极化电荷和磁化电流跟不上场的变化，这时 (1) 可写成

(2) 对线性介质

$$\vec{\boldsymbol{D}}(t) = \int_{-\infty}^{t} \overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}(t-t') \cdot \vec{\boldsymbol{E}}(t') \mathrm{d}t'$$

$$\vec{\boldsymbol{B}}(t) = \int_{-\infty}^{t} \overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}(t-t') \cdot \vec{\boldsymbol{H}}(t') \mathrm{d}t'$$

物理意义：t 时刻的响应依赖于所有 $t' \leq t$ 时刻的外场

$$\vec{\boldsymbol{P}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\chi}} \cdot \epsilon_0 \vec{\boldsymbol{E}} \qquad \vec{\boldsymbol{M}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\kappa}} \cdot \vec{\boldsymbol{H}} \quad \Rightarrow \quad \vec{\boldsymbol{D}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}} \cdot \vec{\boldsymbol{E}} \qquad \vec{\boldsymbol{B}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}} \cdot \vec{\boldsymbol{H}} \tag{1}$$

分量形式：

$$P_i = \epsilon_0\, \chi_{ij} E_j \qquad M_i = \kappa_{ij} H_j \quad \Rightarrow \quad D_i = \epsilon_{ij} E_j \qquad B_i = \mu_{ij} H_j$$

2. 对线性各向同性介质，所有张量退化为标量，就有简单的比例关系

$$\begin{cases} \chi_{ij} = \chi\, \delta_{ij} \\ \kappa_{ij} = \kappa\, \delta_{ij} \end{cases} \Longrightarrow \quad \begin{aligned} \vec{\boldsymbol{P}} &= \chi \epsilon_0 \vec{\boldsymbol{E}} \\ \vec{\boldsymbol{M}} &= \kappa \vec{\boldsymbol{H}} \end{aligned} \quad \text{和} \quad \begin{aligned} \vec{\boldsymbol{D}} &= \epsilon \vec{\boldsymbol{E}} \\ \vec{\boldsymbol{B}} &= \mu \vec{\boldsymbol{H}} \end{aligned}$$

3. 高频情况，极化电荷和磁化电流跟不上场的变化，这时 (1) 可写成

(2) 对线性介质

$$\vec{\boldsymbol{D}}(t) = \int_{-\infty}^{t} \overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}(t-t') \cdot \vec{\boldsymbol{E}}(t')\mathrm{d}t'$$

$$\vec{\boldsymbol{B}}(t) = \int_{-\infty}^{t} \overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}(t-t') \cdot \vec{\boldsymbol{H}}(t')\mathrm{d}t'$$

物理意义：t 时刻的响应依赖于所有 $t' \le t$ 时刻的外场

傅立叶变换：

$$\vec{\boldsymbol{D}}(\omega) = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}(\omega) \cdot \vec{\boldsymbol{E}}(\omega)$$

$$\vec{\boldsymbol{B}}(\omega) = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}(\omega) \cdot \vec{\boldsymbol{H}}(\omega)$$

其中

$$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}(\omega) = \int_0^{+\infty} \overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}(t) e^{i\omega t}\,\mathrm{d}t$$

$$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}(\omega) = \int_0^{+\infty} \overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}(t) e^{i\omega t}\,\mathrm{d}t$$

Let there be light

$$\vec{\boldsymbol{D}}(\omega) = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}(\omega) \cdot \vec{\boldsymbol{E}}(\omega)$$

$$\vec{\boldsymbol{B}}(\omega) = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}(\omega) \cdot \vec{\boldsymbol{H}}(\omega)$$

$$\vec{\boldsymbol{D}}(\omega) = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}(\omega) \cdot \vec{\boldsymbol{E}}(\omega)$$

$$\vec{\boldsymbol{B}}(\omega) = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}(\omega) \cdot \vec{\boldsymbol{H}}(\omega)$$

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}$、$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}$ 与频率有关:

$$\vec{\boldsymbol{D}}(\omega)=\overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}(\omega)\cdot\vec{\boldsymbol{E}}(\omega)$$

$$\vec{\boldsymbol{B}}(\omega)=\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}(\omega)\cdot\vec{\boldsymbol{H}}(\omega)$$

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}$、$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}$ 与频率有关：色散。

$$\vec{\boldsymbol{D}}(\omega) = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}(\omega) \cdot \vec{\boldsymbol{E}}(\omega)$$

$$\vec{\boldsymbol{B}}(\omega) = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}(\omega) \cdot \vec{\boldsymbol{H}}(\omega)$$

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}$、$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}$ 与频率有关：色散。相应的介质称为：色散介质 (dispersive medium)

$$\vec{D}(\omega) = \overleftrightarrow{\epsilon}(\omega) \cdot \vec{E}(\omega)$$

$$\vec{B}(\omega) = \overleftrightarrow{\mu}(\omega) \cdot \vec{H}(\omega)$$

$\overleftrightarrow{\epsilon}$、$\overleftrightarrow{\mu}$ 与频率有关：色散。相应的介质称为：色散介质 (dispersive medium)

对色散介质，在时域做模拟时（如用 FDTD ）必须利用 (2) 式

$$\vec{\boldsymbol{D}}(\omega) = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}(\omega) \cdot \vec{\boldsymbol{E}}(\omega)$$

$$\vec{\boldsymbol{B}}(\omega) = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}(\omega) \cdot \vec{\boldsymbol{H}}(\omega)$$

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}$、$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}$ 与频率有关：色散。相应的介质称为：色散介质 (dispersive medium)

对色散介质，在时域做模拟时（如用 FDTD ）必须利用 (2) 式

4. 对铁电、铁磁材料，存在非齐次线性关系，如，铁磁材料有：

$$\vec{D}(\omega)=\overleftrightarrow{\epsilon}(\omega)\cdot\vec{E}(\omega)$$

$$\vec{B}(\omega)=\overleftrightarrow{\mu}(\omega)\cdot\vec{H}(\omega)$$

$\overleftrightarrow{\epsilon}$、$\overleftrightarrow{\mu}$ 与频率有关：色散。相应的介质称为：色散介质 (dispersive medium)

对色散介质，在时域做模拟时（如用 FDTD ）必须利用 (2) 式

4. 对铁电、铁磁材料，存在非齐次线性关系，如，铁磁材料有：

$$\vec{B}=\mu\vec{H}+\vec{M}_0$$

外场为 0 时，$\vec{M}\neq 0$，且 $\vec{M}$ 与磁化历史有关

$$\vec{D}(\omega) = \overleftrightarrow{\epsilon}(\omega) \cdot \vec{E}(\omega)$$

$$\vec{B}(\omega) = \overleftrightarrow{\mu}(\omega) \cdot \vec{H}(\omega)$$

$\overleftrightarrow{\epsilon}$、$\overleftrightarrow{\mu}$ 与频率有关：色散。相应的介质称为：色散介质 (dispersive medium)

对色散介质，在时域做模拟时（如用 FDTD ）必须利用 (2) 式

4. 对铁电、铁磁材料，存在非齐次线性关系，如，铁磁材料有：

$$\vec{B} = \mu\vec{H} + \vec{M}_0$$

外场为 0 时，$\vec{M} \neq 0$，且 $\vec{M}$ 与磁化历史有关

5. 对某些介质或在外场较强时，可能出现非线性响应，如：$\vec{P} = \chi(\vec{E})\,\epsilon_0\vec{E}$

$$\vec{D}(\omega)=\overleftrightarrow{\epsilon}(\omega)\cdot\vec{E}(\omega)$$

$$\vec{B}(\omega)=\overleftrightarrow{\mu}(\omega)\cdot\vec{H}(\omega)$$

$\overleftrightarrow{\epsilon}$、$\overleftrightarrow{\mu}$ 与频率有关：色散。相应的介质称为：色散介质 (dispersive medium)

对色散介质，在时域做模拟时（如用 FDTD ）必须利用 (2) 式

4. 对铁电、铁磁材料，存在非齐次线性关系，如，铁磁材料有：

$$\vec{B}=\mu\vec{H}+\vec{M}_0 \qquad \text{外场为 0 时，} \vec{M}\neq 0\text{，且 } \vec{M} \text{ 与磁化历史有关}$$

5. 对某些介质或在外场较强时，可能出现非线性响应，如：$\vec{P}=\chi(\vec{E})\,\epsilon_0\vec{E}$

欧姆定律：

$$\vec{\boldsymbol{D}}(\omega) = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}(\omega) \cdot \vec{\boldsymbol{E}}(\omega)$$

$$\vec{\boldsymbol{B}}(\omega) = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}(\omega) \cdot \vec{\boldsymbol{H}}(\omega)$$

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\epsilon}}$、$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}$ 与频率有关：色散。相应的介质称为：色散介质 (dispersive medium)

对色散介质，在时域做模拟时（如用 FDTD ）必须利用 (2) 式

4. 对铁电、铁磁材料，存在非齐次线性关系，如，铁磁材料有：

$$\vec{\boldsymbol{B}} = \mu \vec{\boldsymbol{H}} + \vec{\boldsymbol{M}}_0$$

外场为 0 时，$\vec{\boldsymbol{M}} \neq 0$，且 $\vec{\boldsymbol{M}}$ 与磁化历史有关

5. 对某些介质或在外场较强时，可能出现非线性响应，如：$\vec{\boldsymbol{P}} = \chi(\vec{\boldsymbol{E}})\, \epsilon_0 \vec{\boldsymbol{E}}$

欧姆定律：

最一般地： $\vec{\boldsymbol{j}} = \vec{\boldsymbol{j}}(\vec{\boldsymbol{E}}, \vec{\boldsymbol{H}})$ 有时也把它称为一个本构关系

线性介质： $\vec{\boldsymbol{j}} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\sigma}}_c \cdot \vec{\boldsymbol{E}}$ 分量形式：$j_i = \sigma_{cik} E_k$

各向同性： $\vec{\boldsymbol{j}} = \sigma_c \vec{\boldsymbol{E}}$ 称为欧姆定律

$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\sigma}}_c$： 电导率张量 (conductivity tensor)。

五、对偶场，磁荷（磁单极）

五、对偶场，磁荷（磁单极）

在无源区，$\rho_f = 0$, $\vec{\boldsymbol{j}}_f = 0$，Maxwell 方程为，

五、对偶场，磁荷（磁单极）

在无源区，$\rho_f = 0$, $\vec{\boldsymbol{j}}_f = 0$，Maxwell 方程为，

$$\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{D}} = 0 \qquad \nabla \times \vec{\boldsymbol{E}} = -\frac{\partial \vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = 0 \qquad \nabla \times \vec{\boldsymbol{H}} = \frac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}$$

五、对偶场，磁荷（磁单极）

在无源区，$\rho_f = 0$, $\vec{\boldsymbol{j}}_f = 0$，Maxwell 方程为，

$$\begin{aligned} &\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{D}} = 0 \qquad\qquad \nabla \times \vec{\boldsymbol{E}} = -\frac{\partial \vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t} \\ &\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = 0 \qquad\qquad \nabla \times \vec{\boldsymbol{H}} = \frac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t} \end{aligned} \tag{1}$$

如作如下变换：（$c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$）

五、对偶场，磁荷（磁单极）

在无源区，$\rho_f = 0, \vec{j}_f = 0$，Maxwell 方程为，

$$\begin{aligned} \nabla\cdot\vec{D} &= 0 & \nabla\times\vec{E} &= -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\ \nabla\cdot\vec{B} &= 0 & \nabla\times\vec{H} &= \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \end{aligned} \tag{1}$$

如作如下变换：（$c = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$）

$$\begin{aligned} \vec{E} &\to \mu_0\, c\vec{H}\,' & \vec{D} &\to \epsilon_0\, c\vec{B}\,' \\ \mu_0\, c\vec{H} &\to -\vec{E}\,' & \epsilon_0\, c\vec{B} &\to -\vec{D}\,' \end{aligned}$$

五、对偶场，磁荷（磁单极）

在无源区，$\rho_f = 0$, $\vec{j}_f = 0$，Maxwell 方程为，

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \qquad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{1}$$

如作如下变换：（$c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$）

$$\vec{E} \to \mu_0\, c\vec{H}\,' \qquad \vec{D} \to \epsilon_0\, c\vec{B}\,'$$
$$\mu_0\, c\vec{H} \to -\vec{E}\,' \qquad \epsilon_0\, c\vec{B} \to -\vec{D}\,'$$

则$\vec{E}\,'$, $\vec{D}\,'$, $\vec{B}\,'$ 和 $\vec{H}\,'$ 也满足方程 (1)。

五、对偶场，磁荷（磁单极）

在无源区，$\rho_f = 0$, $\vec{j}_f = 0$，Maxwell 方程为，

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{D} &= 0 \qquad & \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \qquad & \nabla \times \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{aligned} \tag{1}$$

如作如下变换：（$c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$）

$$\begin{aligned} \vec{E} &\to \mu_0\, c\vec{H}\,' \qquad & \vec{D} &\to \epsilon_0\, c\vec{B}\,' \\ \mu_0\, c\vec{H} &\to -\vec{E}\,' \qquad & \epsilon_0\, c\vec{B} &\to -\vec{D}\,' \end{aligned}$$

则$\vec{E}\,'$, $\vec{D}\,'$, $\vec{B}\,'$ 和 $\vec{H}\,'$ 也满足方程 (1)。

称：$\vec{E}\,'$, $\vec{B}\,'$ 为原 $\vec{E}$, $\vec{B}$ 的对偶场。

但在有源区， Maxwell 方程的电和磁并不完全对称，

但在有源区， Maxwell 方程的电和磁并不完全对称，

$$\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{D}} = \rho_e \qquad \nabla \times \vec{\boldsymbol{E}} = -\frac{\partial \vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = 0 \qquad \nabla \times \vec{\boldsymbol{H}} = \vec{\boldsymbol{j}}_e + \frac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}$$

如果方程写成如下形式（Heaviside 提出，同时他也认识到可能没有磁荷与磁流）

但在有源区， Maxwell 方程的电和磁并不完全对称，

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{D}}=\rho_e \qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}=0 \qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}=\vec{\boldsymbol{j}}_e+\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}$$

如果方程写成如下形式（Heaviside 提出，同时他也认识到可能没有磁荷与磁流）

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{D}}=\rho_e \qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\mu_0\vec{\boldsymbol{j}}_m-\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t} \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}=\mu_0\rho_m \qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}=\vec{\boldsymbol{j}}_e+\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t} \tag{2}$$

但在有源区， Maxwell 方程的电和磁并不完全对称，

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{D}}=\rho_e \qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}=0 \qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}=\vec{\boldsymbol{j}}_e+\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}$$

如果方程写成如下形式（Heaviside 提出，同时他也认识到可能没有磁荷与磁流）

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{D}}=\rho_e \qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\mu_0\vec{\boldsymbol{j}}_m-\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t} \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}=\mu_0\rho_m \qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}=\vec{\boldsymbol{j}}_e+\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t} \tag{2}$$

作如下变换，相当于方程 $(1)\Leftrightarrow(2)$，电和磁就显示出完美的对称性

但在有源区， Maxwell 方程的电和磁并不完全对称，

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{D}}=\rho_e \qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}=0 \qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}=\vec{\boldsymbol{j}}_e+\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}$$

如果方程写成如下形式（Heaviside 提出，同时他也认识到可能没有磁荷与磁流）

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{D}}=\rho_e \qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\mu_0\vec{\boldsymbol{j}}_m-\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t} \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}=\mu_0\rho_m \qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}=\vec{\boldsymbol{j}}_e+\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t} \tag{2}$$

作如下变换，相当于方程 $(1)\Leftrightarrow(2)$，电和磁就显示出完美的对称性

$$\vec{\boldsymbol{E}}\to\mu_0\,c\vec{\boldsymbol{H}}\,', \qquad \vec{\boldsymbol{D}}\to\epsilon_0\,c\vec{\boldsymbol{B}}\,', \qquad \rho_e\to\rho'_m/c, \qquad \vec{\boldsymbol{j}}_e\to\vec{\boldsymbol{j}}'_m/c,$$

但在有源区， Maxwell 方程的电和磁并不完全对称，

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{D}}=\rho_e \qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}=0 \qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}=\vec{\boldsymbol{j}}_e+\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}$$

如果方程写成如下形式（Heaviside 提出，同时他也认识到可能没有磁荷与磁流）

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{D}}=\rho_e \qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\mu_0\vec{\boldsymbol{j}}_m-\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t} \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}=\mu_0\rho_m \qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}=\vec{\boldsymbol{j}}_e+\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t} \tag{2}$$

作如下变换，相当于方程 $(1)\Leftrightarrow(2)$，电和磁就显示出完美的对称性

$$\vec{\boldsymbol{E}}\rightarrow\mu_0\,c\vec{\boldsymbol{H}}\,', \quad \vec{\boldsymbol{D}}\rightarrow\epsilon_0\,c\vec{\boldsymbol{B}}\,', \quad \rho_e\rightarrow\rho'_m/c, \quad \vec{\boldsymbol{j}}_e\rightarrow\vec{\boldsymbol{j}}'_m/c,$$

$$\mu_0\,c\vec{\boldsymbol{H}}\rightarrow-\vec{\boldsymbol{E}}\,', \quad \epsilon_0\,c\vec{\boldsymbol{B}}\rightarrow-\vec{\boldsymbol{D}}\,', \quad \rho_m/c\rightarrow-\rho'_e, \quad c\vec{\boldsymbol{j}}_m\rightarrow-\vec{\boldsymbol{j}}'_e$$

但在有源区， Maxwell 方程的电和磁并不完全对称，

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho_e \qquad \nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{B}=0 \qquad \nabla\times\vec{H}=\vec{j}_e+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

如果方程写成如下形式（Heaviside 提出，同时他也认识到可能没有磁荷与磁流）

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho_e \qquad \nabla\times\vec{E}=-\mu_0\vec{j}_m-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\vec{B}=\mu_0\rho_m \qquad \nabla\times\vec{H}=\vec{j}_e+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \tag{2}$$

作如下变换，相当于方程 $(1)\Leftrightarrow(2)$，电和磁就显示出完美的对称性

$$\vec{E}\to\mu_0\,c\vec{H}\,', \quad \vec{D}\to\epsilon_0\,c\vec{B}\,', \quad \rho_e\to\rho_m'/c, \quad \vec{j}_e\to\vec{j}_m'/c,$$

$$\mu_0\,c\vec{H}\to-\vec{E}\,', \quad \epsilon_0\,c\vec{B}\to-\vec{D}\,', \quad \rho_m/c\to-\rho_e', \quad c\vec{j}_m\to-\vec{j}_e'$$

其中：ρ_m 是磁荷密度、$\vec{j}_m$ 为磁(荷)流密度。满足：

但在有源区， Maxwell 方程的电和磁并不完全对称，

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho_e \qquad \nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{B}=0 \qquad \nabla\times\vec{H}=\vec{j}_e+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

如果方程写成如下形式（Heaviside 提出，同时他也认识到可能没有磁荷与磁流）

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho_e \qquad \nabla\times\vec{E}=-\mu_0\vec{j}_m-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\vec{B}=\mu_0\rho_m \qquad \nabla\times\vec{H}=\vec{j}_e+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \tag{2}$$

作如下变换，相当于方程 $(1)\Leftrightarrow(2)$，电和磁就显示出完美的对称性

$$\vec{E}\to\mu_0\,c\vec{H}\,', \quad \vec{D}\to\epsilon_0\,c\vec{B}\,', \quad \rho_e\to\rho_m'/c, \quad \vec{j}_e\to\vec{j}_m'/c,$$

$$\mu_0\,c\vec{H}\to-\vec{E}\,', \quad \epsilon_0\,c\vec{B}\to-\vec{D}\,', \quad \rho_m/c\to-\rho_e', \quad c\vec{j}_m\to-\vec{j}_e'$$

其中：ρ_m 是磁荷密度、$\vec{j}_m$ 为磁(荷)流密度。满足：

$$\nabla\cdot\vec{j}_m+\frac{\partial\rho_m}{\partial t}=0$$

遗憾的是，人们至今没有找到磁荷。

遗憾的是，人们至今没有找到磁荷。

Dirac 曾证明，一旦存在磁荷，就可从理论上解释为什么电荷是量子化的。

遗憾的是，人们至今没有找到磁荷。

Dirac 曾证明，一旦存在磁荷，就可从理论上解释为什么电荷是量子化的。

例 1：寻找磁荷：设宇宙射线中含有带磁荷 q_m 之粒子，求当这种粒子穿过一无阻抗（超导）线圈时，线圈上出现的感应电流。已知线圈自感为 L。

遗憾的是，人们至今没有找到磁荷。

Dirac 曾证明，一旦存在磁荷，就可从理论上解释为什么电荷是量子化的。

例 1：寻找磁荷：设宇宙射线中含有带磁荷 q_m 之粒子，求当这种粒子穿过一无阻抗（超导）线圈时，线圈上出现的感应电流。已知线圈自感为 L。

存在磁荷时有：$\nabla \times \vec{\boldsymbol{E}} = -\mu_0 \vec{\boldsymbol{j}}_m - \dfrac{\partial \vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$，两边同时积分

遗憾的是，人们至今没有找到磁荷。

Dirac 曾证明，一旦存在磁荷，就可从理论上解释为什么电荷是量子化的。

例 1：**寻找磁荷**：设宇宙射线中含有带磁荷 q_m 之粒子，求当这种粒子穿过一无阻抗（超导）线圈时，线圈上出现的感应电流。已知线圈自感为 L。

存在磁荷时有：$\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\mu_0\vec{\boldsymbol{j}}_m-\dfrac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$，两边同时积分

$$\int_{\mathcal{S}}(\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}})\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma=-\mu_0\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{j}}_m\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{B}}\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$$

遗憾的是，人们至今没有找到磁荷。

Dirac 曾证明，一旦存在磁荷，就可从理论上解释为什么电荷是量子化的。

例 1：**寻找磁荷**：设宇宙射线中含有带磁荷 q_m 之粒子，求当这种粒子穿过一无阻抗（超导）线圈时，线圈上出现的感应电流。已知线圈自感为 L。

存在磁荷时有：$\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\mu_0\vec{\boldsymbol{j}}_m-\dfrac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$，两边同时积分

$$\int_{\mathcal{S}}(\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}})\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma=-\mu_0\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{j}}_m\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{B}}\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$$

左边化为线积分，右边第一积分为磁流强度 I_m

第二积分为磁通量 Φ

遗憾的是，人们至今没有找到磁荷。

Dirac 曾证明，一旦存在磁荷，就可从理论上解释为什么电荷是量子化的。

例 1：**寻找磁荷**：设宇宙射线中含有带磁荷 q_m 之粒子，求当这种粒子穿过一无阻抗（超导）线圈时，线圈上出现的感应电流。已知线圈自感为 L。

存在磁荷时有：$\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}} = -\mu_0\vec{\boldsymbol{j}}_m - \dfrac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$，两边同时积分

$$\int_{\mathcal{S}}(\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}})\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma = -\mu_0\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{j}}_m\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{B}}\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$$

左边化为线积分，右边第一积分为磁流强度 I_m 第二积分为磁通量 Φ

$$\oint\vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}} = -\mu_0 I_m - \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

遗憾的是，人们至今没有找到磁荷。

Dirac 曾证明，一旦存在磁荷，就可从理论上解释为什么电荷是量子化的。

例 1：寻找磁荷：设宇宙射线中含有带磁荷 q_m 之粒子，求当这种粒子穿过一无阻抗（超导）线圈时，线圈上出现的感应电流。已知线圈自感为 L。

存在磁荷时有：$\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\mu_0\vec{\boldsymbol{j}}_m-\dfrac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$，两边同时积分

$$\int_{\mathcal{S}}(\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}})\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma=-\mu_0\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{j}}_m\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{B}}\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$$

左边化为线积分，右边第一积分为磁流强度 I_m 第二积分为磁通量 Φ

$$\oint\vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}=-\mu_0 I_m-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$\oint\vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 为电动势 ε,

遗憾的是，人们至今没有找到磁荷。

Dirac 曾证明，一旦存在磁荷，就可从理论上解释为什么电荷是量子化的。

例 1：**寻找磁荷：**设宇宙射线中含有带磁荷 q_m 之粒子，求当这种粒子穿过一无阻抗（超导）线圈时，线圈上出现的感应电流。已知线圈自感为 L。

存在磁荷时有：$\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\mu_0\vec{\boldsymbol{j}}_m-\dfrac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$，两边同时积分

$$\int_{\mathcal{S}}(\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}})\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma=-\mu_0\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{j}}_m\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{B}}\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$$

左边化为线积分，右边第一积分为磁流强度 I_m 第二积分为磁通量 Φ

$$=\mathcal{E}=\oint\vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}=-\mu_0 I_m-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$\oint\vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 为电动势 ε,

遗憾的是，人们至今没有找到磁荷。

Dirac 曾证明，一旦存在磁荷，就可从理论上解释为什么电荷是量子化的。

例 1：寻找磁荷：设宇宙射线中含有带磁荷 q_m 之粒子，求当这种粒子穿过一无阻抗（超导）线圈时，线圈上出现的感应电流。已知线圈自感为 L。

存在磁荷时有：$\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\mu_0\vec{\boldsymbol{j}}_m-\dfrac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$，两边同时积分

$$\int_{\mathcal{S}}(\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}})\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma=-\mu_0\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{j}}_m\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{B}}\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$$

左边化为线积分，右边第一积分为磁流强度 I_m 第二积分为磁通量 Φ

$$=\mathcal{E}=\oint\vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}=-\mu_0 I_m-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$\oint\vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 为电动势 ε，电动势 $\varepsilon=-L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$

遗憾的是，人们至今没有找到磁荷。

Dirac 曾证明，一旦存在磁荷，就可从理论上解释为什么电荷是量子化的。

例 1：寻找磁荷：设宇宙射线中含有带磁荷 q_m 之粒子，求当这种粒子穿过一无阻抗（超导）线圈时，线圈上出现的感应电流。已知线圈自感为 L。

存在磁荷时有：$\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}} = -\mu_0\vec{\boldsymbol{j}}_m - \dfrac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$，两边同时积分

$$\int_{\mathcal{S}}(\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}})\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma = -\mu_0\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{j}}_m\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{B}}\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$$

左边化为线积分，右边第一积分为磁流强度 I_m 第二积分为磁通量 Φ

$$-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \mathcal{E} = \oint\vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}} = -\mu_0 I_m - \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$\oint\vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 为电动势 ε，电动势 $\varepsilon = -L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$

遗憾的是，人们至今没有找到磁荷。

Dirac 曾证明，一旦存在磁荷，就可从理论上解释为什么电荷是量子化的。

例 1：寻找磁荷：设宇宙射线中含有带磁荷 q_m 之粒子，求当这种粒子穿过一无阻抗（超导）线圈时，线圈上出现的感应电流。已知线圈自感为 L。

存在磁荷时有：$\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\mu_0\vec{\boldsymbol{j}}_m-\dfrac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$，两边同时积分

$$\int_{\mathcal{S}}(\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}})\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma=-\mu_0\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{j}}_m\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{B}}\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$$

左边化为线积分，右边第一积分为磁流强度 I_m 第二积分为磁通量 Φ

$$-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\mathcal{E}=\oint\vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}=-\mu_0I_m-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$\oint\vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 为电动势 ε，电动势 $\varepsilon=-L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\frac{\mu_0}{L}\frac{\Delta Q_m}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{L}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

遗憾的是，人们至今没有找到磁荷。

Dirac 曾证明，一旦存在磁荷，就可从理论上解释为什么电荷是量子化的。

例 1：寻找磁荷：设宇宙射线中含有带磁荷 q_m 之粒子，求当这种粒子穿过一无阻抗（超导）线圈时，线圈上出现的感应电流。已知线圈自感为 L。

存在磁荷时有：$\nabla \times \vec{\boldsymbol{E}} = -\mu_0 \vec{\boldsymbol{j}}_m - \dfrac{\partial \vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$，两边同时积分

$$\int_{\mathcal{S}} (\nabla \times \vec{\boldsymbol{E}}) \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\, \mathrm{d}\sigma = -\mu_0 \int_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{j}}_m \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\, \mathrm{d}\sigma - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathcal{S}} \vec{\boldsymbol{B}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\, \mathrm{d}\sigma$$

左边化为线积分，右边第一积分为磁流强度 I_m 第二积分为磁通量 Φ

$$-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \mathcal{E} = \oint \vec{\boldsymbol{E}} \cdot \mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}} = -\mu_0 I_m - \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$\oint \vec{\boldsymbol{E}} \cdot \mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 为电动势 ε，　电动势 $\varepsilon = -L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_0}{L}\frac{\Delta Q_m}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{L}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

ΔQ_m 为穿过线圈的总磁荷量

遗憾的是，人们至今没有找到磁荷。

Dirac 曾证明，一旦存在磁荷，就可从理论上解释为什么电荷是量子化的。

例 1：寻找磁荷：设宇宙射线中含有带磁荷 q_m 之粒子，求当这种粒子穿过一无阻抗（超导）线圈时，线圈上出现的感应电流。已知线圈自感为 L。

存在磁荷时有：$\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\mu_0\vec{\boldsymbol{j}}_m-\dfrac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$，两边同时积分

$$\int_{\mathcal{S}}(\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}})\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma=-\mu_0\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{j}}_m\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{B}}\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$$

左边化为线积分，右边第一积分为磁流强度 I_m 第二积分为磁通量 Φ

$$-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\mathcal{E}=\oint\vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}=-\mu_0 I_m-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$\oint\vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 为电动势 ε， 电动势 $\varepsilon=-L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\frac{\mu_0}{L}\frac{\Delta Q_m}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{L}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

ΔQ_m 为穿过线圈的总磁荷量

改写为：$\boxed{I=\dfrac{\mu_0}{L}\Delta Q_m+\dfrac{1}{L}\Delta\Phi}$

遗憾的是，人们至今没有找到磁荷。

Dirac 曾证明，一旦存在磁荷，就可从理论上解释为什么电荷是量子化的。

例 1：寻找磁荷：设宇宙射线中含有带磁荷 q_m 之粒子，求当这种粒子穿过一无阻抗（超导）线圈时，线圈上出现的感应电流。已知线圈自感为 L。

存在磁荷时有：$\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\mu_0\vec{\boldsymbol{j}}_m-\dfrac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$，两边同时积分

$$\int_{\mathcal{S}}(\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}})\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma=-\mu_0\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{j}}_m\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathcal{S}}\vec{\boldsymbol{B}}\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$$

左边化为线积分，右边第一积分为磁流强度 I_m，第二积分为磁通量 Φ

$$-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\mathcal{E}=\oint\vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}=-\mu_0I_m-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$\oint\vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 为电动势 ε，电动势 $\varepsilon=-L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\frac{\mu_0}{L}\frac{\Delta Q_m}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{L}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

ΔQ_m 为穿过线圈的总磁荷量

改写为：$\boxed{I=\dfrac{\mu_0}{L}\Delta Q_m+\dfrac{1}{L}\Delta\Phi}$

取积分面 $\mathcal{S}$ 为线圈平面，在q_m 从无穷远接近线圈穿过线圈又到无穷远过程中

遗憾的是，人们至今没有找到磁荷。

Dirac 曾证明，一旦存在磁荷，就可从理论上解释为什么电荷是量子化的。

例 1：寻找磁荷：设宇宙射线中含有带磁荷 q_m 之粒子，求当这种粒子穿过一无阻抗（超导）线圈时，线圈上出现的感应电流。已知线圈自感为 L。

存在磁荷时有：$\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\mu_0\vec{\boldsymbol{j}}_m-\dfrac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$，两边同时积分

$$\int_S(\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}})\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma=-\mu_0\int_S\vec{\boldsymbol{j}}_m\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S\vec{\boldsymbol{B}}\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$$

左边化为线积分，右边第一积分为磁流强度 I_m 第二积分为磁通量 Φ

$$-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\mathcal{E}=\oint\vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}=-\mu_0I_m-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$\oint\vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 为电动势 ε， 电动势 $\varepsilon=-L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\frac{\mu_0}{L}\frac{\Delta Q_m}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{L}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

ΔQ_m 为穿过线圈的总磁荷量

改写为：$\boxed{I=\dfrac{\mu_0}{L}\Delta Q_m+\dfrac{1}{L}\Delta\Phi}$

取积分面 S 为线圈平面，在 q_m 从无穷远接近线圈穿过线圈又到无穷远过程中

$$\begin{cases}\Delta Q_m=q_m\\ \Delta\Phi=0\end{cases}$$

遗憾的是，人们至今没有找到磁荷。

Dirac 曾证明，一旦存在磁荷，就可从理论上解释为什么电荷是量子化的。

例 1：寻找磁荷：设宇宙射线中含有带磁荷 q_m 之粒子，求当这种粒子穿过一无阻抗（超导）线圈时，线圈上出现的感应电流。已知线圈自感为 L。

存在磁荷时有：$\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}} = -\mu_0\vec{\boldsymbol{j}}_m - \dfrac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$，两边同时积分

$$\int_S (\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}})\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma = -\mu_0\int_S \vec{\boldsymbol{j}}_m\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{\boldsymbol{B}}\cdot\vec{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}\sigma$$

左边化为线积分，右边第一积分为磁流强度 I_m，第二积分为磁通量 Φ

$$-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \mathcal{E} = \oint \vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}} = -\mu_0 I_m - \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$\oint \vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 为电动势 ε，电动势 $\varepsilon = -L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_0}{L}\frac{\Delta Q_m}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{L}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

ΔQ_m 为穿过线圈的总磁荷量

改写为：$\boxed{I = \dfrac{\mu_0}{L}\Delta Q_m + \dfrac{1}{L}\Delta\Phi}$

取积分面 S 为线圈平面，在 q_m 从无穷远接近线圈穿过线圈又到无穷远过程中

$$\begin{cases} \Delta Q_m = q_m \\ \Delta\Phi = 0 \end{cases}$$

因此：$\boxed{I = \dfrac{\mu_0 q_m}{L}}$

遗憾的是，人们至今没有找到磁荷。

Dirac 曾证明，一旦存在磁荷，就可从理论上解释为什么电荷是量子化的。

例 1：寻找磁荷：设宇宙射线中含有带磁荷 q_m 之粒子，求当这种粒子穿过一无阻抗（超导）线圈时，线圈上出现的感应电流。已知线圈自感为 L。

存在磁荷时有： $\nabla \times \vec{\boldsymbol{E}} = -\mu_0 \vec{\boldsymbol{j}}_m - \dfrac{\partial \vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$，两边同时积分

$$\int_S (\nabla \times \vec{\boldsymbol{E}}) \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\, \mathrm{d}\sigma = -\mu_0 \int_S \vec{\boldsymbol{j}}_m \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\, \mathrm{d}\sigma - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_S \vec{\boldsymbol{B}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\, \mathrm{d}\sigma$$

左边化为线积分，右边第一积分为磁流强度 I_m 第二积分为磁通量 Φ

$$-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \mathcal{E} = \oint \vec{\boldsymbol{E}} \cdot \mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}} = -\mu_0 I_m - \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$\oint \vec{\boldsymbol{E}} \cdot \mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$ 为电动势 ε， 电动势 $\varepsilon = -L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_0}{L}\frac{\Delta Q_m}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{L}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

ΔQ_m 为穿过线圈的总磁荷量

改写为： $\boxed{I = \dfrac{\mu_0}{L}\Delta Q_m + \dfrac{1}{L}\Delta\Phi}$

取积分面 S 为线圈平面，在 q_m 从无穷远接近线圈穿过线圈又到无穷远过程中

$$\begin{cases} \Delta Q_m = q_m \\ \Delta\Phi = 0 \end{cases}$$

因此： $\boxed{I = \dfrac{\mu_0 q_m}{L}}$ —— Phys Rev Lett **48**, 1378