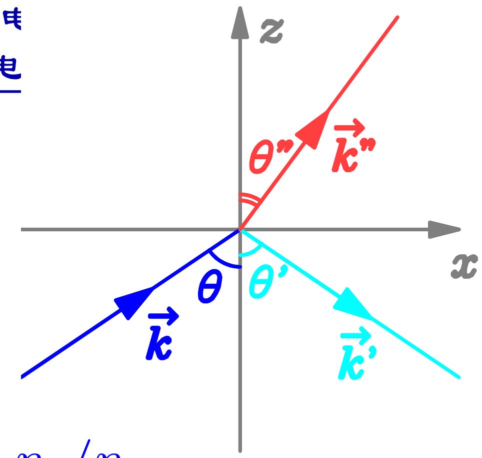
§5.3 全反射

§5.3 全反射

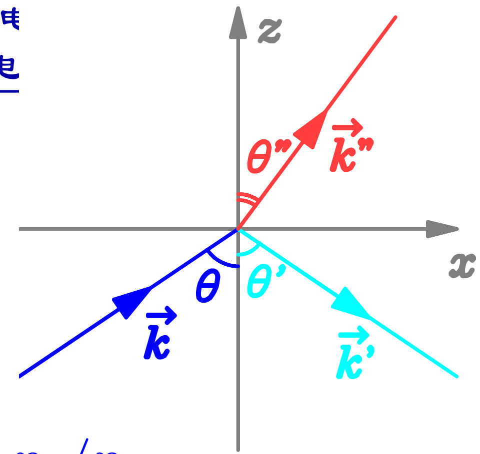
一、全反射发生的条件



§ 5.3 全反射

一、全反射发生的条件

由折射定律：$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{k_x}{k''} = \dfrac{k\sin\theta}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}}$, $\quad n_{21} = n_2/n_1$

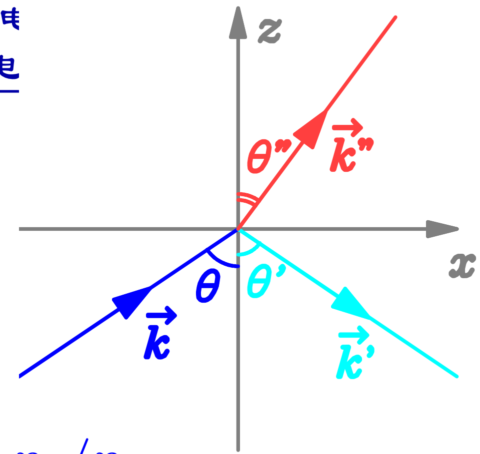


§ 5.3 全反射

一、全反射发生的条件

由折射定律：$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{k_x}{k''} = \dfrac{k\sin\theta}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}}$, $n_{21} = n_2/n_1$

若 $s \le 1$，则称发生了折射，可定义折射角 $\sin\theta'' = \dfrac{k''_x}{k''} = s \implies \theta'' = \sin^{-1}\left(\dfrac{\sin\theta}{n_{21}}\right)$



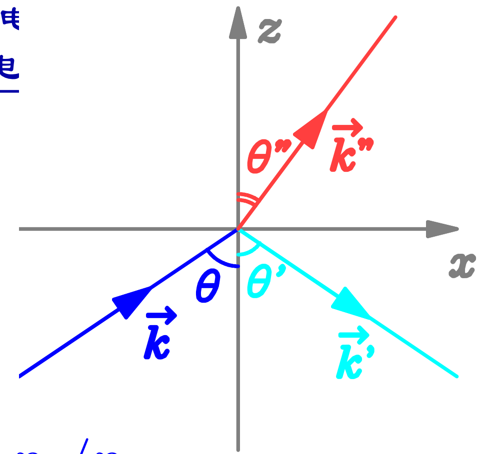
§ 5.3 全反射

一、全反射发生的条件

由折射定律：$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{k_x}{k''} = \dfrac{k\sin\theta}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}}$, $\quad n_{21} = n_2/n_1$

若 $s \le 1$，则称发生了折射，可定义折射角 $\sin\theta'' = \dfrac{k''_x}{k''} = s \implies \theta'' = \sin^{-1}\left(\dfrac{\sin\theta}{n_{21}}\right)$

若 $n_1 > n_2$，当 θ 逐渐增大时，会出现一个临界值 $\boxed{\theta_c = \sin^{-1}\dfrac{n_2}{n_1} = \sin^{-1} n_{21}}$



§ 5.3 全反射

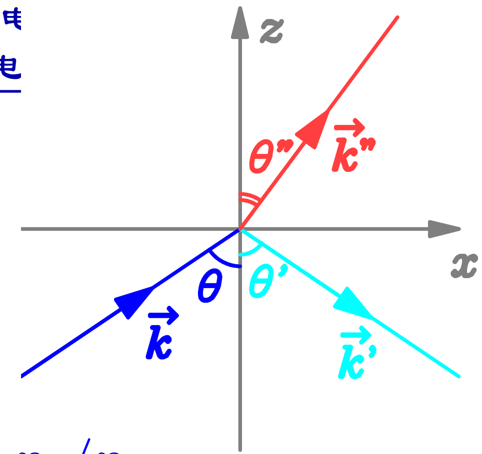
一、全反射发生的条件

由折射定律：$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{k_x}{k''} = \dfrac{k\sin\theta}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}}$,　　$n_{21} = n_2/n_1$

若 $s \leq 1$，则称发生了折射，可定义折射角　$\sin\theta'' = \dfrac{k''_x}{k''} = s \quad \Longrightarrow \quad \theta'' = \sin^{-1}\left(\dfrac{\sin\theta}{n_{21}}\right)$

若 $n_1 > n_2$，当 θ 逐渐增大时，会出现一个临界值 $\boxed{\theta_c = \sin^{-1}\dfrac{n_2}{n_1} = \sin^{-1} n_{21}}$

如果入射角 $\theta > \theta_c$，则 $s = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}} > 1$，这时 θ'' 不再具有角度的意义。



§ 5.3 全反射

一、全反射发生的条件

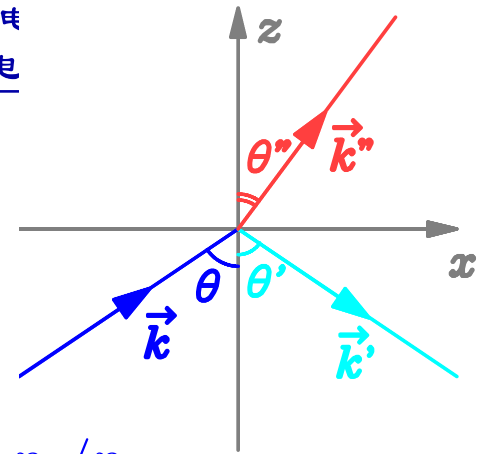
由折射定律：$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{k_x}{k''} = \dfrac{k \sin\theta}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2} \sin\theta = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}}$， $n_{21} = n_2/n_1$

若 $s \leq 1$，则称发生了折射，可定义折射角 $\sin\theta'' = \dfrac{k''_x}{k''} = s \implies \theta'' = \sin^{-1}\left(\dfrac{\sin\theta}{n_{21}}\right)$

若 $n_1 > n_2$，当 θ 逐渐增大时，会出现一个临界值 $\boxed{\theta_c = \sin^{-1}\dfrac{n_2}{n_1} = \sin^{-1} n_{21}}$

如果入射角 $\theta > \theta_c$，则 $s = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}} > 1$，这时 θ'' 不再具有角度的意义。

这时发生的现象称为全反射。



§5.3 全反射

一、全反射发生的条件

由折射定律：$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{k_x}{k''} = \dfrac{k\sin\theta}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}}$, $\quad n_{21} = n_2/n_1$

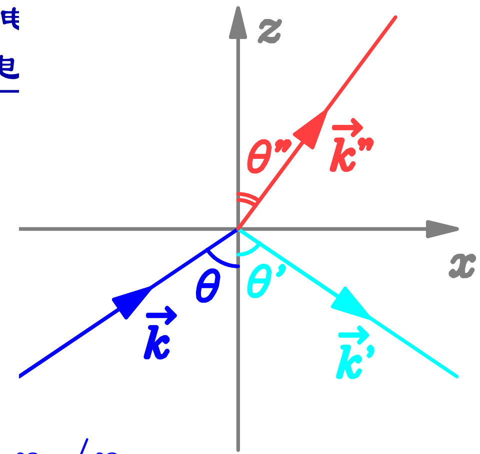
若 $s \le 1$，则称发生了折射，可定义折射角 $\sin\theta'' = \dfrac{k''_x}{k''} = s \implies \theta'' = \sin^{-1}\left(\dfrac{\sin\theta}{n_{21}}\right)$

若 $n_1 > n_2$，当 θ 逐渐增大时，会出现一个临界值 $\boxed{\theta_c = \sin^{-1}\dfrac{n_2}{n_1} = \sin^{-1} n_{21}}$

如果入射角 $\theta > \theta_c$，则 $s = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}} > 1$，这时 θ'' 不再具有角度的意义。

这时发生的现象称为全反射。

全反射发生的条件： 从光密到光疏介质 $(n_1 > n_2)$



§ 5.3 全反射

一、全反射发生的条件

由折射定律：$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{k_x}{k''} = \dfrac{k\sin\theta}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}}$, $\quad n_{21} = n_2/n_1$

若 $s \leq 1$，则称发生了折射，可定义折射角 $\sin\theta'' = \dfrac{k''_x}{k''} = s \implies \theta'' = \sin^{-1}\left(\dfrac{\sin\theta}{n_{21}}\right)$

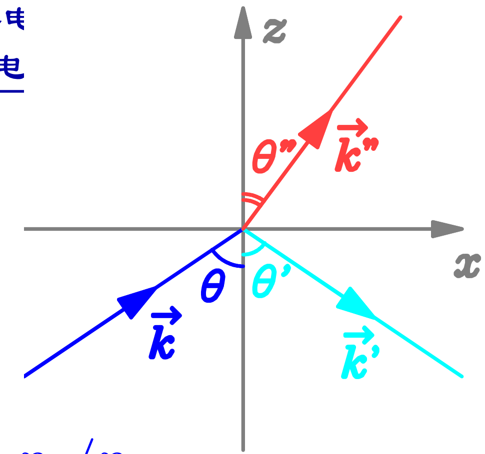
若 $n_1 > n_2$，当 θ 逐渐增大时，会出现一个临界值 $\boxed{\theta_c = \sin^{-1}\dfrac{n_2}{n_1} = \sin^{-1} n_{21}}$

如果入射角 $\theta > \theta_c$，则 $s = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}} > 1$，这时 θ'' 不再具有角度的意义。

这时发生的现象称为全反射。

全反射发生的条件： 从光密到光疏介质 $(n_1 > n_2)$

入射角 θ 大于临界角 $\theta_c = \sin^{-1} n_{21}$。



§ 5.3 全反射

一、全反射发生的条件

由折射定律：$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{k_x}{k''} = \dfrac{k\sin\theta}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}}$，　$n_{21} = n_2/n_1$

若 $s \le 1$，则称发生了折射，可定义折射角　$\sin\theta'' = \dfrac{k''_x}{k''} = s \quad \Longrightarrow \quad \theta'' = \sin^{-1}\left(\dfrac{\sin\theta}{n_{21}}\right)$

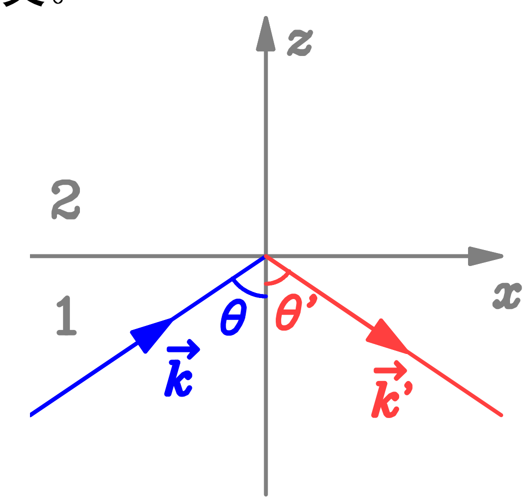
若 $n_1 > n_2$，当 θ 逐渐增大时，会出现一个临界值 $\boxed{\theta_c = \sin^{-1}\dfrac{n_2}{n_1} = \sin^{-1} n_{21}}$

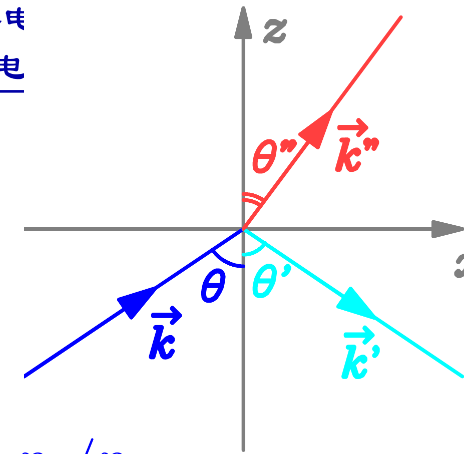
如果入射角 $\theta > \theta_c$，则 $s = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}} > 1$，这时 θ'' 不再具有角度的意义。

这时发生的现象称为全反射。

全反射发生的条件：　从光密到光疏介质 $(n_1 > n_2)$

入射角 θ 大于临界角 $\theta_c = \sin^{-1} n_{21}$。





§5.3 全反射

一、全反射发生的条件

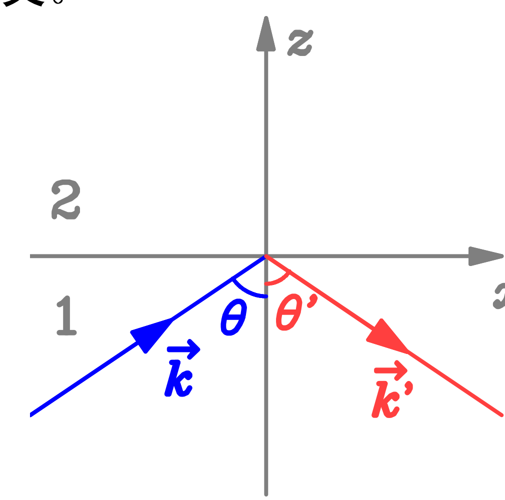
由折射定律：$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{k_x}{k''} = \dfrac{k\sin\theta}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}}$， $n_{21} = n_2/n_1$

若 $s \le 1$，则称发生了折射，可定义折射角 $\sin\theta'' = \dfrac{k''_x}{k''} = s \quad \Longrightarrow \quad \theta'' = \sin^{-1}\left(\dfrac{\sin\theta}{n_{21}}\right)$

若 $n_1 > n_2$，当 θ 逐渐增大时，会出现一个临界值 $\boxed{\theta_c = \sin^{-1}\dfrac{n_2}{n_1} = \sin^{-1} n_{21}}$

如果入射角 $\theta > \theta_c$，则 $s = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}} > 1$，这时 θ'' 不再具有角度的意义。

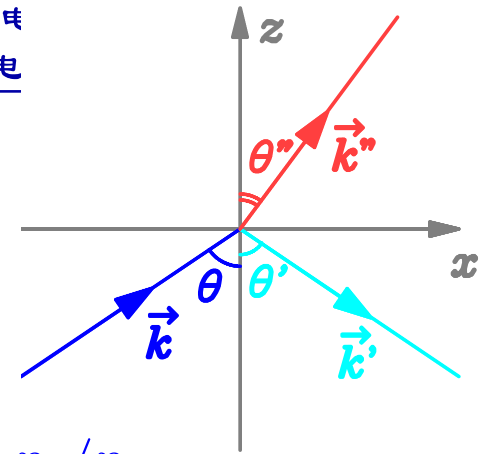
这时发生的现象称为全反射。



全反射发生的条件： 从光密到光疏介质 $(n_1 > n_2)$

入射角 θ 大于临界角 $\theta_c = \sin^{-1} n_{21}$。

如仍然取入射面为 xz 平面，这时仍有：



§ 5.3 全反射

一、全反射发生的条件

由折射定律：$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{k_x}{k''} = \dfrac{k\sin\theta}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}}$，　　$n_{21} = n_2/n_1$

若 $s \le 1$，则称发生了折射，可定义折射角　$\sin\theta'' = \dfrac{k''_x}{k''} = s \quad \Longrightarrow \quad \theta'' = \sin^{-1}\left(\dfrac{\sin\theta}{n_{21}}\right)$

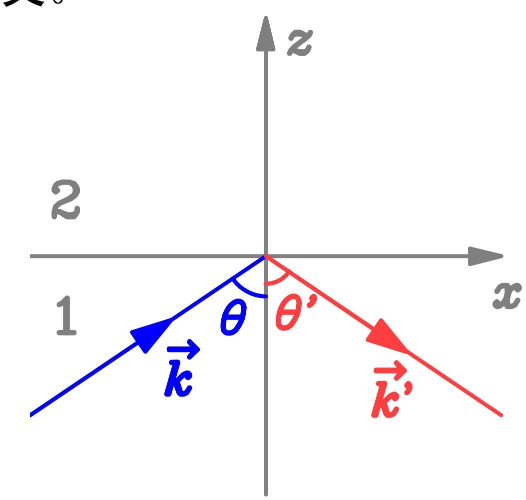
若 $n_1 > n_2$，当 θ 逐渐增大时，会出现一个临界值 $\boxed{\theta_c = \sin^{-1}\dfrac{n_2}{n_1} = \sin^{-1} n_{21}}$

如果入射角 $\theta > \theta_c$，则 $s = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}} > 1$，这时 θ'' 不再具有角度的意义。

这时发生的现象称为全反射。

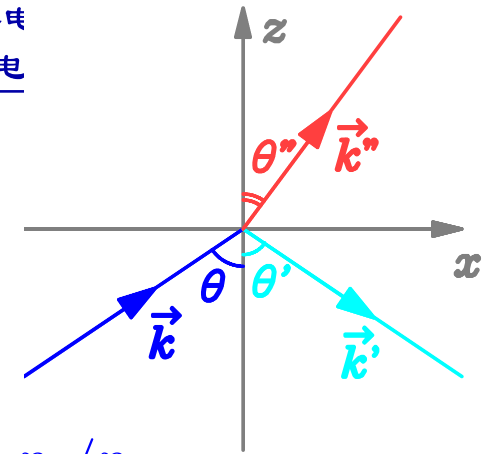
全反射发生的条件：　从光密到光疏介质 $(n_1 > n_2)$

入射角 θ 大于临界角 $\theta_c = \sin^{-1} n_{21}$。



如仍然取入射面为 xz 平面，这时仍有：

$k_x = k'_x = k''_x$　　　波矢的切向分量连续



§ 5.3 全反射

一、全反射发生的条件

由折射定律：$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{k_x}{k''} = \dfrac{k\sin\theta}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}}$, $\quad n_{21} = n_2/n_1$

若 $s \le 1$，则称发生了折射，可定义折射角 $\sin\theta'' = \dfrac{k''_x}{k''} = s \quad \Longrightarrow \quad \theta'' = \sin^{-1}\left(\dfrac{\sin\theta}{n_{21}}\right)$

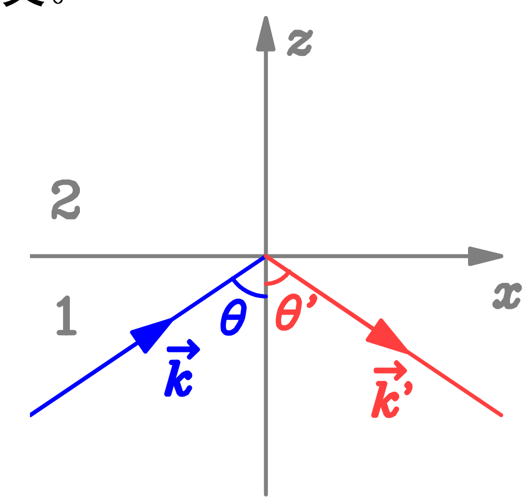
若 $n_1 > n_2$，当 θ 逐渐增大时，会出现一个临界值 $\boxed{\theta_c = \sin^{-1}\dfrac{n_2}{n_1} = \sin^{-1} n_{21}}$

如果入射角 $\theta > \theta_c$，则 $s = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}} > 1$，这时 θ'' 不再具有角度的意义。

这时发生的现象称为全反射。

全反射发生的条件： 从光密到光疏介质 $(n_1 > n_2)$

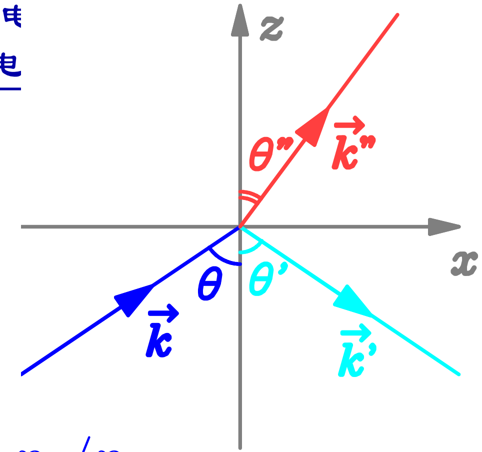
入射角 θ 大于临界角 $\theta_c = \sin^{-1} n_{21}$。



如仍然取入射面为 xz 平面，这时仍有：

$k_x = k'_x = k''_x \qquad$ 波矢的切向分量连续

$$k_x = k\sin\theta \quad \Longrightarrow \quad k''_x = k\sin\theta$$



§ 5.3 全反射

一、全反射发生的条件

由折射定律：$s \equiv \dfrac{k''_x}{k''} = \dfrac{k_x}{k''} = \dfrac{k\sin\theta}{k''} = \dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}}$, $\quad n_{21} = n_2/n_1$

若 $s \leq 1$，则称发生了折射，可定义折射角 $\sin\theta'' = \dfrac{k''_x}{k''} = s \implies \theta'' = \sin^{-1}\left(\dfrac{\sin\theta}{n_{21}}\right)$

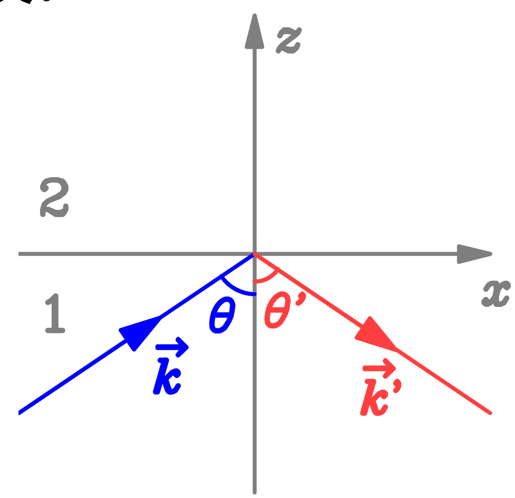
若 $n_1 > n_2$，当 θ 逐渐增大时，会出现一个临界值 $\boxed{\theta_c = \sin^{-1}\dfrac{n_2}{n_1} = \sin^{-1} n_{21}}$

如果入射角 $\theta > \theta_c$，则 $s = \dfrac{\sin\theta}{n_{21}} > 1$，这时 θ'' 不再具有角度的意义。

这时发生的现象称为全反射。

全反射发生的条件：从光密到光疏介质 $(n_1 > n_2)$

入射角 θ 大于临界角 $\theta_c = \sin^{-1} n_{21}$。



如仍然取入射面为 xz 平面，这时仍有：

$k_x = k'_x = k''_x \qquad$ 波矢的切向分量连续

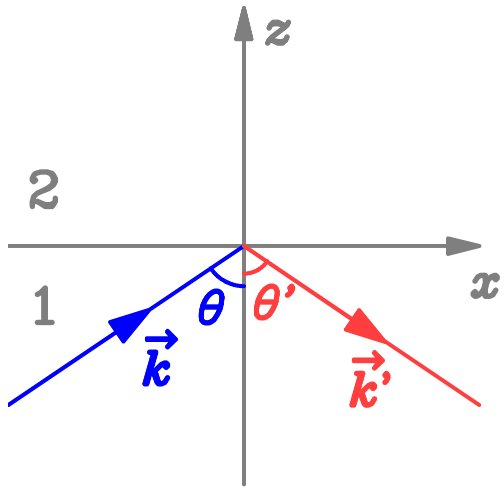
$k_x = k\sin\theta \implies k''_x = k\sin\theta \qquad$ 但：$k''_x = k''\dfrac{\sin\theta}{n_{21}} > k'' = \omega\sqrt{\mu_2\epsilon_2}$

二、全反射时的透射波

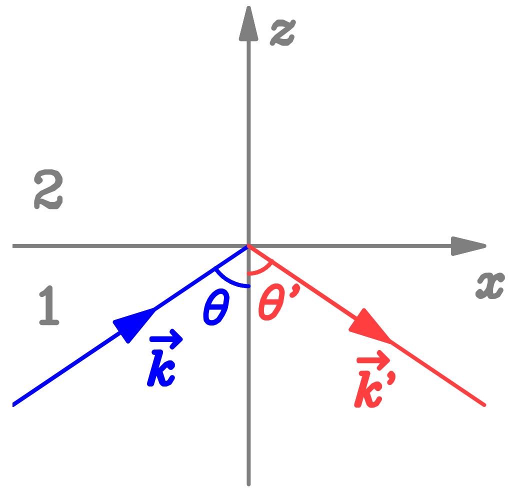
二、全反射时的透射波

$$k_x = k'_x = k''_x \qquad \text{波矢的切向分量连续}$$

$$k_x = k\sin\theta \quad \Longrightarrow \quad k''_x = k\sin\theta > k''$$



二、全反射时的透射波

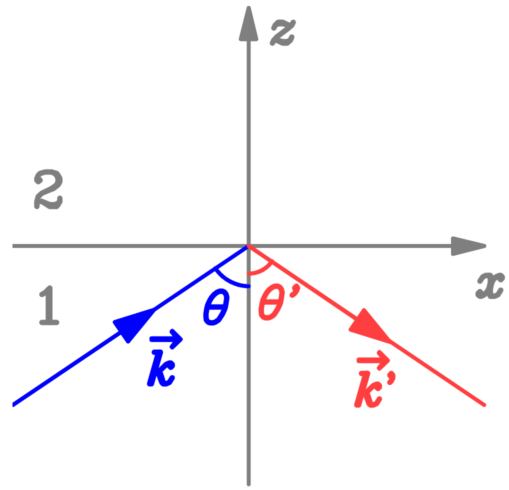


$$k_x = k'_x = k''_x \qquad \text{波矢的切向分量连续}$$

$$k_x = k\sin\theta \quad \Longrightarrow \quad k''_x = k\sin\theta > k''$$

在介质 1 和介质 2，都应满足相应的 Helmholtz 方程

二、全反射时的透射波



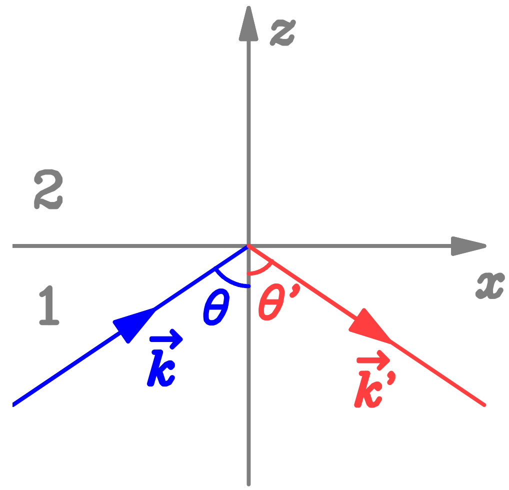
$$k_x = k'_x = k''_x$$ 波矢的切向分量连续

$$k_x = k\sin\theta \quad \Longrightarrow \quad k''_x = k\sin\theta > k''$$

在介质 1 和介质 2，都应满足相应的 Helmholtz 方程

$$k^2 = \omega^2\epsilon_1\mu_1, \qquad k''^{\,2} = \omega^2\epsilon_2\mu_2$$

二、全反射时的透射波



$$k_x = k'_x = k''_x$$ 波矢的切向分量连续

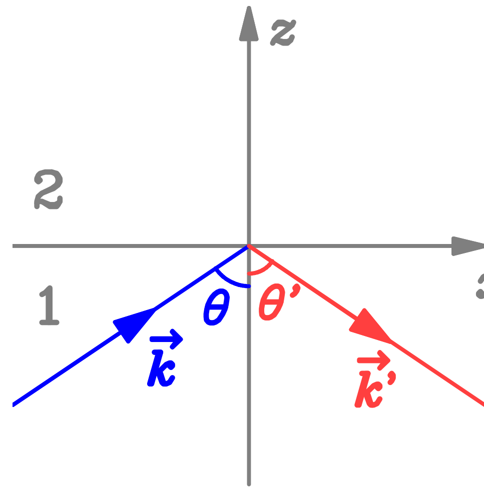
$$k_x = k\sin\theta \quad \Longrightarrow \quad k''_x = k\sin\theta > k''$$

在介质 1 和介质 2，都应满足相应的 Helmholtz 方程

$$k^2 = \omega^2\epsilon_1\mu_1, \qquad k''^2 = \omega^2\epsilon_2\mu_2$$

$$k^2 = k_x^2 + k_z^2, \qquad k''^2 = k''^2_x + k''^2_z$$

二、全反射时的透射波



$$k_x = k'_x = k''_x \qquad \text{波矢的切向分量连续}$$

$$k_x = k\sin\theta \quad \Longrightarrow \quad k''_x = k\sin\theta > k''$$

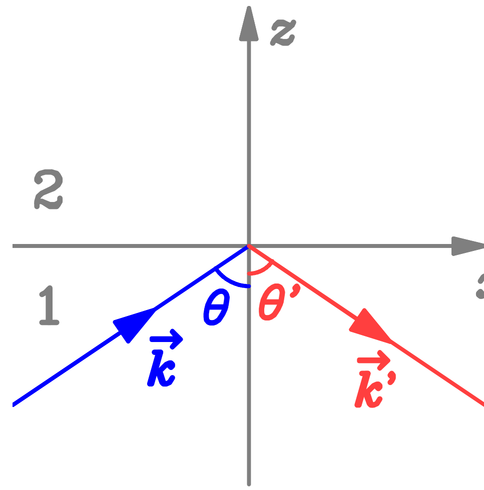
在介质 1 和介质 2，都应满足相应的 Helmholtz 方程

$$k^2 = \omega^2\epsilon_1\mu_1, \qquad k''^2 = \omega^2\epsilon_2\mu_2$$

$$k^2 = k_x^2 + k_z^2, \qquad k''^2 = k''^2_x + k''^2_z$$

透射波波矢：
$$\begin{cases} k''_x = k\sin\theta, & n_{21} = \dfrac{n_2}{n_1} < 1, \quad \sin\theta > n_{21}, \quad \sin\theta_c = n_{21} \\ k''_z = \pm\sqrt{k''^2 - k''^2_x} = \pm ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c} = \pm i\kappa & \text{纯虚数} \end{cases}$$

二、全反射时的透射波



$$k_x = k'_x = k''_x$$ 波矢的切向分量连续

$$k_x = k\sin\theta \quad \Longrightarrow \quad k''_x = k\sin\theta > k''$$

在介质 1 和介质 2，都应满足相应的 Helmholtz 方程

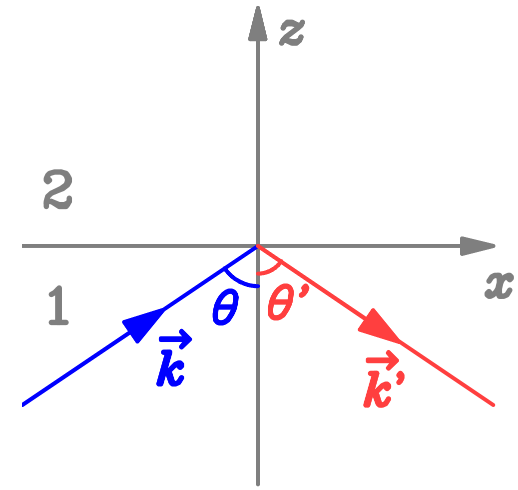
$$k^2 = \omega^2\epsilon_1\mu_1, \qquad k''^{\,2} = \omega^2\epsilon_2\mu_2$$

$$k^2 = k_x^2 + k_z^2, \qquad k''^{\,2} = k''^{\,2}_x + k''^{\,2}_z$$

透射波波矢：
$$\begin{cases} k''_x = k\sin\theta, & n_{21} = \dfrac{n_2}{n_1} < 1, \quad \sin\theta > n_{21}, \quad \sin\theta_c = n_{21} \\ k''_z = \pm\sqrt{k''^{\,2} - k''^{\,2}_x} = \pm ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c} = \pm i\kappa & \text{纯虚数} \end{cases}$$

$$\kappa = k\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c} = \frac{k''}{n_{21}}\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c} > 0$$

二、全反射时的透射波



$$k_x = k'_x = k''_x$$ 波矢的切向分量连续

$$k_x = k\sin\theta \quad \Longrightarrow \quad k''_x = k\sin\theta > k''$$

在介质 1 和介质 2，都应满足相应的 Helmholtz 方程

$$k^2 = \omega^2\epsilon_1\mu_1, \qquad k''^{\,2} = \omega^2\epsilon_2\mu_2$$

$$k^2 = k_x^2 + k_z^2, \qquad k''^{\,2} = k''^{\,2}_x + k''^{\,2}_z$$

透射波波矢：
$$\begin{cases} k''_x = k\sin\theta, & n_{21} = \dfrac{n_2}{n_1} < 1, \quad \sin\theta > n_{21}, \quad \sin\theta_c = n_{21} \\ k''_z = \pm\sqrt{k''^{\,2} - k''^{\,2}_x} = \pm ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c} = \pm i\kappa & \text{纯虚数} \end{cases}$$

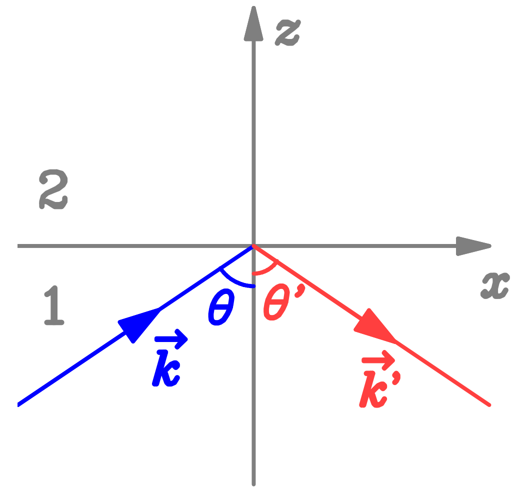
$$\kappa = k\,\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c} = \frac{k''}{n_{21}}\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c} > 0$$

透射波电场：
$$\vec{\boldsymbol{E}}''(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = \mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\, e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - \omega t)}\right] = \mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\, e^{ik''_x x + ik''_z z - i\omega t}\right]$$

二、全反射时的透射波

$$k_x = k'_x = k''_x$$ 波矢的切向分量连续

$$k_x = k\sin\theta \quad \Longrightarrow \quad k''_x = k\sin\theta > k''$$



在介质 1 和介质 2，都应满足相应的 Helmholtz 方程

$$k^2 = \omega^2\epsilon_1\mu_1, \qquad k''^2 = \omega^2\epsilon_2\mu_2$$

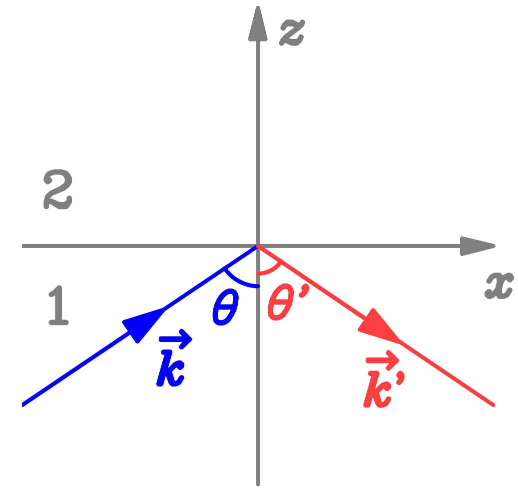
$$k^2 = k_x^2 + k_z^2, \qquad k''^2 = k''^2_x + k''^2_z$$

透射波波矢：
$$\begin{cases} k''_x = k\sin\theta, & n_{21} = \dfrac{n_2}{n_1} < 1, \quad \sin\theta > n_{21}, \quad \sin\theta_c = n_{21} \\ k''_z = \pm\sqrt{k''^2 - k''^2_x} = \pm ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c} = \pm i\kappa & \text{纯虚数} \end{cases}$$

$$\kappa = k\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c} = \frac{k''}{n_{21}}\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c} > 0$$

透射波电场：
$$\vec{\boldsymbol{E}}''(\vec{\boldsymbol{r}},t) = \mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t)}\right] = \mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{ik''_x x + ik''_z z - i\omega t}\right]$$
$$= \mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{ik''_x x \mp \kappa z - i\omega t}\right]$$

二、全反射时的透射波



$$k_x = k'_x = k''_x \qquad \text{波矢的切向分量连续}$$

$$k_x = k \sin\theta \quad \Longrightarrow \quad k''_x = k\sin\theta > k''$$

在介质 1 和介质 2，都应满足相应的 Helmholtz 方程

$$k^2 = \omega^2 \epsilon_1 \mu_1, \qquad k''^2 = \omega^2 \epsilon_2 \mu_2$$

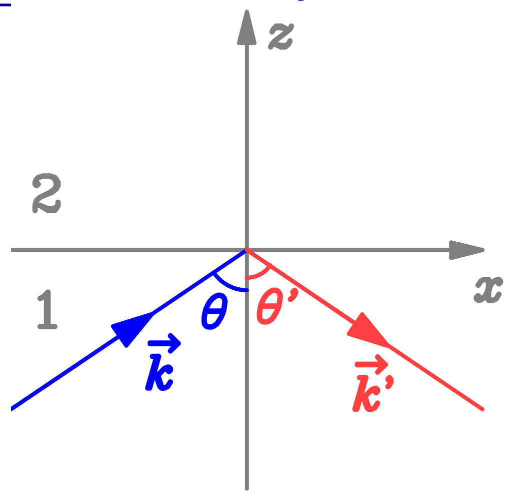
$$k^2 = k_x^2 + k_z^2, \qquad k''^2 = k''^2_x + k''^2_z$$

透射波波矢：
$$\begin{cases} k''_x = k\sin\theta, & n_{21} = \dfrac{n_2}{n_1} < 1, \quad \sin\theta > n_{21}, \quad \sin\theta_c = n_{21} \\ k''_z = \pm\sqrt{k''^2 - k''^2_x} = \pm ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c} = \pm i\kappa & \text{纯虚数} \end{cases}$$

$$\kappa = k\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c} = \frac{k''}{n_{21}}\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c} > 0$$

透射波电场：
$$\vec{\boldsymbol{E}}''(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = \text{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{i(\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - \omega t)}\right] = \text{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{ik''_x x + ik''_z z - i\omega t}\right]$$
$$= \text{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{ik''_x x \mp \kappa z - i\omega t}\right]$$

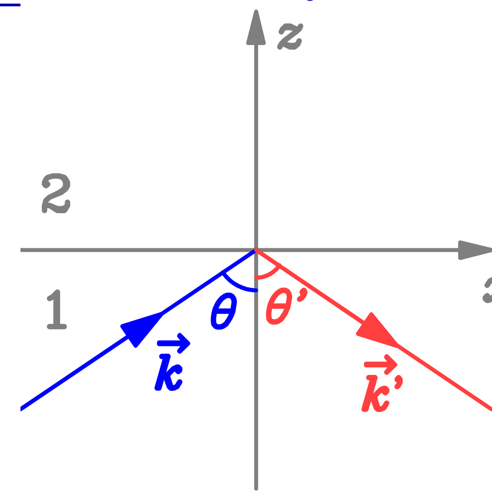
显然透射波在介质 2 不可能指数增强，故：$k''_z = +i\kappa$



全反射时的透射波：

波矢： $k''_x = k\sin\theta, \quad k''_z = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$

电场： $\vec{\boldsymbol{E}}''(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = e^{-\kappa z}\ \mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0'' e^{ik''_x x - i\omega t}\right]$



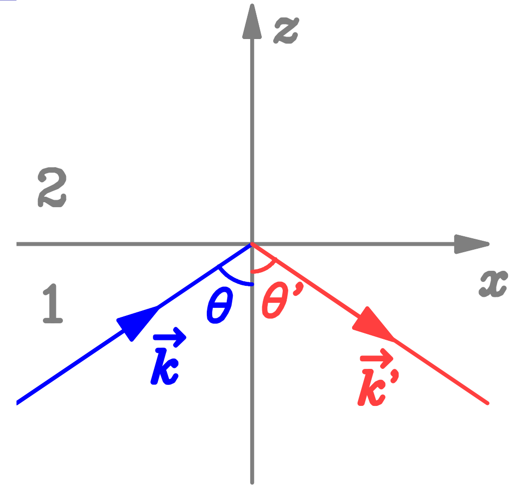
全反射时的透射波:

波矢: $k''_x = k\sin\theta, \quad k''_z = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$

电场: $\vec{E}''(\vec{r},t) = e^{-\kappa z}\,\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}_0''\, e^{ik''_x x - i\omega t}\right]$

讨论:

全反射时的透射波：

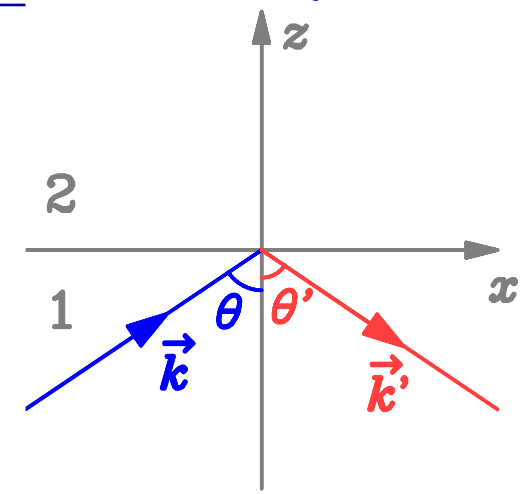


波矢： $k''_x = k\sin\theta, \quad k''_z = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$

电场： $\vec{\boldsymbol{E}}''(\vec{\boldsymbol{r}},t) = e^{-\kappa z}\,\mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0'' e^{ik''_x x - i\omega t}\right]$

讨论：

(1) 透射波的位相 $\Phi = k''_x x - \omega t$，故等相面为与 x 轴垂直的平面，故仍然可称之为平面波。然而，在等相面上波振幅有 $e^{-\kappa z}$，等相面上振幅不是常数，称为非均匀平面波



全反射时的透射波：

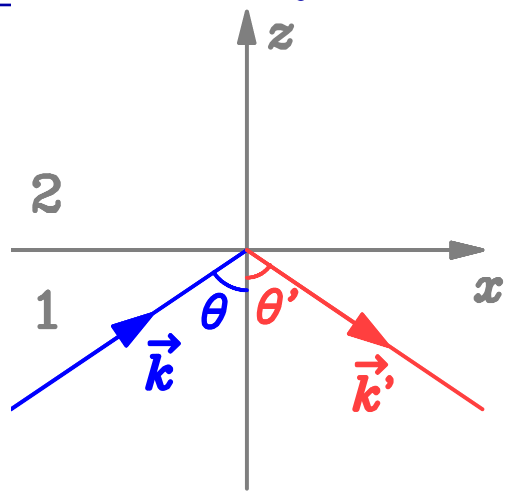
波矢： $k''_x = k\sin\theta, \quad k''_z = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$

电场： $\vec{E}''(\vec{r},t) = e^{-\kappa z}\,\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}_0{}'' e^{ik''_x x - i\omega t}\right]$

讨论：

(1) 透射波的位相 $\Phi = k''_x x - \omega t$，故等相面为与 x 轴垂直的平面，故仍然可称之为平面波。然而，在等相面上波振幅有 $e^{-\kappa z}$，等相面上振幅不是常数，称为非均匀平面波

(2) 透射波沿 $\hat{e}_z$ 方向衰减，故称渐逝波 (evanescent wave)。



全反射时的透射波：

波矢： $k''_x = k\sin\theta, \quad k''_z = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$

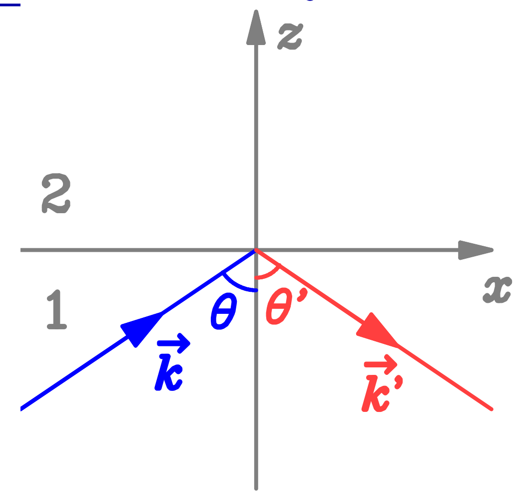
电场： $\vec{\boldsymbol{E}}''(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = e^{-\kappa z}\,\mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0''e^{ik''_x x - i\omega t}\right]$

讨论：

(1) 透射波的位相 $\Phi = k''_x x - \omega t$，故等相面为与 x 轴垂直的平面，故仍然可称之为平面波。然而，在等相面上波振幅有 $e^{-\kappa z}$，等相面上振幅不是常数，称为非均匀平面波

(2) 透射波沿 $\hat{\boldsymbol{e}}_z$ 方向衰减，故称渐逝波 (evanescent wave)。投射波局域于厚度约为 l_d 的表面一薄层区域，沿表面方向 $\hat{\boldsymbol{e}}_x$ 传播，故也称表面波。

全反射时的透射波：



波矢： $k''_x = k\sin\theta, \quad k''_z = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$

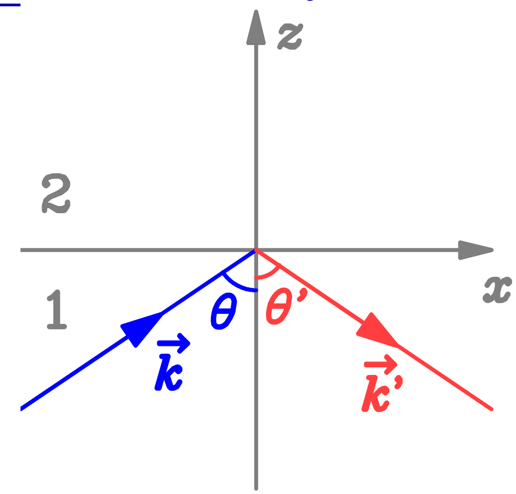
电场： $\vec{E}''(\vec{r},t) = e^{-\kappa z}\,\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}_0'' e^{ik''_x x - i\omega t}\right]$

讨论：

(1) 透射波的位相 $\Phi = k''_x x - \omega t$，故等相面为与 x 轴垂直的平面，故仍然可称之为平面波。然而，在等相面上波振幅有 $e^{-\kappa z}$，等相面上振幅不是常数，称为非均匀平面波

(2) 透射波沿 $\hat{e}_z$ 方向衰减，故称渐逝波 (evanescent wave)。投射波局域于厚度约为 l_d 的表面一薄层区域，沿表面方向 $\hat{e}_x$ 传播，故也称表面波。

薄层厚度：$l_d \sim \dfrac{1}{\kappa} = \dfrac{1}{k\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}} = \dfrac{\lambda_1}{2\pi\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}}$



全反射时的透射波：

波矢： $k''_x = k\sin\theta,\quad k''_z = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$

电场： $\vec{E}''(\vec{r},t) = e^{-\kappa z}\,\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}_0''e^{ik''_x x - i\omega t}\right]$

讨论：

(1) 透射波的位相 $\Phi = k''_x x - \omega t$，故等相面为与 x 轴垂直的平面，故仍然可称之为平面波。然而，在等相面上波振幅有 $e^{-\kappa z}$，等相面上振幅不是常数，称为非均匀平面波

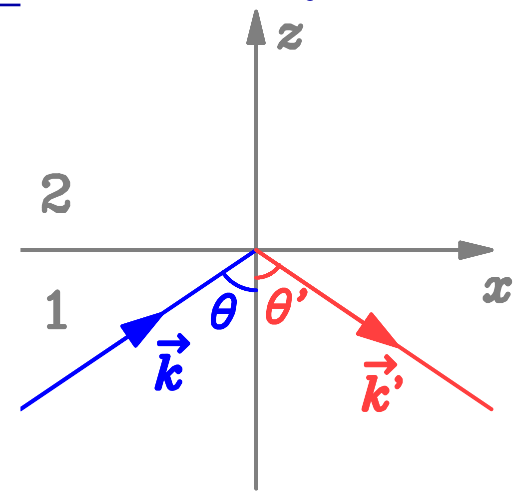
(2) 透射波沿 $\hat{\boldsymbol{e}}_z$ 方向衰减，故称渐逝波 (evanescent wave)。

投射波局域于厚度约为 l_d 的表面一薄层区域，沿表面方向 $\hat{\boldsymbol{e}}_x$ 传播，故也称表面波。

薄层厚度：$l_d \sim \dfrac{1}{\kappa} = \dfrac{1}{k\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}} = \dfrac{\lambda_1}{2\pi\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}}$

(3) 透射波的位相 $\Phi = k''_x x - \omega t$，故透射波沿表面 $\hat{\boldsymbol{e}}_x$ 传播的相速度：$v''_p = \dfrac{\omega}{k''_x} = \dfrac{\omega}{k\sin\theta}$

全反射时的透射波：



波矢： $k''_x = k\sin\theta, \quad k''_z = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$

电场： $\vec{E}''(\vec{r},t) = e^{-\kappa z}\,\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}_0'' e^{ik''_x x - i\omega t}\right]$

讨论：

(1) 透射波的位相 $\Phi = k''_x x - \omega t$，故等相面为与 x 轴垂直的平面，故仍然可称之为平面波。然而，在等相面上波振幅有 $e^{-\kappa z}$，等相面上振幅不是常数，称为非均匀平面波

(2) 透射波沿 $\hat{e}_z$ 方向衰减，故称渐逝波 (evanescent wave)。

投射波局域于厚度约为 l_d 的表面一薄层区域，沿表面方向 $\hat{e}_x$ 传播，故也称表面波。

薄层厚度：$l_d \sim \dfrac{1}{\kappa} = \dfrac{1}{k\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}} = \dfrac{\lambda_1}{2\pi\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}}$

(3) 透射波的位相 $\Phi = k''_x x - \omega t$，故透射波沿表面 $\hat{e}_x$ 传播的相速度：$v''_p = \dfrac{\omega}{k''_x} = \dfrac{\omega}{k\sin\theta}$

(4) 若入射波是 s 波，则透射波电场沿 $\hat{e}_y$，垂直于相速度 $v''_p\,\hat{e}_x$，对 p 波，由 $\nabla\cdot\vec{\mathcal{E}}'' = 0$ 和 $\vec{k}'' = k''_x\,\hat{e}_x + i\kappa\,\hat{e}_z$ 得：$\mathcal{E}''_x = -\dfrac{i\kappa}{k''_x}\mathcal{E}''_z \neq 0$，$\theta > \theta_c$ 时 p 波电场不再垂直于相速度。

透射波：

波矢： $k_x'' = k\sin\theta, \quad k_z'' = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}, \quad \vec{\boldsymbol{k}}'' = k_x''\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + k_z''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$

电场： $\vec{\boldsymbol{E}}''(\vec{\boldsymbol{r}},t) = \mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0''e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}\,\right] = e^{-\kappa z}\,\mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0''e^{ik_x''x-i\omega t}\,\right]$

透射波：

波矢： $k_x'' = k\sin\theta, \quad k_z'' = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}, \quad \vec{\boldsymbol{k}}'' = k_x''\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + k_z''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$

电场： $\vec{\boldsymbol{E}}''(\vec{\boldsymbol{r}},t) = \mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0''\,e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}\right] = e^{-\kappa z}\,\mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0''\,e^{ik_x''x-i\omega t}\right]$

(5) 透射波的平均能流

这时透射波是非均匀平面波，不宜用均匀平面波公式 $\langle\vec{\boldsymbol{S}}''\rangle = \dfrac{\epsilon_2}{2}|\mathcal{E}_0''|^2\vec{\boldsymbol{v}}_p''$ 求能流密度

透射波：

波矢：$k''_x = k\sin\theta, \quad k''_z = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}, \quad \vec{\boldsymbol{k}}'' = k''_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + k''_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$

电场：$\vec{\boldsymbol{E}}''(\vec{\boldsymbol{r}},t) = \mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}\right] = e^{-\kappa z}\,\mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{ik''_x x-i\omega t}\right]$

(5)　透射波的平均能流

这时透射波是非均匀平面波，不宜用均匀平面波公式 $\langle\vec{\boldsymbol{S}}''\rangle = \dfrac{\epsilon_2}{2}|\mathcal{E}''_0|^2\vec{\boldsymbol{v}}''_p$ 求能流密度

对 s 波，有 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \mathcal{E}''_y\,\hat{\boldsymbol{e}}_y, \quad \mathcal{E}''_y = \mathcal{E}''_0 e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}$，　$\mathcal{E}''_0$ 为复数，再由 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''}{\omega\mu_2}$ 得

透射波：

波矢：$k''_x = k\sin\theta$, $\quad k''_z = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$, $\quad \vec{\boldsymbol{k}}'' = k''_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + k''_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$

电场：$\vec{\boldsymbol{E}}''(\vec{\boldsymbol{r}},t) = \mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0''e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}\right] = e^{-\kappa z}\,\mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0''e^{ik''_x x-i\omega t}\right]$

(5) 透射波的平均能流

这时透射波是非均匀平面波，不宜用均匀平面波公式 $\langle\vec{\boldsymbol{S}}''\rangle = \dfrac{\epsilon_2}{2}|\mathcal{E}_0''|^2\vec{\boldsymbol{v}}_p''$ 求能流密度

对 s 波，有 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \mathcal{E}_y''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y$, $\quad \mathcal{E}_y'' = \mathcal{E}_0''e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}$, $\quad \mathcal{E}_0''$ 为复数，再由 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''}{\omega\mu_2}$ 得

$$\mathcal{H}_x'' = -\frac{1}{\omega\mu_2}k_z''\mathcal{E}_y'' = -\frac{i\kappa}{\omega\mu_2}\,\mathcal{E}_y'',$$

透射波：

波矢：$k_x'' = k\sin\theta, \quad k_z'' = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}, \quad \vec{\boldsymbol{k}}'' = k_x''\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + k_z''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$

电场：$\vec{\boldsymbol{E}}''(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = \mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0''\,e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - i\omega t}\right] = e^{-\kappa z}\,\mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0''\,e^{ik_x''x - i\omega t}\right]$

(5) 透射波的平均能流

这时透射波是非均匀平面波，不宜用均匀平面波公式 $\langle\vec{\boldsymbol{S}}''\rangle = \dfrac{\epsilon_2}{2}|\mathcal{E}_0''|^2\vec{\boldsymbol{v}}_p''$ 求能流密度

对 s 波，有 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \mathcal{E}_y''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y, \quad \mathcal{E}_y'' = \mathcal{E}_0''e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - i\omega t}$， $\mathcal{E}_0''$ 为复数，再由 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''}{\omega\mu_2}$ 得

$$\mathcal{H}_x'' = -\frac{1}{\omega\mu_2}k_z''\mathcal{E}_y'' = -\frac{i\kappa}{\omega\mu_2}\mathcal{E}_y'', \qquad \mathcal{H}_z'' = \frac{1}{\omega\mu_2}k_x''\mathcal{E}_y'' = \frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}\mathcal{E}_y'',$$

透射波：

波矢：$k''_x = k\sin\theta, \quad k''_z = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}, \quad \vec{\boldsymbol{k}}'' = k''_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + k''_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$

电场：$\vec{\boldsymbol{E}}''(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = \mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - i\omega t}\right] = e^{-\kappa z}\,\mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{ik''_x x - i\omega t}\right]$

(5) 透射波的平均能流

这时透射波是非均匀平面波，不宜用均匀平面波公式 $\langle\vec{\boldsymbol{S}}''\rangle = \dfrac{\epsilon_2}{2}|\mathcal{E}''_0|^2\vec{\boldsymbol{v}}''_p$ 求能流密度

对 s 波，有 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \mathcal{E}''_y\,\hat{\boldsymbol{e}}_y, \quad \mathcal{E}''_y = \mathcal{E}''_0 e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - i\omega t}$， $\mathcal{E}''_0$ 为复数，再由 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}'' \times \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''}{\omega\mu_2}$ 得

$$\mathcal{H}''_x = -\frac{1}{\omega\mu_2}k''_z\mathcal{E}''_y = -\frac{i\kappa}{\omega\mu_2}\mathcal{E}''_y, \qquad \mathcal{H}''_z = \frac{1}{\omega\mu_2}k''_x\mathcal{E}''_y = \frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}\mathcal{E}''_y,$$

$$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}'' = (\mathcal{H}''_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{H}''_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z),$$

透射波：

波矢：　$k''_x = k\sin\theta, \quad k''_z = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}, \quad \vec{\boldsymbol{k}}'' = k''_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + k''_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$

电场：　$\vec{\boldsymbol{E}}''(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = \mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - i\omega t}\right] = e^{-\kappa z}\,\mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{ik''_x x - i\omega t}\right]$

(5)　透射波的平均能流

这时透射波是非均匀平面波，不宜用均匀平面波公式 $\langle\vec{\boldsymbol{S}}''\rangle = \dfrac{\epsilon_2}{2}|\mathcal{E}''_0|^2\vec{\boldsymbol{v}}''_p$ 求能流密度

对 s 波，有 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \mathcal{E}''_y\,\hat{\boldsymbol{e}}_y, \quad \mathcal{E}''_y = \mathcal{E}''_0 e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - i\omega t}$， $\mathcal{E}''_0$ 为复数，再由 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''}{\omega\mu_2}$ 得

$$\mathcal{H}''_x = -\frac{1}{\omega\mu_2}k''_z\mathcal{E}''_y = -\frac{i\kappa}{\omega\mu_2}\mathcal{E}''_y, \qquad \mathcal{H}''_z = \frac{1}{\omega\mu_2}k''_x\mathcal{E}''_y = \frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}\mathcal{E}''_y,$$

$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}'' = (\mathcal{H}''_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{H}''_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)$，　　再由 $\langle\vec{\boldsymbol{S}}\rangle = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}''^{*}\right]$ 得

透射波：

波矢： $k''_x = k\sin\theta,\quad k''_z = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c},\quad \vec{\boldsymbol{k}}'' = k''_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + k''_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$

电场： $\vec{\boldsymbol{E}}''(\vec{\boldsymbol{r}},t) = \text{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\, e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}\right] = e^{-\kappa z}\,\text{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\, e^{ik''_x x - i\omega t}\right]$

(5) 透射波的平均能流

这时透射波是非均匀平面波，不宜用均匀平面波公式 $\langle\vec{\boldsymbol{S}}''\rangle = \dfrac{\epsilon_2}{2}|\mathcal{E}''_0|^2\vec{\boldsymbol{v}}''_p$ 求能流密度

对 s 波，有 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \mathcal{E}''_y\,\hat{\boldsymbol{e}}_y,\quad \mathcal{E}''_y = \mathcal{E}''_0 e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}$， $\mathcal{E}''_0$ 为复数，再由 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''}{\omega\mu_2}$ 得

$$\mathcal{H}''_x = -\frac{1}{\omega\mu_2}k''_z\mathcal{E}''_y = -\frac{i\kappa}{\omega\mu_2}\,\mathcal{E}''_y,\qquad \mathcal{H}''_z = \frac{1}{\omega\mu_2}k''_x\mathcal{E}''_y = \frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}\,\mathcal{E}''_y,$$

$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}'' = (\mathcal{H}''_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{H}''_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)$， 再由 $\langle\vec{\boldsymbol{S}}\rangle = \dfrac{1}{2}\text{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}''^{*}\right]$ 得

$$\langle S''_z\rangle = -\frac{1}{2}\text{Re}\left[\,\mathcal{E}''_y\,\mathcal{H}''^{*}_x\right] = \frac{1}{2}\text{Re}\left[\frac{i\kappa}{\omega\mu_2}\left|\mathcal{E}''_y\right|^2\right] = 0$$ 因为 κ，ω，μ_2 都是实数

透射波：

波矢： $k''_x = k\sin\theta, \quad k''_z = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}, \quad \vec{\boldsymbol{k}}'' = k''_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + k''_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$

电场： $\vec{\boldsymbol{E}}''(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = \mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\, e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - i\omega t}\right] = e^{-\kappa z}\,\mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\, e^{ik''_x x - i\omega t}\right]$

(5) 透射波的平均能流

这时透射波是非均匀平面波，不宜用均匀平面波公式 $\langle\vec{\boldsymbol{S}}''\rangle = \frac{\epsilon_2}{2}|\mathcal{E}''_0|^2\vec{\boldsymbol{v}}''_p$ 求能流密度

对 s 波，有 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \mathcal{E}''_y\,\hat{\boldsymbol{e}}_y, \quad \mathcal{E}''_y = \mathcal{E}''_0 e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - i\omega t}$， $\mathcal{E}''_0$ 为复数，再由 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''}{\omega\mu_2}$ 得

$$\mathcal{H}''_x = -\frac{1}{\omega\mu_2}k''_z\mathcal{E}''_y = -\frac{i\kappa}{\omega\mu_2}\mathcal{E}''_y, \qquad \mathcal{H}''_z = \frac{1}{\omega\mu_2}k''_x\mathcal{E}''_y = \frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}\mathcal{E}''_y,$$

$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}'' = (\mathcal{H}''_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{H}''_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)$， 再由 $\langle\vec{\boldsymbol{S}}\rangle = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}''^{*}\right]$ 得

$$\langle S''_z\rangle = -\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\,\mathcal{E}''_y\,\mathcal{H}''^{*}_x\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{i\kappa}{\omega\mu_2}\left|\mathcal{E}''_y\right|^2\right] = 0$$ 因为 κ，ω, μ_2 都是实数

$$\langle S''_x\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\,\mathcal{E}''_y\,\mathcal{H}''^{*}_z\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}\left|\mathcal{E}''_y\right|^2\right] = \frac{1}{2}\left|\mathcal{E}''_0\right|^2\frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}\,e^{-2\kappa z} \neq 0$$

透射波：

波矢： $k''_x = k\sin\theta, \quad k''_z = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}, \quad \vec{\boldsymbol{k}}'' = k''_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + k''_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$

电场： $\vec{\boldsymbol{E}}''(\vec{\boldsymbol{r}},t) = \mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}\right] = e^{-\kappa z}\,\mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{ik''_x x-i\omega t}\right]$

(5) 透射波的平均能流

这时透射波是非均匀平面波，不宜用均匀平面波公式 $\langle\vec{\boldsymbol{S}}''\rangle = \frac{\epsilon_2}{2}|\mathcal{E}''_0|^2\vec{\boldsymbol{v}}''_p$ 求能流密度

对 s 波，有 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \mathcal{E}''_y\,\hat{\boldsymbol{e}}_y, \quad \mathcal{E}''_y = \mathcal{E}''_0 e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}$， $\mathcal{E}''_0$ 为复数，再由 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''}{\omega\mu_2}$ 得

$$\mathcal{H}''_x = -\frac{1}{\omega\mu_2}k''_z\mathcal{E}''_y = -\frac{i\kappa}{\omega\mu_2}\mathcal{E}''_y, \qquad \mathcal{H}''_z = \frac{1}{\omega\mu_2}k''_x\mathcal{E}''_y = \frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}\mathcal{E}''_y,$$

$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}'' = (\mathcal{H}''_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{H}''_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)$， 再由 $\langle\vec{\boldsymbol{S}}\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}''^*\right]$ 得

$$\langle S''_z\rangle = -\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathcal{E}''_y\,\mathcal{H}''^*_x\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{i\kappa}{\omega\mu_2}|\mathcal{E}''_y|^2\right] = 0$$

因为 κ，ω, μ_2 都是实数

$$\langle S''_x\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathcal{E}''_y\,\mathcal{H}''^*_z\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}|\mathcal{E}''_y|^2\right] = \frac{1}{2}|\mathcal{E}''_0|^2\frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}e^{-2\kappa z} \neq 0$$

其中 $\left|e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}\right|^2 = e^{-2\kappa z}$

透射波：

波矢：$k''_x = k\sin\theta,\quad k''_z = i\kappa = ik\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c},\quad \vec{\boldsymbol{k}}'' = k''_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + k''_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$

电场：$\vec{\boldsymbol{E}}''(\vec{\boldsymbol{r}},t) = \text{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}\,\right] = e^{-\kappa z}\ \text{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{ik''_x x-i\omega t}\,\right]$

(5) 透射波的平均能流

这时透射波是非均匀平面波，不宜用均匀平面波公式 $\langle\vec{\boldsymbol{S}}''\rangle = \frac{\epsilon_2}{2}|\mathcal{E}''_0|^2\vec{\boldsymbol{v}}''_p$ 求能流密度

对 s 波，有 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \mathcal{E}''_y\,\hat{\boldsymbol{e}}_y,\quad \mathcal{E}''_y = \mathcal{E}''_0 e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}$，$\mathcal{E}''_0$ 为复数，再由 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''}{\omega\mu_2}$ 得

$$\mathcal{H}''_x = -\frac{1}{\omega\mu_2}k''_z\mathcal{E}''_y = -\frac{i\kappa}{\omega\mu_2}\,\mathcal{E}''_y,\qquad \mathcal{H}''_z = \frac{1}{\omega\mu_2}k''_x\mathcal{E}''_y = \frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}\,\mathcal{E}''_y,$$

$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}'' = (\mathcal{H}''_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{H}''_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)$，　　再由 $\langle\vec{\boldsymbol{S}}\rangle = \dfrac{1}{2}\text{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}''^*\,\right]$ 得

$$\langle S''_z\rangle = -\frac{1}{2}\text{Re}\left[\,\mathcal{E}''_y\,\mathcal{H}''^*_x\,\right] = \frac{1}{2}\text{Re}\left[\,\frac{i\kappa}{\omega\mu_2}\left|\mathcal{E}''_y\right|^2\,\right] = 0$$ 因为 κ，ω, μ_2 都是实数

$$\langle S''_x\rangle = \frac{1}{2}\text{Re}\left[\,\mathcal{E}''_y\,\mathcal{H}''^*_z\,\right] = \frac{1}{2}\text{Re}\left[\,\frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}\left|\mathcal{E}''_y\right|^2\,\right] = \frac{1}{2}\left|\mathcal{E}''_0\right|^2\frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}\,e^{-2\kappa z} \neq 0$$

其中 $\left|e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}\right|^2 = e^{-2\kappa z}$

能量沿表面传播，从而透射系数：$T_s = \dfrac{\left|\langle S''_z\rangle\right|}{\left|\langle S_z\rangle\right|} = 0$

(5) 透射波的平均能流

对 p 波，有 $\vec{\mathcal{H}}'' = \mathcal{H}_y'' \hat{e}_y$， $\mathcal{H}_y'' = \mathcal{H}_0'' e^{i\vec{k}''\cdot\vec{r} - i\omega t}$， $\mathcal{H}_0''$ 为复数，再由 $\vec{\mathcal{E}} = -\dfrac{\vec{k}'' \times \vec{\mathcal{H}}''}{\omega\epsilon_2}$ 得

(5) 透射波的平均能流

对 p 波，有 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}'' = \mathcal{H}_y''\hat{\boldsymbol{e}}_y$， $\mathcal{H}_y'' = \mathcal{H}_0'' e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - i\omega t}$， $\mathcal{H}_0''$ 为复数，再由 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}} = -\dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}'' \times \vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}''}{\omega\epsilon_2}$ 得

$$\mathcal{E}_x'' = \frac{1}{\omega\epsilon_2} k_z''\mathcal{H}_y'' = \frac{i\kappa}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'',$$

(5) 透射波的平均能流

对 p 波，有 $\vec{\mathcal{H}}'' = \mathcal{H}_y'' \hat{e}_y$，$\mathcal{H}_y'' = \mathcal{H}_0'' e^{i\vec{k}''\cdot\vec{r}-i\omega t}$，$\mathcal{H}_0''$ 为复数，再由 $\vec{\mathcal{E}} = -\dfrac{\vec{k}'' \times \vec{\mathcal{H}}''}{\omega\epsilon_2}$ 得

$$\mathcal{E}_x'' = \frac{1}{\omega\epsilon_2} k_z'' \mathcal{H}_y'' = \frac{i\kappa}{\omega\epsilon_2} \mathcal{H}_y'', \qquad \mathcal{E}_z'' = -\frac{1}{\omega\epsilon_2} k_x'' \mathcal{H}_y'' = -\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2} \mathcal{H}_y'',$$

(5) 透射波的平均能流

对 p 波，有 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}'' = \mathcal{H}_y''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y$， $\mathcal{H}_y'' = \mathcal{H}_0'' e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - i\omega t}$， $\mathcal{H}_0''$ 为复数，再由 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}} = -\dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}'' \times \vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}''}{\omega\epsilon_2}$ 得

$$\mathcal{E}_x'' = \frac{1}{\omega\epsilon_2} k_z'' \mathcal{H}_y'' = \frac{i\kappa}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'', \qquad \mathcal{E}_z'' = -\frac{1}{\omega\epsilon_2} k_x'' \mathcal{H}_y'' = -\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'',$$

$$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = (\mathcal{E}_x''\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_z''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z),$$

(5) 透射波的平均能流

对 p 波，有 $\vec{\mathcal{H}}'' = \mathcal{H}_y''\,\hat{e}_y$, $\quad \mathcal{H}_y'' = \mathcal{H}_0'' e^{i\vec{k}''\cdot\vec{r}-i\omega t}$，$\mathcal{H}_0''$ 为复数，再由 $\vec{\mathcal{E}} = -\dfrac{\vec{k}''\times\vec{\mathcal{H}}''}{\omega\epsilon_2}$ 得

$$\mathcal{E}_x'' = \frac{1}{\omega\epsilon_2}k_z''\mathcal{H}_y'' = \frac{i\kappa}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'', \qquad \mathcal{E}_z'' = -\frac{1}{\omega\epsilon_2}k_x''\mathcal{H}_y'' = -\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'',$$

$\vec{\mathcal{E}}'' = (\mathcal{E}_x''\,\hat{e}_x + \mathcal{E}_z''\,\hat{e}_z)$, $\qquad$ 再由 $\langle\vec{S}\rangle = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}''\times\vec{\mathcal{H}}''^{*}\right]$ 得

(5) 透射波的平均能流

对 p 波，有 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}'' = \mathcal{H}_y''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y$，　$\mathcal{H}_y'' = \mathcal{H}_0'' e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}$，$\mathcal{H}_0''$ 为复数，再由 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}} = -\dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}''}{\omega\epsilon_2}$ 得

$$\mathcal{E}_x'' = \frac{1}{\omega\epsilon_2}k_z''\mathcal{H}_y'' = \frac{i\kappa}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'', \qquad \mathcal{E}_z'' = -\frac{1}{\omega\epsilon_2}k_x''\mathcal{H}_y'' = -\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'',$$

$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = (\mathcal{E}_x''\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_z''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)$，　再由 $\langle\vec{\boldsymbol{S}}\rangle = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}''^*\right]$ 得

$$\langle S_z''\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathcal{E}_x''\,\mathcal{H}_y''^*\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{i\kappa}{\omega\epsilon_2}\left|\mathcal{H}_y''\right|^2\right] = 0$$ 因为 κ，ω，ϵ_2 都是实数

(5) 透射波的平均能流

对 p 波，有 $\vec{\mathcal{H}}'' = \mathcal{H}_y''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y$， $\mathcal{H}_y'' = \mathcal{H}_0'' e^{i\vec{k}''\cdot\vec{r}-i\omega t}$， $\mathcal{H}_0''$ 为复数，再由 $\vec{\mathcal{E}} = -\dfrac{\vec{k}''\times\vec{\mathcal{H}}''}{\omega\epsilon_2}$ 得

$$\mathcal{E}_x'' = \frac{1}{\omega\epsilon_2}k_z''\mathcal{H}_y'' = \frac{i\kappa}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'', \qquad \mathcal{E}_z'' = -\frac{1}{\omega\epsilon_2}k_x''\mathcal{H}_y'' = -\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'',$$

$\vec{\mathcal{E}}'' = (\mathcal{E}_x''\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_z''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)$， 再由 $\langle\vec{S}\rangle = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}''\times\vec{\mathcal{H}}''^*\right]$ 得

$$\langle S_z''\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathcal{E}_x''\,\mathcal{H}_y''^*\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{i\kappa}{\omega\epsilon_2}\left|\mathcal{H}_y''\right|^2\right] = 0$$ 因为 κ，ω，ϵ_2 都是实数

$$\langle S_x''\rangle = -\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathcal{E}_z''\,\mathcal{H}_y''^*\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\left|\mathcal{H}_y''\right|^2\right] = \frac{1}{2}\left|\mathcal{H}_0''\right|^2\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\,e^{-2\kappa z} \neq 0$$

(5) 透射波的平均能流

对 p 波，有 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}'' = \mathcal{H}_y''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y$， $\mathcal{H}_y'' = \mathcal{H}_0'' e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}$， $\mathcal{H}_0''$ 为复数，再由 $\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}} = -\dfrac{\vec{\boldsymbol{k}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}''}{\omega\epsilon_2}$ 得

$$\mathcal{E}_x'' = \frac{1}{\omega\epsilon_2}k_z''\mathcal{H}_y'' = \frac{i\kappa}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'', \qquad \mathcal{E}_z'' = -\frac{1}{\omega\epsilon_2}k_x''\mathcal{H}_y'' = -\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'',$$

$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = (\mathcal{E}_x''\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_z''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)$， 再由 $\langle\vec{\boldsymbol{S}}\rangle = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}''^{*}\right]$ 得

$$\langle S_z''\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathcal{E}_x''\,\mathcal{H}_y''^{*}\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{i\kappa}{\omega\epsilon_2}\left|\mathcal{H}_y''\right|^2\right] = 0$$ 因为 κ，ω，ϵ_2 都是实数

$$\langle S_x''\rangle = -\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathcal{E}_z''\,\mathcal{H}_y''^{*}\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\left|\mathcal{H}_y''\right|^2\right] = \frac{1}{2}\left|\mathcal{H}_0''\right|^2\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\,e^{-2\kappa z} \neq 0$$

其中 $\left|e^{i\vec{\boldsymbol{k}}''\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}\right|^2 = e^{-2\kappa z}$

(5) 透射波的平均能流

对 p 波，有 $\vec{\mathcal{H}}'' = \mathcal{H}_y''\,\hat{e}_y$, $\mathcal{H}_y'' = \mathcal{H}_0'' e^{i\vec{k}''\cdot\vec{r}-i\omega t}$, $\mathcal{H}_0''$ 为复数，再由 $\vec{\mathcal{E}} = -\dfrac{\vec{k}''\times\vec{\mathcal{H}}''}{\omega\epsilon_2}$ 得

$$\mathcal{E}_x'' = \frac{1}{\omega\epsilon_2}k_z''\mathcal{H}_y'' = \frac{i\kappa}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'', \qquad \mathcal{E}_z'' = -\frac{1}{\omega\epsilon_2}k_x''\mathcal{H}_y'' = -\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'',$$

$\vec{\mathcal{E}}'' = (\mathcal{E}_x''\,\hat{e}_x + \mathcal{E}_z''\,\hat{e}_z)$, 再由 $\langle\vec{S}\rangle = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}''\times\vec{\mathcal{H}}''^*\right]$ 得

$$\langle S_z''\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathcal{E}_x''\,\mathcal{H}_y''^*\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{i\kappa}{\omega\epsilon_2}\left|\mathcal{H}_y''\right|^2\right] = 0$$ 因为 κ, ω, ϵ_2 都是实数

$$\langle S_x''\rangle = -\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathcal{E}_z''\,\mathcal{H}_y''^*\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\left|\mathcal{H}_y''\right|^2\right] = \frac{1}{2}\left|\mathcal{H}_0''\right|^2\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\,e^{-2\kappa z} \neq 0$$

其中 $\left|e^{i\vec{k}''\cdot\vec{r}-i\omega t}\right|^2 = e^{-2\kappa z}$

能量沿表面传播，从而透射系数：$T_p = \dfrac{\left|\langle S_z''\rangle\right|}{\left|\langle S_z\rangle\right|} = 0$

(5) 透射波的平均能流

对 p 波，有 $\vec{\mathcal{H}}'' = \mathcal{H}_y''\,\hat{e}_y$， $\mathcal{H}_y'' = \mathcal{H}_0'' e^{i\vec{k}''\cdot\vec{r}-i\omega t}$， $\mathcal{H}_0''$ 为复数，再由 $\vec{\mathcal{E}} = -\dfrac{\vec{k}''\times\vec{\mathcal{H}}''}{\omega\epsilon_2}$ 得

$$\mathcal{E}_x'' = \frac{1}{\omega\epsilon_2}k_z''\mathcal{H}_y'' = \frac{i\kappa}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'', \qquad \mathcal{E}_z'' = -\frac{1}{\omega\epsilon_2}k_x''\mathcal{H}_y'' = -\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'',$$

$\vec{\mathcal{E}}'' = (\mathcal{E}_x''\,\hat{e}_x + \mathcal{E}_z''\,\hat{e}_z)$， 再由 $\langle\vec{S}\rangle = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}''\times\vec{\mathcal{H}}''^*\right]$ 得

$$\langle S_z''\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathcal{E}_x''\,\mathcal{H}_y''^*\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{i\kappa}{\omega\epsilon_2}\left|\mathcal{H}_y''\right|^2\right] = 0$$ 因为 κ，ω，ϵ_2 都是实数

$$\langle S_x''\rangle = -\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathcal{E}_z''\,\mathcal{H}_y''^*\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\left|\mathcal{H}_y''\right|^2\right] = \frac{1}{2}\left|\mathcal{H}_0''\right|^2\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\,e^{-2\kappa z} \neq 0$$

其中 $\left|e^{i\vec{k}''\cdot\vec{r}-i\omega t}\right|^2 = e^{-2\kappa z}$

能量沿表面传播，从而透射系数：$T_p = \dfrac{\left|\langle S_z''\rangle\right|}{\left|\langle S_z\rangle\right|} = 0$

(6) 透射波的瞬时能流 (以 s 波为例)

对 s 波，有 $\vec{\mathcal{E}}'' = \mathcal{E}_0''\,\hat{e}_y e^{i\vec{k}''\cdot\vec{r}-i\omega t}$， $\vec{\mathcal{H}}'' = \left(-\dfrac{i\kappa}{\omega\mu_2}\mathcal{E}_0''\,\hat{e}_x + \dfrac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}\mathcal{E}_0''\,\hat{e}_z\right)e^{i\vec{k}''\cdot\vec{r}-i\omega t}$

(5) 透射波的平均能流

对 p 波，有 $\vec{\mathcal{H}}'' = \mathcal{H}_y''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y$，$\mathcal{H}_y'' = \mathcal{H}_0'' e^{i\vec{k}''\cdot\vec{r}-i\omega t}$，$\mathcal{H}_0''$ 为复数，再由 $\vec{\mathcal{E}} = -\dfrac{\vec{k}''\times\vec{\mathcal{H}}''}{\omega\epsilon_2}$ 得

$$\mathcal{E}_x'' = \frac{1}{\omega\epsilon_2}k_z''\mathcal{H}_y'' = \frac{i\kappa}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'', \qquad \mathcal{E}_z'' = -\frac{1}{\omega\epsilon_2}k_x''\mathcal{H}_y'' = -\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'',$$

$\vec{\mathcal{E}}'' = (\mathcal{E}_x''\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_z''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)$，　　再由 $\langle\vec{S}\rangle = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\,\vec{\mathcal{E}}''\times\vec{\mathcal{H}}''^{*}\,\right]$ 得

$$\langle S_z''\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\,\mathcal{E}_x''\,\mathcal{H}_y''^{*}\,\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\,\frac{i\kappa}{\omega\epsilon_2}\left|\mathcal{H}_y''\right|^2\,\right] = 0 \quad \text{因为 } \kappa,\ \omega,\ \epsilon_2 \text{ 都是实数}$$

$$\langle S_x''\rangle = -\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\,\mathcal{E}_z''\,\mathcal{H}_y''^{*}\,\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\,\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\left|\mathcal{H}_y''\right|^2\,\right] = \frac{1}{2}\left|\mathcal{H}_0''\right|^2\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\,e^{-2\kappa z} \neq 0$$

其中 $\left|e^{i\vec{k}''\cdot\vec{r}-i\omega t}\right|^2 = e^{-2\kappa z}$

能量沿表面传播，从而透射系数：$T_p = \dfrac{\left|\langle S_z''\rangle\right|}{\left|\langle S_z\rangle\right|} = 0$

(6) 透射波的瞬时能流　(以 s 波为例)

对 s 波，有 $\vec{\mathcal{E}}'' = \mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i\vec{k}''\cdot\vec{r}-i\omega t}$，$\vec{\mathcal{H}}'' = \left(-\dfrac{i\kappa}{\omega\mu_2}\mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \dfrac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}\mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z\right)e^{i\vec{k}''\cdot\vec{r}-i\omega t}$

$$S_z'' = -\mathrm{Re}\left[\,\mathcal{E}_y''\,\right]\ \mathrm{Re}\left[\,\mathcal{H}_x''\,\right] = \left|\mathcal{E}_0''\right|^2\frac{\kappa}{2\omega\mu_2}\,e^{-2\kappa z}\sin 2\Phi \neq 0, \qquad \mathcal{E}_0'' = \left|\mathcal{E}_0''\right|e^{i\phi},$$

(5) 透射波的平均能流

对 p 波，有 $\vec{\mathcal{H}}'' = \mathcal{H}_y''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y$, $\mathcal{H}_y'' = \mathcal{H}_0'' e^{i\vec{k}''\cdot\vec{r}-i\omega t}$, $\mathcal{H}_0''$ 为复数，再由 $\vec{\mathcal{E}} = -\dfrac{\vec{k}''\times\vec{\mathcal{H}}''}{\omega\epsilon_2}$ 得

$$\mathcal{E}_x'' = \frac{1}{\omega\epsilon_2}k_z''\mathcal{H}_y'' = \frac{i\kappa}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'', \qquad \mathcal{E}_z'' = -\frac{1}{\omega\epsilon_2}k_x''\mathcal{H}_y'' = -\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\mathcal{H}_y'',$$

$\vec{\mathcal{E}}'' = (\mathcal{E}_x''\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_z''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z)$, 再由 $\langle\vec{S}\rangle = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}''\times\vec{\mathcal{H}}''^*\right]$ 得

$$\langle S_z''\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathcal{E}_x''\,\mathcal{H}_y''^*\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{i\kappa}{\omega\epsilon_2}\left|\mathcal{H}_y''\right|^2\right] = 0$$ 因为 κ, ω, ϵ_2 都是实数

$$\langle S_x''\rangle = -\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathcal{E}_z''\,\mathcal{H}_y''^*\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\left|\mathcal{H}_y''\right|^2\right] = \frac{1}{2}\left|\mathcal{H}_0''\right|^2\frac{k\sin\theta}{\omega\epsilon_2}\,e^{-2\kappa z} \neq 0$$

其中 $\left|e^{i\vec{k}''\cdot\vec{r}-i\omega t}\right|^2 = e^{-2\kappa z}$

能量沿表面传播，从而透射系数：$T_p = \dfrac{\left|\langle S_z''\rangle\right|}{\left|\langle S_z\rangle\right|} = 0$

(6) 透射波的瞬时能流 (以 s 波为例)

对 s 波，有 $\vec{\mathcal{E}}'' = \mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{i\vec{k}''\cdot\vec{r}-i\omega t}$, $\vec{\mathcal{H}}'' = \left(-\dfrac{i\kappa}{\omega\mu_2}\mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \dfrac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}\mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z\right)e^{i\vec{k}''\cdot\vec{r}-i\omega t}$

$$S_z'' = -\mathrm{Re}\left[\mathcal{E}_y''\right]\ \mathrm{Re}\left[\mathcal{H}_x''\right] = \left|\mathcal{E}_0''\right|^2\frac{\kappa}{2\omega\mu_2}\,e^{-2\kappa z}\sin 2\Phi \neq 0, \qquad \mathcal{E}_0'' = \left|\mathcal{E}_0''\right|e^{i\phi},$$

$$S_x'' = \mathrm{Re}\left[\mathcal{E}_y''\right]\ \mathrm{Re}\left[\mathcal{H}_z''\right] = \left|\mathcal{E}_0''\right|^2\frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}\,e^{-2\kappa z}\cos^2\Phi, \qquad \Phi = kx\sin\theta - \omega t + \phi$$

(6) 透射波的瞬时能流 (以 s 波为例)

(6)　透射波的瞬时能流　　(以 s 波为例)

$$S''_z = \left|\mathcal{E}''_0\right|^2 \frac{\kappa}{2\omega\mu_2}\, e^{-2\kappa z} \sin 2(kx\sin\theta - \omega t + \phi),$$

(6) 透射波的瞬时能流 (以 s 波为例)

$$S''_z = \left|\mathcal{E}''_0\right|^2 \frac{\kappa}{2\omega\mu_2} e^{-2\kappa z} \sin 2(kx\sin\theta - \omega t + \phi),$$

$$S''_x = \left|\mathcal{E}''_0\right|^2 \frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2} e^{-2\kappa z} \cos^2(kx\sin\theta - \omega t + \phi)$$

(6) 透射波的瞬时能流 (以 s 波为例)

$$S_z'' = \left|\mathcal{E}_0''\right|^2 \frac{\kappa}{2\omega\mu_2}\, e^{-2\kappa z} \sin 2(kx\sin\theta - \omega t + \phi),$$

$$S_x'' = \left|\mathcal{E}_0''\right|^2 \frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}\, e^{-2\kappa z} \cos^2(kx\sin\theta - \omega t + \phi)$$

S_z'' 的瞬时值不为 0，时正时负，$\langle S_z''\rangle = 0$，表明在一个半周期内，有部分电磁能量透入介质 2，在界面附近的一个薄层内存储起来，在另一个半周期，这些能量被反射回来。换言之，介质 2 在吞吐能量，而电磁能量并不被消耗。

S_x'' 恒正，表明有电磁能量在介质 2 界面附近的一个薄层内沿表面传播
这些能量是波刚入射到界面时透入介质 2，这需用时域方法而非本章的频域方法分析。

(6) 透射波的瞬时能流 (以 s 波为例)

$$S''_z = \left|\mathcal{E}''_0\right|^2 \frac{\kappa}{2\omega\mu_2} e^{-2\kappa z} \sin 2(kx\sin\theta - \omega t + \phi),$$

$$S''_x = \left|\mathcal{E}''_0\right|^2 \frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2} e^{-2\kappa z} \cos^2(kx\sin\theta - \omega t + \phi)$$

S''_z 的瞬时值不为 0，时正时负，$\langle S''_z\rangle = 0$，表明在一个半周期内，有部分电磁能量透入介质 2，在界面附近的一个薄层内存储起来，在另一个半周期，这些能量被反射回来。换言之，介质 2 在吞吐能量，而电磁能量并不被消耗。

S''_x 恒正，表明有电磁能量在介质 2 界面附近的一个薄层内沿表面传播
这些能量是波刚入射到界面时透入介质 2，这需用时域方法而非本章的频域方法分析。

对于 p 波，只需将上式做变换：$\mathcal{E}_0 \to \mathcal{H}_0$， $\mu_2 \to \epsilon_2$ 结论完全相同。

(6) 透射波的瞬时能流 (以 s 波为例)

$$S''_z = \left|\mathcal{E}''_0\right|^2 \frac{\kappa}{2\omega\mu_2} e^{-2\kappa z} \sin 2(kx\sin\theta - \omega t + \phi),$$

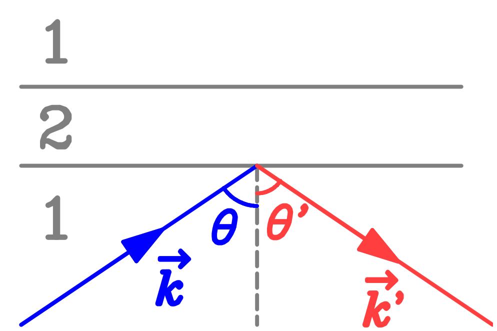
$$S''_x = \left|\mathcal{E}''_0\right|^2 \frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2} e^{-2\kappa z} \cos^2(kx\sin\theta - \omega t + \phi)$$

S''_z 的瞬时值不为 0，时正时负，$\langle S''_z\rangle = 0$，表明在一个半周期内，有部分电磁能量透入介质 2，在界面附近的一个薄层内存储起来，在另一个半周期，这些能量被反射回来。换言之，介质 2 在吞吐能量，而电磁能量并不被消耗。

S''_x 恒正，表明有电磁能量在介质 2 界面附近的一个薄层内沿表面传播
这些能量是波刚入射到界面时透入介质 2，这需用时域方法而非本章的频域方法分析。

对于 p 波，只需将上式做变换：$\mathcal{E}_0 \to \mathcal{H}_0$， $\mu_2 \to \epsilon_2$ 结论完全相同。

(7) 光子隧穿



(6) 透射波的瞬时能流 (以 s 波为例)

$$S''_z = \left|\mathcal{E}''_0\right|^2 \frac{\kappa}{2\omega\mu_2}\, e^{-2\kappa z} \sin 2(kx\sin\theta - \omega t + \phi),$$

$$S''_x = \left|\mathcal{E}''_0\right|^2 \frac{k\sin\theta}{\omega\mu_2}\, e^{-2\kappa z} \cos^2(kx\sin\theta - \omega t + \phi)$$

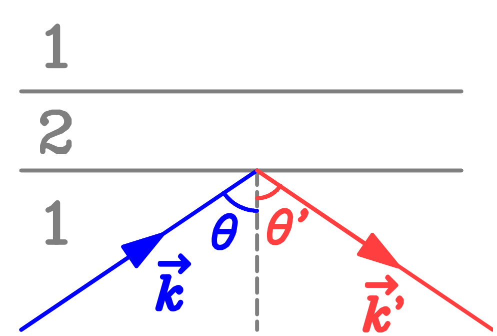
S''_z 的瞬时值不为 0，时正时负，$\langle S''_z\rangle = 0$，表明在一个半周期内，有部分电磁能量透入介质 2，在界面附近的一个薄层内存储起来，在另一个半周期，这些能量被反射回来。换言之，介质 2 在吞吐能量，而电磁能量并不被消耗。

S''_x 恒正，表明有电磁能量在介质 2 界面附近的一个薄层内沿表面传播
这些能量是波刚入射到界面时透入介质 2，这需用时域方法而非本章的频域方法分析。

对于 p 波，只需将上式做变换：$\mathcal{E}_0 \rightarrow \mathcal{H}_0$，　$\mu_2 \rightarrow \epsilon_2$　结论完全相同。

(7) 光子隧穿

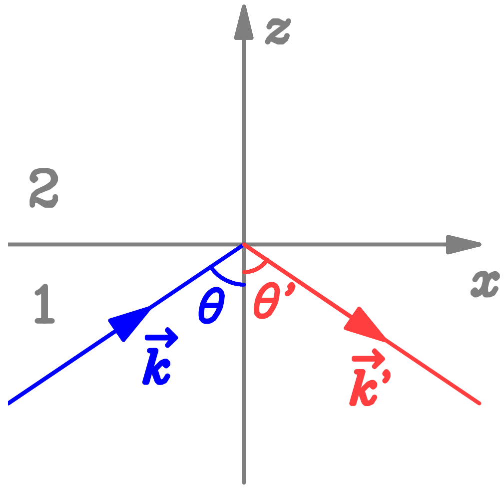
如果介质 2 是一厚度 $\sim 1/\kappa$ 的薄层，那么在如图介质 2 上方仍然会有折射波，这种效应类似于量子力学中的隧道效应，故称为光子隧穿。光子隧穿效应可用于探测渐逝波 (evanescent wave) Am. J. Phys. **61** 165
和扫描光子隧道显微镜等 (Rev. Sci. Instrum. **61** 3669.)



三、全反射时的反射波

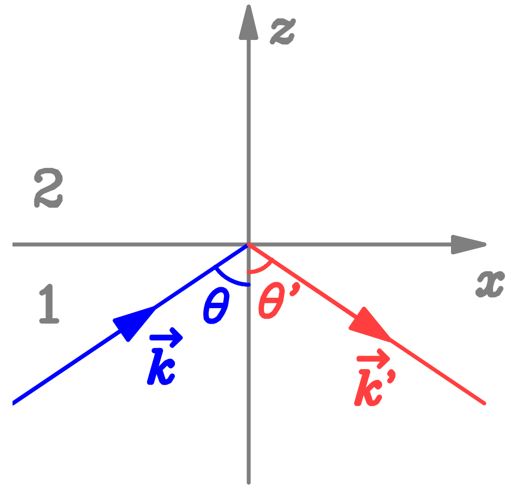
三、全反射时的反射波

这时仍有：$\theta' = \theta$。但与通常的折射不同，反射波相位与入射波相位不再是差 π 或 0。



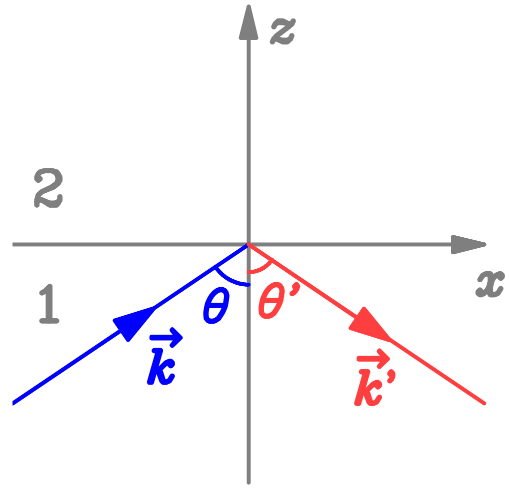
三、全反射时的反射波

这时仍有：$\theta' = \theta$。但与通常的折射不同，
反射波相位与入射波相位不再是差 π 或 0。



对 s 波：$\dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = r_s = \dfrac{k\mu_2\,\cos\theta - k''_z\mu_1}{k\mu_2\,\cos\theta + k''_z\mu_1}$

三、全反射时的反射波

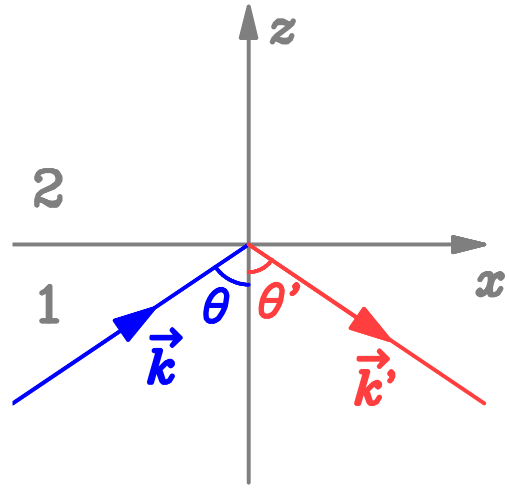


这时仍有：$\theta' = \theta$。但与通常的折射不同，
反射波相位与入射波相位不再是差 π 或 0。

对 s 波：$\dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = r_s = \dfrac{k\mu_2 \cos\theta - k''_z\mu_1}{k\mu_2 \cos\theta + k''_z\mu_1}$

全反射时：$k''_z = i\kappa$ 为纯虚数。考虑到对一般介质，$\mu_1 \sim \mu_2 \sim \mu_0$

三、全反射时的反射波



这时仍有：$\theta' = \theta$。但与通常的折射不同，

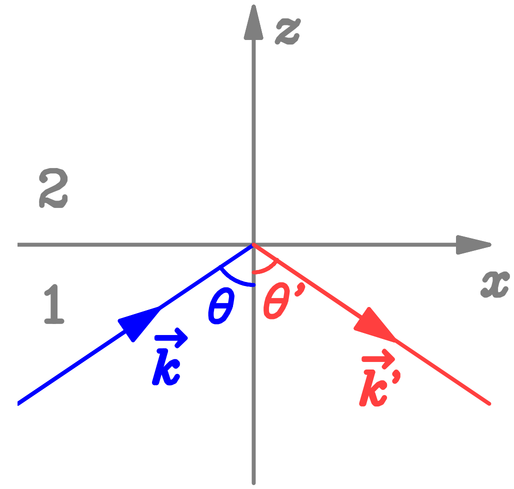
反射波相位与入射波相位不再是差 π 或 0。

对 s 波：$\dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = r_s = \dfrac{k\mu_2 \cos\theta - k''_z \mu_1}{k\mu_2 \cos\theta + k''_z \mu_1}$

全反射时：$k''_z = i\kappa$ 为纯虚数。考虑到对一般介质，$\mu_1 \sim \mu_2 \sim \mu_0$

$$\frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \frac{k\cos\theta - i\kappa}{k\cos\theta + i\kappa} = e^{-i\phi_s}, \quad \phi_s = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\cos\theta} = 2\tan^{-1}\frac{\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}}{\cos\theta}$$

三、全反射时的反射波



这时仍有：$\theta' = \theta$。但与通常的折射不同，

反射波相位与入射波相位不再是差 π 或 0。

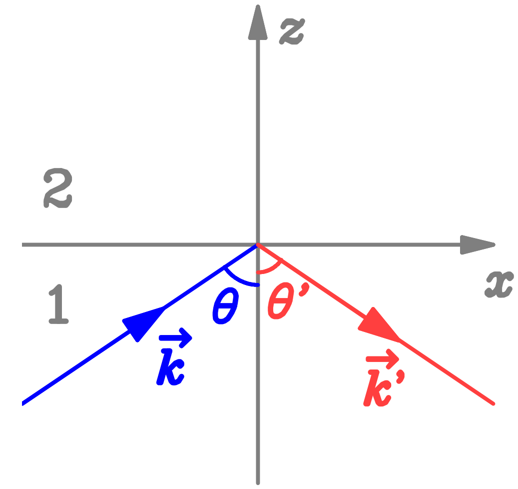
对 s 波：$\dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = r_s = \dfrac{k\mu_2 \cos\theta - k''_z\mu_1}{k\mu_2 \cos\theta + k''_z\mu_1}$

全反射时：$k''_z = i\kappa$ 为纯虚数。考虑到对一般介质，$\mu_1 \sim \mu_2 \sim \mu_0$

$$\frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \frac{k\cos\theta - i\kappa}{k\cos\theta + i\kappa} = e^{-i\phi_s}, \quad \phi_s = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\cos\theta} = 2\tan^{-1}\frac{\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}}{\cos\theta}$$

对 p 波：$\dfrac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = r_p = \dfrac{k\epsilon_2 \cos\theta - k''_z\epsilon_1}{k\epsilon_2 \cos\theta + k''_z\epsilon_1}$，　$k''_z = i\kappa$ 为纯虚数。一般介质：$\mu_1 \sim \mu_2 \sim \mu_0$

三、全反射时的反射波



这时仍有：$\theta' = \theta$。但与通常的折射不同，

反射波相位与入射波相位不再是差 π 或 0。

对 s 波：$\dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = r_s = \dfrac{k\mu_2\ \cos\theta - k''_z\mu_1}{k\mu_2\ \cos\theta + k''_z\mu_1}$

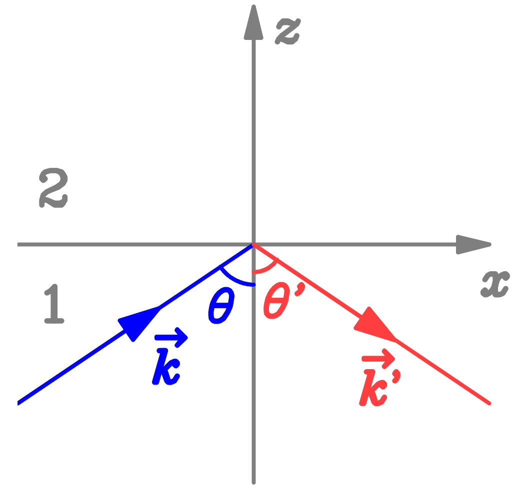
全反射时：$k''_z = i\kappa$ 为纯虚数。考虑到对一般介质，$\mu_1 \sim \mu_2 \sim \mu_0$

$$\frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \frac{k\cos\theta - i\kappa}{k\cos\theta + i\kappa} = e^{-i\phi_s}, \quad \phi_s = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\cos\theta} = 2\tan^{-1}\frac{\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}}{\cos\theta}$$

对 p 波：$\dfrac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = r_p = \dfrac{k\epsilon_2\ \cos\theta - k''_z\epsilon_1}{k\epsilon_2\ \cos\theta + k''_z\epsilon_1}$，　$k''_z = i\kappa$ 为纯虚数。一般介质：$\mu_1 \sim \mu_2 \sim \mu_0$

$$\frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - i\kappa\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + i\kappa\epsilon_1} = e^{-i\phi_p}, \quad \phi_p = 2\tan^{-1}\frac{\epsilon_1\kappa}{\epsilon_2 k\cos\theta} = 2\tan^{-1}\frac{\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}}{\sin^2\theta_c\ \cos\theta}$$

三、全反射时的反射波



这时仍有：$\theta' = \theta$。但与通常的折射不同，

反射波相位与入射波相位不再是差 π 或 0。

对 s 波：$\dfrac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = r_s = \dfrac{k\mu_2\ \cos\theta - k''_z\mu_1}{k\mu_2\ \cos\theta + k''_z\mu_1}$

全反射时：$k''_z = i\kappa$ 为纯虚数。考虑到对一般介质，$\mu_1 \sim \mu_2 \sim \mu_0$

$$\frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \frac{k\cos\theta - i\kappa}{k\cos\theta + i\kappa} = e^{-i\phi_s}, \quad \phi_s = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\cos\theta} = 2\tan^{-1}\frac{\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}}{\cos\theta}$$

对 p 波：$\dfrac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = r_p = \dfrac{k\epsilon_2\ \cos\theta - k''_z\epsilon_1}{k\epsilon_2\ \cos\theta + k''_z\epsilon_1}$，$k''_z = i\kappa$ 为纯虚数。一般介质：$\mu_1 \sim \mu_2 \sim \mu_0$

$$\frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - i\kappa\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + i\kappa\epsilon_1} = e^{-i\phi_p}, \quad \phi_p = 2\tan^{-1}\frac{\epsilon_1\kappa}{\epsilon_2 k\cos\theta} = 2\tan^{-1}\frac{\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}}{\sin^2\theta_c\ \cos\theta}$$

$$\boxed{\sin\theta_c = n_{21}}$$

Let there be light

$$r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \frac{k\cos\theta - i\kappa}{k\cos\theta + i\kappa} = e^{-i\phi_s}, \qquad \phi_s = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\cos\theta}, \qquad \frac{\kappa}{k} = \sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$$

Let there be light

$$r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \frac{k\cos\theta - i\kappa}{k\cos\theta + i\kappa} = e^{-i\phi_s}, \qquad \phi_s = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\cos\theta}, \qquad \frac{\kappa}{k} = \sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$$

$$r_p = \frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - i\kappa\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + i\kappa\epsilon_1} = e^{-i\phi_p}, \quad \phi_p = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\,\sin^2\theta_c\,\cos\theta}$$

$$r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \frac{k\cos\theta - i\kappa}{k\cos\theta + i\kappa} = e^{-i\phi_s}, \qquad \phi_s = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\cos\theta}, \qquad \frac{\kappa}{k} = \sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$$

$$r_p = \frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - i\kappa\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + i\kappa\epsilon_1} = e^{-i\phi_p}, \quad \phi_p = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\,\sin^2\theta_c\,\cos\theta}$$

讨论：

$$r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \frac{k\cos\theta - i\kappa}{k\cos\theta + i\kappa} = e^{-i\phi_s}, \qquad \phi_s = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\cos\theta}, \qquad \frac{\kappa}{k} = \sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$$

$$r_p = \frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - i\kappa\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + i\kappa\epsilon_1} = e^{-i\phi_p}, \quad \phi_p = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\,\sin^2\theta_c\,\cos\theta}$$

讨论：

(1) $|r_s| = |r_p| = 1$，无论 s 波或 p 波，反射波振幅与入射波相同，只是位相不同

反射系数：$R_s = |r_s|^2 = R_p = |r_p|^2 = 1$ (透射系数：$T_p = T_s = 0$)

$$r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \frac{k\cos\theta - i\kappa}{k\cos\theta + i\kappa} = e^{-i\phi_s}, \qquad \phi_s = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\cos\theta}, \qquad \frac{\kappa}{k} = \sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$$

$$r_p = \frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - i\kappa\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + i\kappa\epsilon_1} = e^{-i\phi_p}, \quad \phi_p = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\,\sin^2\theta_c\,\cos\theta}$$

讨论：

(1) $|r_s| = |r_p| = 1$，无论 s 波或 p 波，反射波振幅与入射波相同，只是位相不同

反射系数：$R_s = |r_s|^2 = R_p = |r_p|^2 = 1$ （透射系数：$T_p = T_s = 0$）

平均来说，无电磁能量透入介质 2。

$$r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \frac{k\cos\theta - i\kappa}{k\cos\theta + i\kappa} = e^{-i\phi_s}, \qquad \phi_s = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\cos\theta}, \qquad \frac{\kappa}{k} = \sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$$

$$r_p = \frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - i\kappa\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + i\kappa\epsilon_1} = e^{-i\phi_p}, \quad \phi_p = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\,\sin^2\theta_c\,\cos\theta}$$

讨论：

(1) $|r_s| = |r_p| = 1$，无论 s 波或 p 波，反射波振幅与入射波相同，只是位相不同

反射系数：$R_s = |r_s|^2 = R_p = |r_p|^2 = 1$ (透射系数：$T_p = T_s = 0$)

平均来说，无电磁能量透入介质 2。

(2) 对 s 波与 p 波，反射波相对于入射波的位相不同

若入射波的 s 波与 p 波同相，反射波的 p 波超前 s 波 $\delta = \phi_p - \phi_s$ 满足：

$$r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \frac{k\cos\theta - i\kappa}{k\cos\theta + i\kappa} = e^{-i\phi_s}, \qquad \phi_s = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\cos\theta}, \qquad \frac{\kappa}{k} = \sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$$

$$r_p = \frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - i\kappa\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + i\kappa\epsilon_1} = e^{-i\phi_p}, \quad \phi_p = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\,\sin^2\theta_c\,\cos\theta}$$

讨论：

(1) $|r_s| = |r_p| = 1$，无论 s 波或 p 波，反射波振幅与入射波相同，只是位相不同

反射系数：$R_s = |r_s|^2 = R_p = |r_p|^2 = 1$ (透射系数：$T_p = T_s = 0$)

平均来说，无电磁能量透入介质 2。

(2) 对 s 波与 p 波，反射波相对于入射波的位相不同

若入射波的 s 波与 p 波同相，反射波的 p 波超前 s 波 $\delta = \phi_p - \phi_s$ 满足：

$$\tan\frac{\delta}{2} = \frac{\kappa}{k}\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta}$$

$$r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \frac{k\cos\theta - i\kappa}{k\cos\theta + i\kappa} = e^{-i\phi_s}, \qquad \phi_s = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\cos\theta}, \qquad \frac{\kappa}{k} = \sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$$

$$r_p = \frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - i\kappa\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + i\kappa\epsilon_1} = e^{-i\phi_p}, \quad \phi_p = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\,\sin^2\theta_c\,\cos\theta}$$

讨论：

(1) $|r_s| = |r_p| = 1$，无论 s 波或 p 波，反射波振幅与入射波相同，只是位相不同

反射系数：$R_s = |r_s|^2 = R_p = |r_p|^2 = 1$ (透射系数：$T_p = T_s = 0$)

平均来说，无电磁能量透入介质 2。

(2) 对 s 波与 p 波，反射波相对于入射波的位相不同

若入射波的 s 波与 p 波同相，反射波的 p 波超前 s 波 $\delta = \phi_p - \phi_s$ 满足：

$$\tan\frac{\delta}{2} = \frac{\kappa}{k}\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta} \quad \Longrightarrow \quad \text{当入射角满足 } \sin^2\theta = \frac{2n_{21}^2}{n_{21}^2+1} \text{ 时：} \tan\frac{\delta_{\max}}{2} = \frac{1-n_{21}^2}{2n_{21}}$$

$$r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \frac{k\cos\theta - i\kappa}{k\cos\theta + i\kappa} = e^{-i\phi_s}, \qquad \phi_s = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\cos\theta}, \qquad \frac{\kappa}{k} = \sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$$

$$r_p = \frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - i\kappa\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + i\kappa\epsilon_1} = e^{-i\phi_p}, \quad \phi_p = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\sin^2\theta_c\cos\theta}$$

讨论：

(1) $|r_s| = |r_p| = 1$，无论 s 波或 p 波，反射波振幅与入射波相同，只是位相不同

反射系数：$R_s = |r_s|^2 = R_p = |r_p|^2 = 1$ （透射系数：$T_p = T_s = 0$ ）

平均来说，无电磁能量透入介质 2。

(2) 对 s 波与 p 波，反射波相对于入射波的位相不同

若入射波的 s 波与 p 波同相，反射波的 p 波超前 s 波 $\delta = \phi_p - \phi_s$ 满足：

$$\tan\frac{\delta}{2} = \frac{\kappa}{k}\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta} \quad \Longrightarrow \quad \text{当入射角满足 } \sin^2\theta = \frac{2n_{21}^2}{n_{21}^2+1} \text{ 时：} \tan\frac{\delta_{\text{max}}}{2} = \frac{1-n_{21}^2}{2n_{21}}$$

(3) 若入射波为线偏振且电场矢量与入射面夹角为 ψ，则反射波为

$$E_s = E_0\sin\psi\ \cos(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - \omega t - \phi_s),$$

$$r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \frac{k\cos\theta - i\kappa}{k\cos\theta + i\kappa} = e^{-i\phi_s}, \qquad \phi_s = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\cos\theta}, \qquad \frac{\kappa}{k} = \sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$$

$$r_p = \frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - i\kappa\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + i\kappa\epsilon_1} = e^{-i\phi_p}, \quad \phi_p = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\,\sin^2\theta_c\,\cos\theta}$$

讨论：

(1) $|r_s| = |r_p| = 1$，无论 s 波或 p 波，反射波振幅与入射波相同，只是位相不同

反射系数：$R_s = |r_s|^2 = R_p = |r_p|^2 = 1$ (透射系数：$T_p = T_s = 0$)

平均来说，无电磁能量透入介质 2。

(2) 对 s 波与 p 波，反射波相对于入射波的位相不同

若入射波的 s 波与 p 波同相，反射波的 p 波超前 s 波 $\delta = \phi_p - \phi_s$ 满足：

$$\tan\frac{\delta}{2} = \frac{\kappa}{k}\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta} \quad \Longrightarrow \quad \text{当入射角满足 } \sin^2\theta = \frac{2n_{21}^2}{n_{21}^2+1} \text{ 时：} \tan\frac{\delta_{\mathrm{max}}}{2} = \frac{1-n_{21}^2}{2n_{21}}$$

(3) 若入射波为线偏振且电场矢量与入射面夹角为 ψ，则反射波为

$$E_s = E_0\sin\psi\ \cos(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - \omega t - \phi_s),$$

$$E_p = E_0\cos\psi\ \cos(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - \omega t - \phi_p),$$

$$r_s=\frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}}=\frac{k\cos\theta-i\kappa}{k\cos\theta+i\kappa}=e^{-i\phi_s},\qquad \phi_s=2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\cos\theta},\qquad \frac{\kappa}{k}=\sqrt{\sin^2\theta-\sin^2\theta_c}$$

$$r_p=\frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}}=\frac{k\epsilon_2\cos\theta-i\kappa\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta+i\kappa\epsilon_1}=e^{-i\phi_p},\quad \phi_p=2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\,\sin^2\theta_c\,\cos\theta}$$

讨论：

(1) $|r_s|=|r_p|=1$，无论 s 波或 p 波，反射波振幅与入射波相同，只是位相不同

反射系数：$R_s=|r_s|^2=R_p=|r_p|^2=1$ (透射系数：$T_p=T_s=0$)

平均来说，无电磁能量透入介质 2。

(2) 对 s 波与 p 波，反射波相对于入射波的位相不同

若入射波的 s 波与 p 波同相，反射波的 p 波超前 s 波 $\delta=\phi_p-\phi_s$ 满足：

$$\tan\frac{\delta}{2}=\frac{\kappa}{k}\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta}\quad\Longrightarrow\quad \text{当入射角满足 }\sin^2\theta=\frac{2n_{21}^2}{n_{21}^2+1}\text{ 时：}\ \tan\frac{\delta_{\max}}{2}=\frac{1-n_{21}^2}{2n_{21}}$$

(3) 若入射波为线偏振且电场矢量与入射面夹角为 ψ，则反射波为

$$E_s=E_0\sin\psi\ \cos(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t-\phi_s),$$

$$E_p=E_0\cos\psi\ \cos(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t-\phi_p),$$

若 $\psi=\pi/4$ 且 $\phi_p-\phi_s=\pi/2$，则反射波为圆偏振

$$r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \frac{k\cos\theta - i\kappa}{k\cos\theta + i\kappa} = e^{-i\phi_s}, \qquad \phi_s = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\cos\theta}, \qquad \frac{\kappa}{k} = \sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$$

$$r_p = \frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - i\kappa\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + i\kappa\epsilon_1} = e^{-i\phi_p}, \qquad \phi_p = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\,\sin^2\theta_c\,\cos\theta}$$

讨论：

(1) $|r_s| = |r_p| = 1$，无论 s 波或 p 波，反射波振幅与入射波相同，只是位相不同

反射系数：$R_s = |r_s|^2 = R_p = |r_p|^2 = 1$ (透射系数：$T_p = T_s = 0$)

平均来说，无电磁能量透入介质 2。

(2) 对 s 波与 p 波，反射波相对于入射波的位相不同

若入射波的 s 波与 p 波同相，反射波的 p 波超前 s 波 $\delta = \phi_p - \phi_s$ 满足：

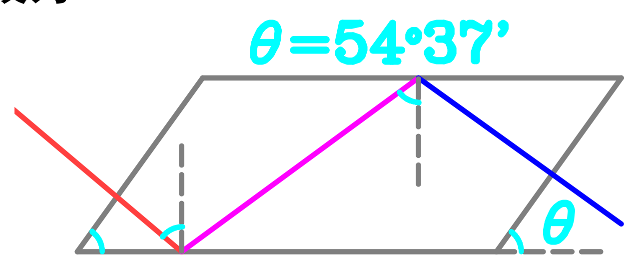
$$\tan\frac{\delta}{2} = \frac{\kappa}{k}\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta} \quad\Longrightarrow\quad \text{当入射角满足 } \sin^2\theta = \frac{2n_{21}^2}{n_{21}^2+1}\text{ 时：}\ \tan\frac{\delta_{\text{max}}}{2} = \frac{1-n_{21}^2}{2n_{21}}$$

(3) 若入射波为线偏振且电场矢量与入射面夹角为 ψ，则反射波为

$$E_s = E_0\sin\psi\,\cos(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - \omega t - \phi_s),$$

$$E_p = E_0\cos\psi\,\cos(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - \omega t - \phi_p),$$

若 $\psi = \pi/4$ 且 $\phi_p - \phi_s = \pi/2$，则反射波为圆偏振



(4) Fresnel rhombus

$$r_s=\frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}}=\frac{k\cos\theta-i\kappa}{k\cos\theta+i\kappa}=e^{-i\phi_s},\qquad \phi_s=2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\cos\theta},\qquad \frac{\kappa}{k}=\sqrt{\sin^2\theta-\sin^2\theta_c}$$

$$r_p=\frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}}=\frac{k\epsilon_2\cos\theta-i\kappa\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta+i\kappa\epsilon_1}=e^{-i\phi_p},\qquad \phi_p=2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\,\sin^2\theta_c\,\cos\theta}$$

讨论：

(1) $|r_s|=|r_p|=1$，无论 s 波或 p 波，反射波振幅与入射波相同，只是位相不同

反射系数：$R_s=|r_s|^2=R_p=|r_p|^2=1$ （透射系数：$T_p=T_s=0$ ）

平均来说，无电磁能量透入介质 2。

(2) 对 s 波与 p 波，反射波相对于入射波的位相不同

若入射波的 s 波与 p 波同相，反射波的 p 波超前 s 波 $\delta=\phi_p-\phi_s$ 满足：

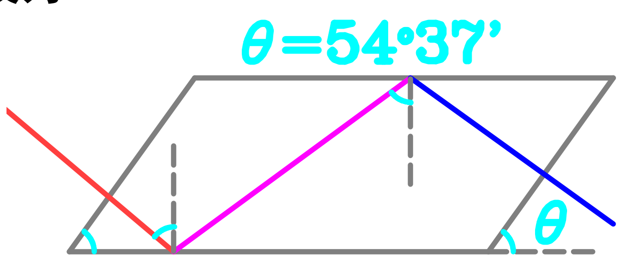
$$\tan\frac{\delta}{2}=\frac{\kappa}{k}\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta}\quad\Longrightarrow\quad \text{当入射角满足 } \sin^2\theta=\frac{2n_{21}^2}{n_{21}^2+1}\text{ 时：}\ \tan\frac{\delta_{\max}}{2}=\frac{1-n_{21}^2}{2n_{21}}$$

(3) 若入射波为线偏振且电场矢量与入射面夹角为 ψ，则反射波为

$$E_s=E_0\sin\psi\ \cos(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega t-\phi_s),$$

$$E_p=E_0\cos\psi\ \cos(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega t-\phi_p),$$

若 $\psi=\pi/4$ 且 $\phi_p-\phi_s=\pi/2$，则反射波为圆偏振



(4) Fresnel rhombus 玻璃折射率 $n=1.51$

$$r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = \frac{k\cos\theta - i\kappa}{k\cos\theta + i\kappa} = e^{-i\phi_s}, \qquad \phi_s = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\cos\theta}, \qquad \frac{\kappa}{k} = \sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}$$

$$r_p = \frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - i\kappa\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + i\kappa\epsilon_1} = e^{-i\phi_p}, \quad \phi_p = 2\tan^{-1}\frac{\kappa}{k\,\sin^2\theta_c\,\cos\theta}$$

讨论：

(1) $|r_s| = |r_p| = 1$，无论 s 波或 p 波，反射波振幅与入射波相同，只是位相不同

反射系数：$R_s = |r_s|^2 = R_p = |r_p|^2 = 1$ （透射系数：$T_p = T_s = 0$）

平均来说，无电磁能量透入介质 2。

(2) 对 s 波与 p 波，反射波相对于入射波的位相不同

若入射波的 s 波与 p 波同相，反射波的 p 波超前 s 波 $\delta = \phi_p - \phi_s$ 满足：

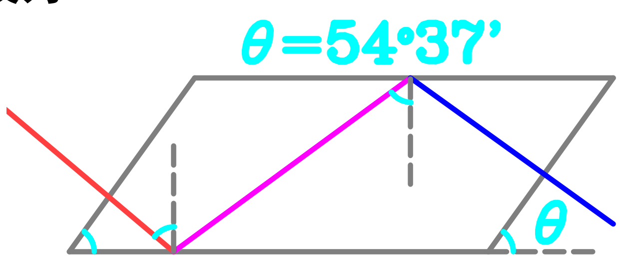
$$\tan\frac{\delta}{2} = \frac{\kappa}{k}\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta} \quad\Longrightarrow\quad \text{当入射角满足 } \sin^2\theta = \frac{2n_{21}^2}{n_{21}^2+1} \text{ 时：} \tan\frac{\delta_{\max}}{2} = \frac{1-n_{21}^2}{2n_{21}}$$

(3) 若入射波为线偏振且电场矢量与入射面夹角为 ψ，则反射波为

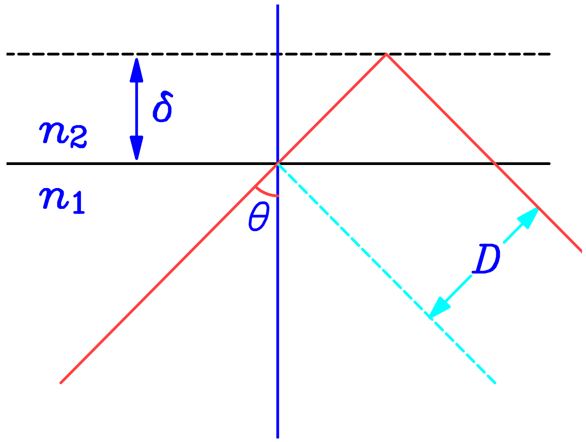
$$E_s = E_0\sin\psi\,\cos(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - \omega t - \phi_s),$$

$$E_p = E_0\cos\psi\,\cos(\vec{\boldsymbol{k}}'\cdot\vec{\boldsymbol{r}} - \omega t - \phi_p),$$

若 $\psi = \pi/4$ 且 $\phi_p - \phi_s = \pi/2$，则反射波为圆偏振

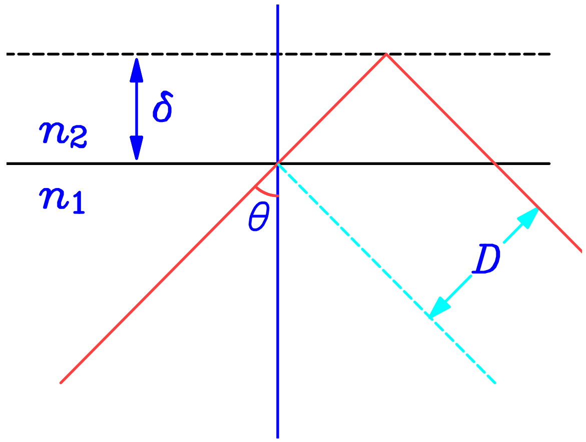


(4) Fresnel rhombus 玻璃折射率 $n = 1.51 \Longrightarrow \theta = 54°37'$ (why?)



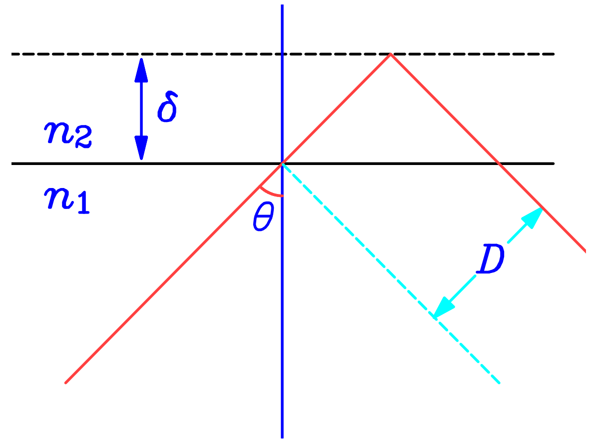
δ
n_2
n_1
θ
D

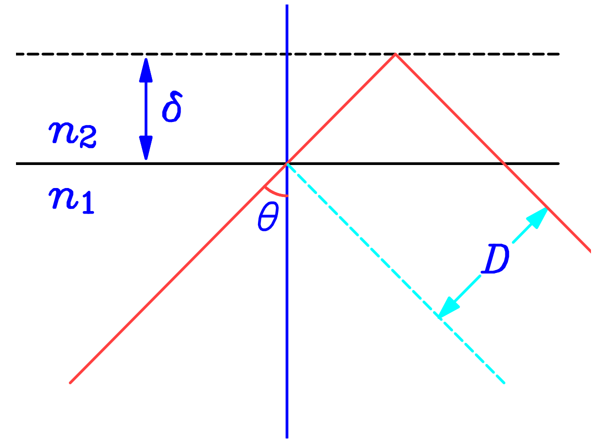
(5) Goos-Hänchen effect



(5) Goos-Hänchen effect

对有限宽度的光束，经全反射后，反射光束在将有一侧移。

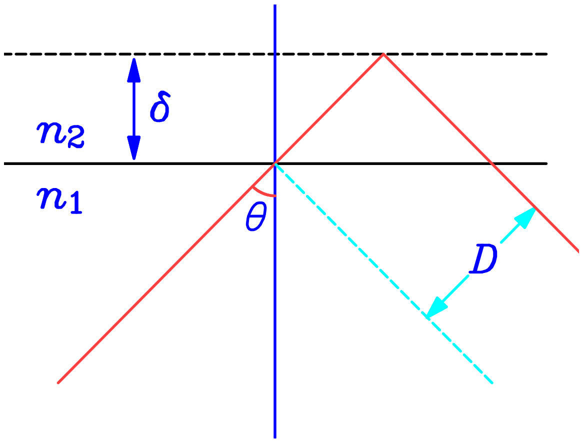




(5) Goos-Hänchen effect

对有限宽度的光束，经全反射后，反射光束在将有一侧移。

如图所示，按几何光学，反射光束将沿图中虚线

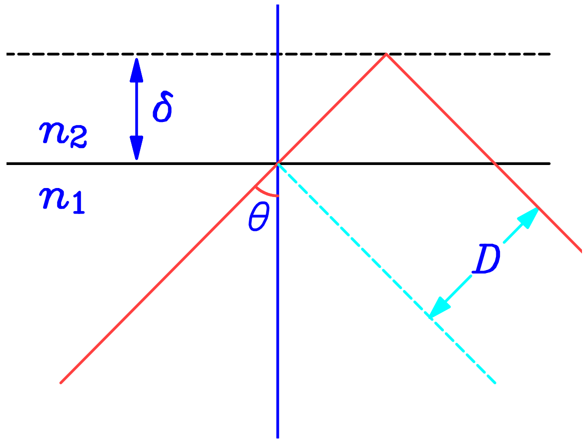


(5) Goos-Hänchen effect

对有限宽度的光束，经全反射后，反射光束在将有一侧移。

如图所示，按几何光学，反射光束将沿图中虚线

而实际却有一侧移，如图实线所示。此即 Goos-Hänchen effect



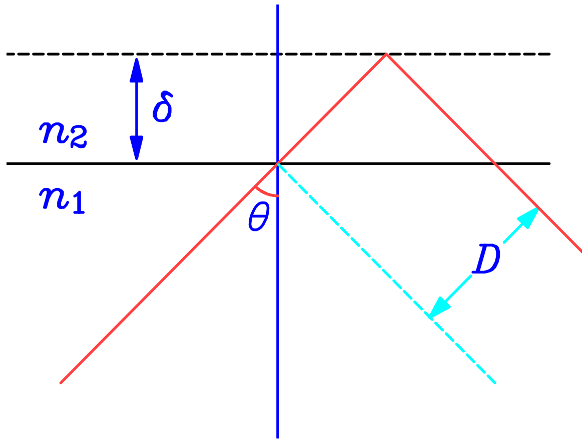
(5) Goos-Hänchen effect

对有限宽度的光束，经全反射后，反射光束在将有一侧移。

如图所示，按几何光学，反射光束将沿图中虚线

而实际却有一侧移，如图实线所示。此即 Goos-Hänchen effect

若近似认为光束进入第二种介质，在如图虚线所示的界面发生反射，则可求出



(5) Goos-Hänchen effect

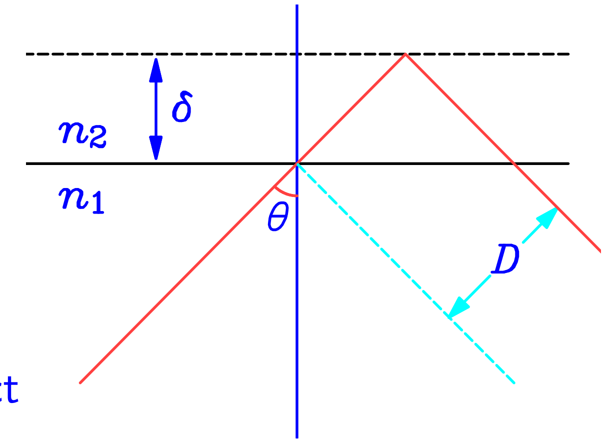
对有限宽度的光束，经全反射后，反射光束在将有一侧移。

如图所示，按几何光学，反射光束将沿图中虚线

而实际却有一侧移，如图实线所示。此即 Goos-Hänchen effect

若近似认为光束进入第二种介质，在如图虚线所示的界面发生反射，则可求出

$$D \approx 2\delta \sin\theta, \qquad \text{透入深度：} \delta = \frac{1}{\kappa} = \frac{1}{k\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}}, \quad \sin\theta_c = n_{21}$$



(5) Goos-Hänchen effect

对有限宽度的光束，经全反射后，反射光束在将有一侧移。

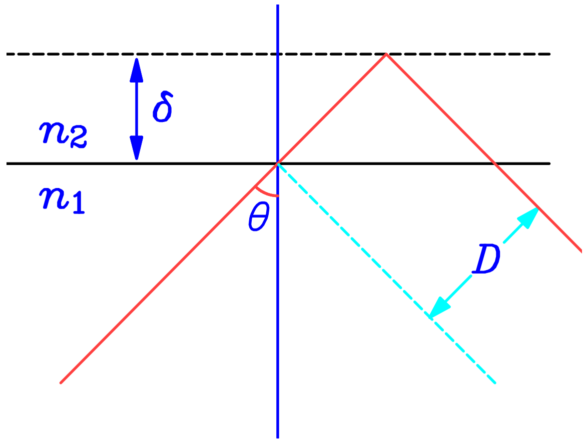
如图所示，按几何光学，反射光束将沿图中虚线

而实际却有一侧移，如图实线所示。此即 Goos-Hänchen effect

若近似认为光束进入第二种介质，在如图虚线所示的界面发生反射，则可求出

$D \approx 2\delta \sin\theta$, 透入深度：$\delta = \dfrac{1}{\kappa} = \dfrac{1}{k\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}}$, $\sin\theta_c = n_{21}$

更严格的理论计算表明：



(5) Goos-Hänchen effect

对有限宽度的光束，经全反射后，反射光束在将有一侧移。

如图所示，按几何光学，反射光束将沿图中虚线

而实际却有一侧移，如图实线所示。此即 Goos-Hänchen effect

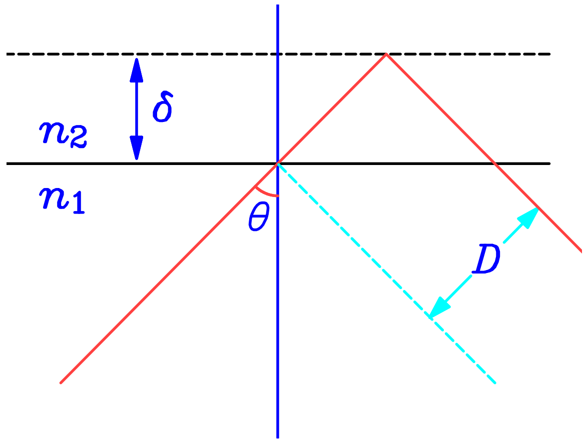
若近似认为光束进入第二种介质，在如图虚线所示的界面发生反射，则可求出

$D \approx 2\delta\sin\theta,$ 透入深度：$\delta = \dfrac{1}{\kappa} = \dfrac{1}{k\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}},$ $\sin\theta_c = n_{21}$

更严格的理论计算表明：

对 s 波：$D_\perp = \dfrac{\lambda}{\pi}\dfrac{\sin\theta}{\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}}$

(5) Goos-Hänchen effect



对有限宽度的光束，经全反射后，反射光束在将有一侧移。

如图所示，按几何光学，反射光束将沿图中虚线

而实际却有一侧移，如图实线所示。此即 Goos-Hänchen effect

若近似认为光束进入第二种介质，在如图虚线所示的界面发生反射，则可求出

$$D \approx 2\delta \sin\theta, \qquad \text{透入深度：} \delta = \frac{1}{\kappa} = \frac{1}{k\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}}, \qquad \sin\theta_c = n_{21}$$

更严格的理论计算表明：

对 s 波：$D_\perp = \dfrac{\lambda}{\pi} \dfrac{\sin\theta}{\sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta_c}}$

对 p 波：$D_{||} = D_\perp \dfrac{\sin^2\theta_c}{\sqrt{\sin^2\theta - \cos^2\theta\ \sin^2\theta_c}}$