§5.4 电磁波在导电介质中的传播

§ 5.4 电磁波在导电介质中的传播

在绝缘介质的无源区，$\vec{\boldsymbol{j}}_f = 0,\ \rho_f = 0$，可考虑 $\rho_f = 0,\ \vec{\boldsymbol{j}}_f = 0$ 情况下电磁波传播

在导电介质（如金属）中，存在自由电子，在电场作用下形成电流：$\vec{\boldsymbol{j}}_f = \sigma_c \vec{\boldsymbol{E}}$

§ 5.4 电磁波在导电介质中的传播

在绝缘介质的无源区，$\vec{\boldsymbol{j}}_f = 0$, $\rho_f = 0$，可考虑 $\rho_f = 0$, $\vec{\boldsymbol{j}}_f = 0$ 情况下电磁波传播

在导电介质（如金属）中，存在自由电子，在电场作用下形成电流：$\vec{\boldsymbol{j}}_f = \sigma_c \vec{\boldsymbol{E}}$

$\vec{\boldsymbol{E}} \neq 0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{\boldsymbol{j}}_f \neq 0$

§ 5.4 电磁波在导电介质中的传播

在绝缘介质的无源区，$\vec{j}_f = 0,\ \rho_f = 0$，可考虑 $\rho_f = 0,\ \vec{j}_f = 0$ 情况下电磁波传播

在导电介质（如金属）中，存在自由电子，在电场作用下形成电流：$\vec{j}_f = \sigma_c \vec{E}$

$\vec{E} \neq 0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{j}_f \neq 0$ 电荷流动是否引起电荷累积：$\rho_f \overset{?}{=} 0$ 　　须重新考虑

§ 5.4 电磁波在导电介质中的传播

在绝缘介质的无源区，$\vec{j}_f = 0,\ \rho_f = 0$，可考虑 $\rho_f = 0,\ \vec{j}_f = 0$ 情况下电磁波传播

在导电介质（如金属）中，存在自由电子，在电场作用下形成电流：$\vec{j}_f = \sigma_c \vec{E}$

$\vec{E} \neq 0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{j}_f \neq 0$ 电荷流动是否引起电荷累积：$\rho_f \overset{?}{=} 0$ 须重新考虑

一、导体内的自由电荷分布

§ 5.4 电磁波在导电介质中的传播

在绝缘介质的无源区，$\vec{j}_f = 0,\ \rho_f = 0$，可考虑 $\rho_f = 0,\ \vec{j}_f = 0$ 情况下电磁波传播

在导电介质（如金属）中，存在自由电子，在电场作用下形成电流：$\vec{j}_f = \sigma_c \vec{E}$

$\vec{E} \neq 0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{j}_f \neq 0$ 电荷流动是否引起电荷累积：$\rho_f \overset{?}{=} 0$ 须重新考虑

一、导体内的自由电荷分布

设某种原因使导体内 $\rho_f \neq 0$，那么导体内必然会有电场 $\vec{E}$ 满足：$\nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\rho_f}{\epsilon}$

§ 5.4 电磁波在导电介质中的传播

在绝缘介质的无源区，$\vec{j}_f = 0$, $\rho_f = 0$，可考虑 $\rho_f = 0$, $\vec{j}_f = 0$ 情况下电磁波传播

在导电介质（如金属）中，存在自由电子，在电场作用下形成电流：$\vec{j}_f = \sigma_c \vec{E}$

$\vec{E} \neq 0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{j}_f \neq 0$ 电荷流动是否引起电荷累积：$\rho_f \overset{?}{=} 0$　　须重新考虑

一、导体内的自由电荷分布

设某种原因使导体内 $\rho_f \neq 0$，那么导体内必然会有电场 $\vec{E}$ 满足：$\nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\rho_f}{\epsilon}$

利用欧姆定律：$\vec{j}_f = \sigma_c \vec{E} \quad \Longrightarrow \quad \nabla \cdot \vec{j}_f = \sigma_c \nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\sigma_c}{\epsilon} \rho_f$

§ 5.4 电磁波在导电介质中的传播

在绝缘介质的无源区，$\vec{j}_f=0,\ \rho_f=0$，可考虑 $\rho_f=0,\ \vec{j}_f=0$ 情况下电磁波传播

在导电介质（如金属）中，存在自由电子，在电场作用下形成电流：$\vec{j}_f=\sigma_c\vec{E}$

$\vec{E}\neq 0 \quad\Longrightarrow\quad \vec{j}_f\neq 0$ 电荷流动是否引起电荷累积：$\rho_f \overset{?}{=} 0$ 须重新考虑

一、导体内的自由电荷分布

设某种原因使导体内 $\rho_f\neq 0$，那么导体内必然会有电场 $\vec{E}$ 满足：$\nabla\cdot\vec{E}=\dfrac{\rho_f}{\epsilon}$

利用欧姆定律：$\vec{j}_f=\sigma_c\vec{E} \quad\Longrightarrow\quad \nabla\cdot\vec{j}_f=\sigma_c\nabla\cdot\vec{E}=\dfrac{\sigma_c}{\epsilon}\rho_f$

上式表明如果导体某点有电荷堆积，则该点会有电流流出（以减小电荷堆积）。

§ 5.4 电磁波在导电介质中的传播

在绝缘介质的无源区，$\vec{j}_f = 0,\ \rho_f = 0$，可考虑 $\rho_f = 0,\ \vec{j}_f = 0$ 情况下电磁波传播

在导电介质（如金属）中，存在自由电子，在电场作用下形成电流：$\vec{j}_f = \sigma_c \vec{E}$

$\vec{E} \neq 0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{j}_f \neq 0$ 电荷流动是否引起电荷累积：$\rho_f \overset{?}{=} 0$ 　　须重新考虑

一、导体内的自由电荷分布

设某种原因使导体内 $\rho_f \neq 0$，那么导体内必然会有电场 $\vec{E}$ 满足：$\nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\rho_f}{\epsilon}$

利用欧姆定律：$\vec{j}_f = \sigma_c \vec{E} \quad \Longrightarrow \quad \nabla \cdot \vec{j}_f = \sigma_c \nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\sigma_c}{\epsilon} \rho_f$

上式表明如果导体某点有电荷堆积，则该点会有电流流出（以减小电荷堆积）。

由电荷守恒：$\nabla \cdot \vec{j}_f + \dfrac{\partial \rho_f}{\partial t} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \dfrac{\partial \rho_f}{\partial t} = -\dfrac{\sigma_c}{\epsilon} \rho_f \quad \Longrightarrow \quad \rho_f = \rho_0 e^{-(\sigma_c/\epsilon)\, t}$

§ 5.4 电磁波在导电介质中的传播

在绝缘介质的无源区，$\vec{j}_f = 0$, $\rho_f = 0$，可考虑 $\rho_f = 0$, $\vec{j}_f = 0$ 情况下电磁波传播

在导电介质（如金属）中，存在自由电子，在电场作用下形成电流：$\vec{j}_f = \sigma_c \vec{E}$

$\vec{E} \neq 0 \implies \vec{j}_f \neq 0$ 电荷流动是否引起电荷累积：$\rho_f \overset{?}{=} 0$ 须重新考虑

一、导体内的自由电荷分布

设某种原因使导体内 $\rho_f \neq 0$，那么导体内必然会有电场 $\vec{E}$ 满足：$\nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\rho_f}{\epsilon}$

利用欧姆定律：$\vec{j}_f = \sigma_c \vec{E} \implies \nabla \cdot \vec{j}_f = \sigma_c \nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\sigma_c}{\epsilon} \rho_f$

上式表明如果导体某点有电荷堆积，则该点会有电流流出（以减小电荷堆积）。

由电荷守恒：$\nabla \cdot \vec{j}_f + \dfrac{\partial \rho_f}{\partial t} = 0 \implies \dfrac{\partial \rho_f}{\partial t} = -\dfrac{\sigma_c}{\epsilon} \rho_f \implies \rho_f = \rho_0 e^{-(\sigma_c/\epsilon)\, t}$

ρ_0 为 $t = 0$ 时刻的电荷分布。

§ 5.4 电磁波在导电介质中的传播

在绝缘介质的无源区，$\vec{j}_f = 0$, $\rho_f = 0$，可考虑 $\rho_f = 0$, $\vec{j}_f = 0$ 情况下电磁波传播

在导电介质（如金属）中，存在自由电子，在电场作用下形成电流：$\vec{j}_f = \sigma_c \vec{E}$

$\vec{E} \neq 0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{j}_f \neq 0$ 电荷流动是否引起电荷累积：$\rho_f \overset{?}{=} 0$　　须重新考虑

一、导体内的自由电荷分布

设某种原因使导体内 $\rho_f \neq 0$，那么导体内必然会有电场 $\vec{E}$ 满足：$\nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\rho_f}{\epsilon}$

利用欧姆定律：$\vec{j}_f = \sigma_c \vec{E} \quad \Longrightarrow \quad \nabla \cdot \vec{j}_f = \sigma_c \nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\sigma_c}{\epsilon} \rho_f$

上式表明如果导体某点有电荷堆积，则该点会有电流流出（以减小电荷堆积）。

由电荷守恒：$\nabla \cdot \vec{j}_f + \dfrac{\partial \rho_f}{\partial t} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \dfrac{\partial \rho_f}{\partial t} = -\dfrac{\sigma_c}{\epsilon} \rho_f \quad \Longrightarrow \quad \rho_f = \rho_0 e^{-(\sigma_c/\epsilon)\, t}$

ρ_0 为 $t = 0$ 时刻的电荷分布。

故：导体内任何电荷分布都将以特征时间 $\tau = \epsilon/\sigma_c$ 趋于 0。

如果有电荷，这些电荷将流到导体表面。

$$\rho_f = \rho_0 e^{-t/\tau} \qquad \tau = \epsilon/\sigma_c$$ 弛豫时间

$$\rho_f = \rho_0 e^{-t/\tau} \qquad \tau = \epsilon/\sigma_c$$ 弛豫时间

τ：描述导体内电荷趋于 0 的特征时间，可作为导体“好坏”的一个测度。

$$\rho_f = \rho_0 e^{-t/\tau} \qquad \tau = \epsilon/\sigma_c$$ 弛豫时间

τ：描述导体内电荷趋于 0 的特征时间，可作为导体“好坏”的一个测度。

对理想导体，$\sigma_c \to \infty$，$\tau = 0$；对金属如铜，$\tau \sim 10^{-19}$ s

$$\rho_f = \rho_0 e^{-t/\tau} \qquad \tau = \epsilon/\sigma_c$$ 弛豫时间

τ：描述导体内电荷趋于 0 的特征时间，可作为导体“好坏”的一个测度。

对理想导体，$\sigma_c \to \infty$，　$\tau = 0$；对金属如铜，$\tau \sim 10^{-19}$ s

实际上电子在导体内两次碰撞的时间间隔 $\tau_c \sim 10^{-14}$ s，

$\rho_f \to 0$ 的特征时间 $\tau_0 > \tau_c > \tau$，但无论如何

导体内的 ρ_f 很快消失 $\Longrightarrow$ 处理导体内的电磁波，可认为导体内 $\rho_f = 0$

$$\rho_f = \rho_0 e^{-t/\tau} \qquad \tau = \epsilon/\sigma_c \quad \text{弛豫时间}$$

τ：描述导体内电荷趋于 0 的特征时间，可作为导体“好坏”的一个测度。

对理想导体，$\sigma_c \to \infty$，$\tau = 0$；对金属如铜，$\tau \sim 10^{-19}$ s

实际上电子在导体内两次碰撞的时间间隔 $\tau_c \sim 10^{-14}$ s，

$\rho_f \to 0$ 的特征时间$\tau_0 > \tau_c > \tau$，但无论如何

导体内的 ρ_f 很快消失 $\Longrightarrow$ 处理导体内的电磁波，可认为导体内 $\rho_f = 0$

讨论：

$$\rho_f = \rho_0 e^{-t/\tau} \qquad \tau = \epsilon/\sigma_c$$ 弛豫时间

τ：描述导体内电荷趋于 0 的特征时间，可作为导体“好坏”的一个测度。

对理想导体，$\sigma_c \to \infty$， $\tau = 0$；对金属如铜，$\tau \sim 10^{-19}$ s

实际上电子在导体内两次碰撞的时间间隔 $\tau_c \sim 10^{-14}$ s，

$\rho_f \to 0$ 的特征时间$\tau_0 > \tau_c > \tau$，但无论如何

导体内的 ρ_f 很快消失 $\Longrightarrow$ 处理导体内的电磁波，可认为导体内 $\rho_f = 0$

讨论：

(1) 上述推导常见于各类教材，如：Sommerfeld、Stratton、Griffiths、郭硕鸿、吴寿锽、刘觉平

实际上，电导率概念适用于随时间缓变的低频情况。故上述推导仅用于图象上的理解。

结论是正确的：若电磁波频率不是很高，可认为到导体内 $\rho_f = 0$

$$\rho_f = \rho_0 e^{-t/\tau} \qquad \tau = \epsilon/\sigma_c \quad \text{弛豫时间}$$

τ：描述导体内电荷趋于 0 的特征时间，可作为导体“好坏”的一个测度。

对理想导体，$\sigma_c \to \infty$， $\tau = 0$；对金属如铜，$\tau \sim 10^{-19}$ s

实际上电子在导体内两次碰撞的时间间隔 $\tau_c \sim 10^{-14}$ s，

$\rho_f \to 0$ 的特征时间$\tau_0 > \tau_c > \tau$，但无论如何

导体内的 ρ_f 很快消失 $\Longrightarrow$ 处理导体内的电磁波，可认为导体内 $\rho_f = 0$

讨论：

(1) 上述推导常见于各类教材，如：Sommerfeld、Stratton、Griffiths、郭硕鸿、吴寿锽、刘觉平

实际上，电导率概念适用于随时间缓变的低频情况。故上述推导仅用于图象上的理解。

结论是正确的：若电磁波频率不是很高，可认为到导体内 $\rho_f = 0$

更严谨的模型推导 —— Am. J. Phys. **58**, 131

$$\rho_f = \rho_0 e^{-t/\tau} \qquad \tau = \epsilon/\sigma_c$$ 弛豫时间

τ：描述导体内电荷趋于 0 的特征时间，可作为导体“好坏”的一个测度。

对理想导体，$\sigma_c \to \infty$，$\tau = 0$；对金属如铜，$\tau \sim 10^{-19}$ s

实际上电子在导体内两次碰撞的时间间隔 $\tau_c \sim 10^{-14}$ s，

$\rho_f \to 0$ 的特征时间$\tau_0 > \tau_c > \tau$，但无论如何

导体内的 ρ_f 很快消失 $\Longrightarrow$ 处理导体内的电磁波，可认为导体内 $\rho_f = 0$

讨论：

(1) 上述推导常见于各类教材，如：Sommerfeld、Stratton、Griffiths、郭硕鸿、吴寿锽、刘觉平

实际上，电导率概念适用于随时间缓变的低频情况。故上述推导仅用于图象上的理解。

结论是正确的：若电磁波频率不是很高，可认为到导体内 $\rho_f = 0$

更严谨的模型推导 —— Am. J. Phys. **58**, 131

(2) 对一般电磁波，人们往往不再使用电导率，而是用一个依赖于频率 ω 的复介电常数描述。

$$\rho_f = \rho_0 e^{-t/\tau} \qquad \tau = \epsilon/\sigma_c$$ 弛豫时间

τ：描述导体内电荷趋于 0 的特征时间，可作为导体“好坏”的一个测度。

对理想导体，$\sigma_c \to \infty$，　$\tau = 0$；对金属如铜，$\tau \sim 10^{-19}$ s

实际上电子在导体内两次碰撞的时间间隔 $\tau_c \sim 10^{-14}$ s，

$\rho_f \to 0$ 的特征时间$\tau_0 > \tau_c > \tau$，但无论如何

导体内的 ρ_f 很快消失 $\Longrightarrow$ 处理导体内的电磁波，可认为导体内 $\rho_f = 0$

讨论：

(1) 上述推导常见于各类教材，如：Sommerfeld、Stratton、Griffiths、郭硕鸿、吴寿锽、刘觉平

实际上，电导率概念适用于随时间缓变的低频情况。故上述推导仅用于图象上的理解。

结论是正确的：若电磁波频率不是很高，可认为到导体内 $\rho_f = 0$

更严谨的模型推导 —— Am. J. Phys. **58**, 131

(2) 对一般电磁波，人们往往不再使用电导率，而是用一个依赖于频率 ω 的复介电常数描述。

但在图像上，仍然可借助于电导率来理解复介电常数，只不过这时的电导率是一个

依赖于频率 ω 的复数量。

二、导体内的单色电磁波，复介电常数，复波矢

二、导体内的单色电磁波，复介电常数，复波矢

Maxwell 方程：

二、导体内的单色电磁波，复介电常数，复波矢

Maxwell 方程：

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{D}}=\rho_f=0,\quad \nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}=0,\qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}=\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}+\vec{\boldsymbol{j}}_f=\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}+\sigma_c\vec{\boldsymbol{E}}$$

二、导体内的单色电磁波，复介电常数，复波矢

Maxwell 方程：

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{D}}=\rho_f=0,\quad \nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}=0,\quad \nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}=\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}+\vec{\boldsymbol{j}}_f=\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}+\sigma_c\vec{\boldsymbol{E}}$$

若 ϵ，μ，σ 为常数：

二、导体内的单色电磁波，复介电常数，复波矢

Maxwell 方程：

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{D}}=\rho_f=0,\quad \nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}=0,\qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}=\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}+\vec{\boldsymbol{j}}_f=\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}+\sigma_c\vec{\boldsymbol{E}}$$

若 ϵ，μ，σ 为常数：
$$\nabla\times(\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}})=-\mu\frac{\partial}{\partial t}\nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}=-\mu\epsilon\frac{\partial^2\vec{\boldsymbol{E}}}{\partial t^2}-\mu\sigma_c\frac{\partial\vec{\boldsymbol{E}}}{\partial t}$$

二、导体内的单色电磁波，复介电常数，复波矢

Maxwell 方程：

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho_f=0,\quad \nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{B}=0,\quad \nabla\times\vec{H}=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}+\vec{j}_f=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}+\sigma_c\vec{E}$$

若 ϵ，μ，σ 为常数：

$$\nabla\times(\nabla\times\vec{E})=-\mu\frac{\partial}{\partial t}\nabla\times\vec{H}=-\mu\epsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}-\mu\sigma_c\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$\Longrightarrow\quad\left(\nabla^2-\mu\epsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\vec{E}(\vec{r},t)=\mu\sigma_c\frac{\partial\vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t}$$

二、导体内的单色电磁波，复介电常数，复波矢

Maxwell 方程：

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho_f=0,\quad \nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{B}=0,\qquad \nabla\times\vec{H}=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}+\vec{j}_f=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}+\sigma_c\vec{E}$$

若 ϵ，μ，σ 为常数：

$$\nabla\times(\nabla\times\vec{E})=-\mu\frac{\partial}{\partial t}\nabla\times\vec{H}=-\mu\epsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}-\mu\sigma_c\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$\Longrightarrow\quad\left(\nabla^2-\mu\epsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\vec{E}(\vec{r},t)=\mu\sigma_c\frac{\partial\vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t}$$

$$\left(\nabla^2-\mu\epsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left\{\begin{array}{c}\vec{E}(\vec{r},t)\\ \vec{B}(\vec{r},t)\end{array}\right\}=\mu\sigma_c\frac{\partial}{\partial t}\left\{\begin{array}{c}\vec{E}(\vec{r},t)\\ \vec{B}(\vec{r},t)\end{array}\right\}$$

二、导体内的单色电磁波，复介电常数，复波矢

Maxwell 方程：

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{D}}=\rho_f=0,\quad \nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}=0,\qquad \nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}=\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}+\vec{\boldsymbol{j}}_f=\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}+\sigma_c\vec{\boldsymbol{E}}$$

若 ϵ，μ，σ 为常数：

$$\nabla\times(\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}})=-\mu\frac{\partial}{\partial t}\nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}=-\mu\epsilon\frac{\partial^2\vec{\boldsymbol{E}}}{\partial t^2}-\mu\sigma_c\frac{\partial\vec{\boldsymbol{E}}}{\partial t}$$

$$\Longrightarrow\quad\left(\nabla^2-\mu\epsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\vec{\boldsymbol{E}}(\vec{\boldsymbol{r}},t)=\mu\sigma_c\frac{\partial\vec{\boldsymbol{E}}(\vec{\boldsymbol{r}},t)}{\partial t}$$

$$\left(\nabla^2-\mu\epsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left\{\begin{array}{c}\vec{\boldsymbol{E}}(\vec{\boldsymbol{r}},t)\\ \vec{\boldsymbol{B}}(\vec{\boldsymbol{r}},t)\end{array}\right\}=\mu\sigma_c\frac{\partial}{\partial t}\left\{\begin{array}{c}\vec{\boldsymbol{E}}(\vec{\boldsymbol{r}},t)\\ \vec{\boldsymbol{B}}(\vec{\boldsymbol{r}},t)\end{array}\right\}$$

与原波动方程相比，多了对 t 的一阶导数项。

二、导体内的单色电磁波，复介电常数，复波矢

Maxwell 方程：
$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho_f=0,\quad \nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$
$$\nabla\cdot\vec{B}=0,\quad \nabla\times\vec{H}=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}+\vec{j}_f=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}+\sigma_c\vec{E}$$

若 ϵ，μ，σ 为常数：
$$\nabla\times(\nabla\times\vec{E})=-\mu\frac{\partial}{\partial t}\nabla\times\vec{H}=-\mu\epsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}-\mu\sigma_c\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$
$$\Longrightarrow\quad\left(\nabla^2-\mu\epsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\vec{E}(\vec{r},t)=\mu\sigma_c\frac{\partial\vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t}$$

$$\left(\nabla^2-\mu\epsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left\{\begin{array}{c}\vec{E}(\vec{r},t)\\ \vec{B}(\vec{r},t)\end{array}\right\}=\mu\sigma_c\frac{\partial}{\partial t}\left\{\begin{array}{c}\vec{E}(\vec{r},t)\\ \vec{B}(\vec{r},t)\end{array}\right\}$$

与原波动方程相比，多了对 t 的一阶导数项。

方程不再是时间反演不变，

二、导体内的单色电磁波，复介电常数，复波矢

Maxwell 方程：

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho_f=0,\quad \nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{B}=0,\quad \nabla\times\vec{H}=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}+\vec{j}_f=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}+\sigma_c\vec{E}$$

若 ϵ，μ，σ 为常数：

$$\nabla\times(\nabla\times\vec{E})=-\mu\frac{\partial}{\partial t}\nabla\times\vec{H}=-\mu\epsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}-\mu\sigma_c\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$\Longrightarrow\quad\left(\nabla^2-\mu\epsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\vec{E}(\vec{r},t)=\mu\sigma_c\frac{\partial\vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t}$$

$$\left(\nabla^2-\mu\epsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left\{\begin{array}{c}\vec{E}(\vec{r},t)\\ \vec{B}(\vec{r},t)\end{array}\right\}=\mu\sigma_c\frac{\partial}{\partial t}\left\{\begin{array}{c}\vec{E}(\vec{r},t)\\ \vec{B}(\vec{r},t)\end{array}\right\}$$

与原波动方程相比，多了对 t 的一阶导数项。

方程不再是时间反演不变， $\Longrightarrow$ 物理过程不可逆

二、导体内的单色电磁波，复介电常数，复波矢

Maxwell 方程：

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{D}}=\rho_f=0,\quad \nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}=-\frac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}=0,\quad \nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}=\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}+\vec{\boldsymbol{j}}_f=\frac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t}+\sigma_c\vec{\boldsymbol{E}}$$

若 ϵ，μ，σ 为常数：

$$\nabla\times(\nabla\times\vec{\boldsymbol{E}})=-\mu\frac{\partial}{\partial t}\nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}=-\mu\epsilon\frac{\partial^2\vec{\boldsymbol{E}}}{\partial t^2}-\mu\sigma_c\frac{\partial\vec{\boldsymbol{E}}}{\partial t}$$

$$\Longrightarrow\quad\left(\nabla^2-\mu\epsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\vec{\boldsymbol{E}}(\vec{\boldsymbol{r}},t)=\mu\sigma_c\frac{\partial\vec{\boldsymbol{E}}(\vec{\boldsymbol{r}},t)}{\partial t}$$

$$\left(\nabla^2-\mu\epsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left\{\begin{array}{c}\vec{\boldsymbol{E}}(\vec{\boldsymbol{r}},t)\\ \vec{\boldsymbol{B}}(\vec{\boldsymbol{r}},t)\end{array}\right\}=\mu\sigma_c\frac{\partial}{\partial t}\left\{\begin{array}{c}\vec{\boldsymbol{E}}(\vec{\boldsymbol{r}},t)\\ \vec{\boldsymbol{B}}(\vec{\boldsymbol{r}},t)\end{array}\right\}$$

与原波动方程相比，多了对 t 的一阶导数项。

方程不再是时间反演不变， $\Longrightarrow$ 物理过程不可逆 $\Longrightarrow$ 有热损耗

二、导体内的单色电磁波，复介电常数，复波矢

Maxwell 方程：

$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol D}=\rho_f=0,\quad \nabla\times\vec{\boldsymbol E}=-\frac{\partial\vec{\boldsymbol B}}{\partial t}$$
$$\nabla\cdot\vec{\boldsymbol B}=0,\quad \nabla\times\vec{\boldsymbol H}=\frac{\partial\vec{\boldsymbol D}}{\partial t}+\vec{\boldsymbol j}_f=\frac{\partial\vec{\boldsymbol D}}{\partial t}+\sigma_c\vec{\boldsymbol E}$$

若 ϵ，μ，σ 为常数：

$$\nabla\times(\nabla\times\vec{\boldsymbol E})=-\mu\frac{\partial}{\partial t}\nabla\times\vec{\boldsymbol H}=-\mu\epsilon\frac{\partial^2\vec{\boldsymbol E}}{\partial t^2}-\mu\sigma_c\frac{\partial\vec{\boldsymbol E}}{\partial t}$$
$$\Longrightarrow\quad\left(\nabla^2-\mu\epsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\vec{\boldsymbol E}(\vec{\boldsymbol r},t)=\mu\sigma_c\frac{\partial\vec{\boldsymbol E}(\vec{\boldsymbol r},t)}{\partial t}$$

$$\left(\nabla^2-\mu\epsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left\{\begin{array}{c}\vec{\boldsymbol E}(\vec{\boldsymbol r},t)\\ \vec{\boldsymbol B}(\vec{\boldsymbol r},t)\end{array}\right\}=\mu\sigma_c\frac{\partial}{\partial t}\left\{\begin{array}{c}\vec{\boldsymbol E}(\vec{\boldsymbol r},t)\\ \vec{\boldsymbol B}(\vec{\boldsymbol r},t)\end{array}\right\}$$

与原波动方程相比，多了对 t 的一阶导数项。

方程不再是时间反演不变， $\Longrightarrow$ 物理过程不可逆 $\Longrightarrow$ 有热损耗

物理图象：导电介质中存在“自由”电子，电磁波在导电介质中传播时，在电磁波电场作用下“自由”电子运动形成传导电流。而“自由”电子在运动过程中与晶格中的正离子碰撞，能量传给做热运动的正离子，电磁能转化成热能，形成热损耗，电磁能减小。

因此，导电介质中传播的电磁波必定是衰减波

如 ϵ, μ, σ 与频率有关，考虑单色波，Maxwell 方程为：

如 ϵ, μ, σ 与频率有关，考虑单色波，Maxwell 方程为：

$$\nabla\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}(\vec{\boldsymbol{r}},\omega)=i\omega\mu(\omega)\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}(\vec{\boldsymbol{r}},\omega),\qquad \nabla\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{D}}}(\vec{\boldsymbol{r}},\omega)=\epsilon(\omega)\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}(\vec{\boldsymbol{r}},\omega)=0$$

$$\nabla\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}(\vec{\boldsymbol{r}},\omega)=-i\omega\epsilon(\omega)\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}(\vec{\boldsymbol{r}},\omega)+\sigma_c(\omega)\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}(\vec{\boldsymbol{r}},\omega),\quad \nabla\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{B}}}(\vec{\boldsymbol{r}},\omega)=\mu(\omega)\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}(\vec{\boldsymbol{r}},\omega)=0$$

如 ϵ, μ, σ 与频率有关，考虑单色波，Maxwell 方程为：

$$\nabla\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}(\vec{\boldsymbol{r}},\omega)=i\omega\mu(\omega)\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}(\vec{\boldsymbol{r}},\omega),\qquad \nabla\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{D}}}(\vec{\boldsymbol{r}},\omega)=\epsilon(\omega)\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}(\vec{\boldsymbol{r}},\omega)=0$$

$$\nabla\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}(\vec{\boldsymbol{r}},\omega)=-i\omega\epsilon(\omega)\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}(\vec{\boldsymbol{r}},\omega)+\sigma_c(\omega)\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}(\vec{\boldsymbol{r}},\omega),\qquad \nabla\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{B}}}(\vec{\boldsymbol{r}},\omega)=\mu(\omega)\nabla\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}(\vec{\boldsymbol{r}},\omega)=0$$

令 $\epsilon'=\epsilon+i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$，麦氏方程化为：

$$\nabla\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}=i\omega\mu\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}},\qquad \nabla\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}=0$$

$$\nabla\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}=-i\omega\epsilon'\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}\qquad \nabla\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}=0$$

形式上与绝缘介质相同

如 ϵ, μ, σ 与频率有关，考虑单色波，Maxwell 方程为：

$$\nabla\times\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega)=i\omega\mu(\omega)\vec{\mathcal{H}}(\vec{r},\omega),\qquad \nabla\cdot\vec{\mathcal{D}}(\vec{r},\omega)=\epsilon(\omega)\nabla\cdot\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega)=0$$

$$\nabla\times\vec{\mathcal{H}}(\vec{r},\omega)=-i\omega\epsilon(\omega)\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega)+\sigma_c(\omega)\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega),\quad \nabla\cdot\vec{\mathcal{B}}(\vec{r},\omega)=\mu(\omega)\nabla\cdot\vec{\mathcal{H}}(\vec{r},\omega)=0$$

令 $\epsilon'=\epsilon+i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$，麦氏方程化为：
$$\begin{aligned}\nabla\times\vec{\mathcal{E}}&=i\omega\mu\vec{\mathcal{H}}, & \nabla\cdot\vec{\mathcal{E}}&=0\\ \nabla\times\vec{\mathcal{H}}&=-i\omega\epsilon'\vec{\mathcal{E}} & \nabla\cdot\vec{\mathcal{H}}&=0\end{aligned}$$
形式上与绝缘介质相同

引进复介电常数：$\epsilon'=\epsilon+i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$，以 ϵ' 替代 ϵ，则导电介质中的 Maxwell 方程与非导电介质的 Maxwell 方程形式上完全相同。因而同理可得导电介质中的 Helmholtz 方程：

如 ϵ, μ, σ 与频率有关，考虑单色波，Maxwell 方程为：

$$\nabla\times\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega)=i\omega\mu(\omega)\vec{\mathcal{H}}(\vec{r},\omega),\qquad \nabla\cdot\vec{\mathcal{D}}(\vec{r},\omega)=\epsilon(\omega)\nabla\cdot\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega)=0$$

$$\nabla\times\vec{\mathcal{H}}(\vec{r},\omega)=-i\omega\epsilon(\omega)\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega)+\sigma_c(\omega)\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega),\quad \nabla\cdot\vec{\mathcal{B}}(\vec{r},\omega)=\mu(\omega)\nabla\cdot\vec{\mathcal{H}}(\vec{r},\omega)=0$$

令 $\epsilon'=\epsilon+i\dfrac{\sigma_c}{\omega}$，麦氏方程化为：
$$\begin{aligned}\nabla\times\vec{\mathcal{E}}&=i\omega\mu\vec{\mathcal{H}}, &\nabla\cdot\vec{\mathcal{E}}&=0\\ \nabla\times\vec{\mathcal{H}}&=-i\omega\epsilon'\vec{\mathcal{E}} &\nabla\cdot\vec{\mathcal{H}}&=0\end{aligned}$$
形式上与绝缘介质相同

引进复介电常数：$\epsilon'=\epsilon+i\dfrac{\sigma_c}{\omega}$，以 ϵ' 替代 ϵ，则导电介质中的 Maxwell 方程与非导电介质的 Maxwell 方程形式上完全相同。因而同理可得导电介质中的 Helmholtz 方程：

$$(\nabla^2+k^2)\vec{\mathcal{E}}(\vec{r})=0,\qquad k^2=\omega^2\epsilon'\mu,\quad \epsilon'=\epsilon+i\frac{\sigma_c}{\omega},\qquad k^2\ \text{为复数}$$

如 ϵ, μ, σ 与频率有关，考虑单色波，Maxwell 方程为：

$$\nabla\times\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega)=i\omega\mu(\omega)\vec{\mathcal{H}}(\vec{r},\omega),\qquad \nabla\cdot\vec{\mathcal{D}}(\vec{r},\omega)=\epsilon(\omega)\nabla\cdot\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega)=0$$

$$\nabla\times\vec{\mathcal{H}}(\vec{r},\omega)=-i\omega\epsilon(\omega)\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega)+\sigma_c(\omega)\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega),\quad \nabla\cdot\vec{\mathcal{B}}(\vec{r},\omega)=\mu(\omega)\nabla\cdot\vec{\mathcal{H}}(\vec{r},\omega)=0$$

令 $\epsilon'=\epsilon+i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$，麦氏方程化为： $\begin{array}{ll}\nabla\times\vec{\mathcal{E}}=i\omega\mu\vec{\mathcal{H}}, & \nabla\cdot\vec{\mathcal{E}}=0\\ \nabla\times\vec{\mathcal{H}}=-i\omega\epsilon'\vec{\mathcal{E}} & \nabla\cdot\vec{\mathcal{H}}=0\end{array}$ 形式上与绝缘介质相同

引进复介电常数：$\epsilon'=\epsilon+i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$，以 ϵ' 替代 ϵ，则导电介质中的 Maxwell 方程与非导电介质的 Maxwell 方程形式上完全相同。因而同理可得导电介质中的 Helmholtz 方程：

$$(\nabla^2+k^2)\vec{\mathcal{E}}(\vec{r})=0,\qquad k^2=\omega^2\epsilon'\mu,\quad \epsilon'=\epsilon+i\,\frac{\sigma_c}{\omega},\qquad k^2\ \text{为复数}$$

类似于非导电介质，此 Helmholtz 方程有平面波解： $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r})=\vec{\mathcal{E}}_0e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$

如 ϵ, μ, σ 与频率有关，考虑单色波，Maxwell 方程为：

$$\nabla\times\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega)=i\omega\mu(\omega)\vec{\mathcal{H}}(\vec{r},\omega),\qquad \nabla\cdot\vec{\mathcal{D}}(\vec{r},\omega)=\epsilon(\omega)\nabla\cdot\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega)=0$$

$$\nabla\times\vec{\mathcal{H}}(\vec{r},\omega)=-i\omega\epsilon(\omega)\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega)+\sigma_c(\omega)\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega),\quad \nabla\cdot\vec{\mathcal{B}}(\vec{r},\omega)=\mu(\omega)\nabla\cdot\vec{\mathcal{H}}(\vec{r},\omega)=0$$

令 $\epsilon'=\epsilon+i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$，麦氏方程化为：
$$\begin{aligned}\nabla\times\vec{\mathcal{E}}&=i\omega\mu\vec{\mathcal{H}}, &\quad \nabla\cdot\vec{\mathcal{E}}&=0\\ \nabla\times\vec{\mathcal{H}}&=-i\omega\epsilon'\vec{\mathcal{E}} &\quad \nabla\cdot\vec{\mathcal{H}}&=0\end{aligned}$$
形式上与绝缘介质相同

引进**复介电常数**：$\epsilon'=\epsilon+i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$，以 ϵ' 替代 ϵ，则导电介质中的 Maxwell 方程与非导电介质的 Maxwell 方程形式上完全相同。因而同理可得导电介质中的 Helmholtz 方程：

$$(\nabla^2+k^2)\vec{\mathcal{E}}(\vec{r})=0,\qquad k^2=\omega^2\epsilon'\mu,\quad \epsilon'=\epsilon+i\,\frac{\sigma_c}{\omega},\qquad k^2\ \text{为复数}$$

类似于非导电介质，此 Helmholtz 方程有平面波解： $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r})=\vec{\mathcal{E}}_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$

其中波矢 $\vec{k}$ 应满足： $\vec{k}\cdot\vec{k}=\omega^2\epsilon'\mu$ (复数) $\Longrightarrow$ 波矢 $\vec{k}$ 是复矢量。

如 ϵ, μ, σ 与频率有关，考虑单色波，Maxwell 方程为：

$$\nabla\times\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega)=i\omega\mu(\omega)\vec{\mathcal{H}}(\vec{r},\omega),\qquad \nabla\cdot\vec{\mathcal{D}}(\vec{r},\omega)=\epsilon(\omega)\nabla\cdot\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega)=0$$

$$\nabla\times\vec{\mathcal{H}}(\vec{r},\omega)=-i\omega\epsilon(\omega)\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega)+\sigma_c(\omega)\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega),\quad \nabla\cdot\vec{\mathcal{B}}(\vec{r},\omega)=\mu(\omega)\nabla\cdot\vec{\mathcal{H}}(\vec{r},\omega)=0$$

令 $\epsilon'=\epsilon+i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$，麦氏方程化为：
$$\begin{array}{ll}\nabla\times\vec{\mathcal{E}}=i\omega\mu\vec{\mathcal{H}}, & \nabla\cdot\vec{\mathcal{E}}=0\\ \nabla\times\vec{\mathcal{H}}=-i\omega\epsilon'\vec{\mathcal{E}} & \nabla\cdot\vec{\mathcal{H}}=0\end{array}$$
形式上与绝缘介质相同

引进**复介电常数**：$\epsilon'=\epsilon+i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$，以 ϵ' 替代 ϵ，则导电介质中的 Maxwell 方程与非导电介质的 Maxwell 方程形式上完全相同。因而同理可得导电介质中的 Helmholtz 方程：

$$(\nabla^2+k^2)\vec{\mathcal{E}}(\vec{r})=0,\qquad k^2=\omega^2\epsilon'\mu,\quad \epsilon'=\epsilon+i\,\frac{\sigma_c}{\omega},\qquad k^2\ \text{为复数}$$

类似于非导电介质，此 Helmholtz 方程有平面波解： $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r})=\vec{\mathcal{E}}_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$

其中波矢 $\vec{k}$ 应满足： $\vec{k}\cdot\vec{k}=\omega^2\epsilon'\mu$ (复数) $\Longrightarrow$ 波矢 $\vec{k}$ 是复矢量。

复波矢：$\vec{k}=\vec{\beta}+i\vec{\alpha}$，$\vec{\alpha}$ 和 $\vec{\beta}$ 为实矢量。$\Longrightarrow$ $\vec{E}(\vec{r},t)=\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}_0 e^{-\vec{\alpha}\cdot\vec{r}}\,e^{i\vec{\beta}\cdot\vec{r}-i\omega t}\right]$

讨论：

讨论：

(1) 复介电常数$\epsilon' = \epsilon + i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$

讨论：

(1) 复介电常数$\epsilon' = \epsilon + i\dfrac{\sigma_c}{\omega}$

通过电导率概念，对导电介质引进复介电常数。实际上，多数介质的 ϵ 都有虚部。

讨论：

(1) 复介电常数$\epsilon' = \epsilon + i\dfrac{\sigma_c}{\omega}$

通过电导率概念，对导电介质引进复介电常数。实际上，多数介质的 ϵ 都有虚部。

对各向同性介质，由复 Poynting 矢量证明了，介电常数的虚部对应于介质损耗 (§5.1 p18)

在此我们看到损耗的物理根源：介电常数的虚部对应于电导率，物理上对应电流的焦耳热。

讨论：

(1) 复介电常数$\epsilon' = \epsilon + i\dfrac{\sigma_c}{\omega}$

通过电导率概念，对导电介质引进复介电常数。实际上，多数介质的 ϵ 都有虚部。

对各向同性介质，由复 Poynting 矢量证明了，介电常数的虚部对应于介质损耗 (§5.1 p18)

在此我们看到损耗的物理根源：介电常数的虚部对应于电导率，物理上对应电流的焦耳热。

对一般的电磁波，人们往往直接用复介电常数描述：$\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i$，不再用电导率的概念。

讨论：

(1) 复介电常数$\epsilon' = \epsilon + i\dfrac{\sigma_c}{\omega}$

通过电导率概念，对导电介质引进复介电常数。实际上，多数介质的 ϵ 都有虚部。

对各向同性介质，由复 Poynting 矢量证明了，介电常数的虚部对应于介质损耗 (§5.1 p18)

在此我们看到损耗的物理根源：介电常数的虚部对应于电导率，物理上对应电流的焦耳热。

对一般的电磁波，人们往往直接用复介电常数描述：$\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i$，不再用电导率的概念。

对单色波，若取时间部分为 $e^{-i\omega t}$

对无源 (passive) 介质，ϵ_i 大于、等于 0 分别对应于有损耗和无损耗介质

讨论：

(1) 复介电常数$\epsilon' = \epsilon + i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$

通过电导率概念，对导电介质引进复介电常数。实际上，多数介质的 ϵ 都有虚部。

对各向同性介质，由复 Poynting 矢量证明了，介电常数的虚部对应于介质损耗 (§5.1 p18)

在此我们看到损耗的物理根源：介电常数的虚部对应于电导率，物理上对应电流的焦耳热。

对一般的电磁波，人们往往直接用复介电常数描述：$\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i$，不再用电导率的概念。

对单色波，若取时间部分为 $e^{-i\omega t}$

对无源 (passive) 介质，ϵ_i 大于、等于 0 分别对应于有损耗和无损耗介质

而 $\epsilon_i < 0$ 则对应于 active 介质：介质中由于原子能级跃迁会释放出能量（辐射电磁波）

讨论：

(1) 复介电常数$\epsilon' = \epsilon + i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$

通过电导率概念，对导电介质引进复介电常数。实际上，多数介质的 ϵ 都有虚部。

对各向同性介质，由复 Poynting 矢量证明了，介电常数的虚部对应于介质损耗 (§5.1 p18)

在此我们看到损耗的物理根源：介电常数的虚部对应于电导率，物理上对应电流的焦耳热。

对一般的电磁波，人们往往直接用复介电常数描述：$\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i$，不再用电导率的概念。

对单色波，若取时间部分为 $e^{-i\omega t}$

对无源 (passive) 介质，ϵ_i 大于、等于 0 分别对应于有损耗和无损耗介质

而 $\epsilon_i < 0$ 则对应于 active 介质：介质中由于原子能级跃迁会释放出能量（辐射电磁波）

思考： 若取为 $e^{+i\omega t}$，Im$[\epsilon] \lesseqqgtr 0$ 分别对应于什么情况？

讨论：

(1) 复介电常数$\epsilon' = \epsilon + i\dfrac{\sigma_c}{\omega}$

通过电导率概念，对导电介质引进复介电常数。实际上，多数介质的 ϵ 都有虚部。

对各向同性介质，由复 Poynting 矢量证明了，介电常数的虚部对应于介质损耗 (§5.1 p18)

在此我们看到损耗的物理根源：介电常数的虚部对应于电导率，物理上对应电流的焦耳热。

对一般的电磁波，人们往往直接用复介电常数描述：$\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i$，不再用电导率的概念。

对单色波，若取时间部分为 $e^{-i\omega t}$

对无源 (passive) 介质，ϵ_i 大于、等于 0 分别对应于有损耗和无损耗介质

而 $\epsilon_i < 0$ 则对应于 active 介质：介质中由于原子能级跃迁会释放出能量（辐射电磁波）

思考： 若取为 $e^{+i\omega t}$，Im$[\epsilon] \lesseqqgtr 0$ 分别对应于什么情况？

光学手册中常给出复折射率 $n = \sqrt{\epsilon}$，对一般材料，Im$[n^2] < 0$ 表示取 $e^{\pm i\omega t}$？

讨论：

(1) 复介电常数$\epsilon' = \epsilon + i\dfrac{\sigma_c}{\omega}$

通过电导率概念，对导电介质引进复介电常数。实际上，多数介质的 ϵ 都有虚部。

对各向同性介质，由复 Poynting 矢量证明了，介电常数的虚部对应于介质损耗 (§5.1 p18)

在此我们看到损耗的物理根源：介电常数的虚部对应于电导率，物理上对应电流的焦耳热。

对一般的电磁波，人们往往直接用复介电常数描述：$\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i$，不再用电导率的概念。

对单色波，若取时间部分为 $e^{-i\omega t}$

对无源 (passive) 介质，ϵ_i 大于、等于 0 分别对应于有损耗和无损耗介质

而 $\epsilon_i < 0$ 则对应于 active 介质：介质中由于原子能级跃迁会释放出能量（辐射电磁波）

思考： 若取为 $e^{+i\omega t}$，$\mathrm{Im}[\epsilon] \lesseqgtr 0$ 分别对应于什么情况？

光学手册中常给出复折射率 $n = \sqrt{\epsilon}$，对一般材料，$\mathrm{Im}[n^2] < 0$ 表示取 $e^{\pm i\omega t}$？

(2) 复波矢的物理意义

讨论：

(1) 复介电常数$\epsilon' = \epsilon + i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$

通过电导率概念，对导电介质引进复介电常数。实际上，多数介质的 ϵ 都有虚部。

对各向同性介质，由复 Poynting 矢量证明了，介电常数的虚部对应于介质损耗 (§5.1 p18)

在此我们看到损耗的物理根源：介电常数的虚部对应于电导率，物理上对应电流的焦耳热。

对一般的电磁波，人们往往直接用复介电常数描述：$\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i$，不再用电导率的概念。

对单色波，若取时间部分为 $e^{-i\omega t}$

对无源 (passive) 介质，ϵ_i 大于、等于 0 分别对应于有损耗和无损耗介质

而 $\epsilon_i < 0$ 则对应于 active 介质：介质中由于原子能级跃迁会释放出能量（辐射电磁波）

思考： 若取为 $e^{+i\omega t}$，$\mathrm{Im}[\epsilon] \lesseqgtr 0$ 分别对应于什么情况?

光学手册中常给出复折射率 $n = \sqrt{\epsilon}$，对一般材料，$\mathrm{Im}[n^2] < 0$ 表示取 $e^{\pm i\omega t}$?

(2) 复波矢的物理意义

由电场的表达式知电磁波等相位面方程为 $\vec{\boldsymbol{\beta}} \cdot \boldsymbol{r} =$常数，故 $\vec{\boldsymbol{\beta}}$ 表示等相面的法向。

等相面沿 $\vec{\boldsymbol{\beta}}$ 方向传播，相速度 $\vec{\boldsymbol{v}}_p = \dfrac{\omega}{\beta^2}\vec{\boldsymbol{\beta}}$。

讨论：

(1) 复介电常数$\epsilon' = \epsilon + i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$

通过电导率概念，对导电介质引进复介电常数。实际上，多数介质的 ϵ 都有虚部。

对各向同性介质，由复 Poynting 矢量证明了，介电常数的虚部对应于介质损耗 (§5.1 p18)

在此我们看到损耗的物理根源：介电常数的虚部对应于电导率，物理上对应电流的焦耳热。

对一般的电磁波，人们往往直接用复介电常数描述：$\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i$，不再用电导率的概念。

对单色波，若取时间部分为 $e^{-i\omega t}$

对无源 (passive) 介质，ϵ_i 大于、等于 0 分别对应于有损耗和无损耗介质

而 $\epsilon_i < 0$ 则对应于 active 介质：介质中由于原子能级跃迁会释放出能量（辐射电磁波）

思考： 若取为 $e^{+i\omega t}$，$\mathrm{Im}[\epsilon] \lesseqqgtr 0$ 分别对应于什么情况？

光学手册中常给出复折射率 $n = \sqrt{\epsilon}$，对一般材料，$\mathrm{Im}[n^2] < 0$ 表示取 $e^{\pm i\omega t}$？

(2) 复波矢的物理意义

由电场的表达式知电磁波等相位面方程为 $\vec{\boldsymbol{\beta}} \cdot \vec{\boldsymbol{r}} =$常数，故 $\vec{\boldsymbol{\beta}}$ 表示等相面的法向。

等相面沿 $\vec{\boldsymbol{\beta}}$ 方向传播，相速度 $\vec{\boldsymbol{v}}_p = \dfrac{\omega}{\beta^2}\vec{\boldsymbol{\beta}}$。

场的振幅正比于 $e^{-\vec{\alpha}\cdot\vec{r}}$，故复波矢表明波有衰减。等振幅面方程为 $\vec{\boldsymbol{\alpha}} \cdot \vec{\boldsymbol{r}} =$常数

故 $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ 表示等振幅面的法向，$\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ 指向波振幅衰减最快的方向

讨论：

(1) 复介电常数$\epsilon' = \epsilon + i\dfrac{\sigma_c}{\omega}$

通过电导率概念，对导电介质引进复介电常数。实际上，多数介质的 ϵ 都有虚部。

对各向同性介质，由复 Poynting 矢量证明了，介电常数的虚部对应于介质损耗 (§5.1 p18)

在此我们看到损耗的物理根源：介电常数的虚部对应于电导率，物理上对应电流的焦耳热。

对一般的电磁波，人们往往直接用复介电常数描述：$\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i$，不再用电导率的概念。

对单色波，若取时间部分为 $e^{-i\omega t}$

对无源 (passive) 介质，ϵ_i 大于、等于 0 分别对应于有损耗和无损耗介质

而 $\epsilon_i < 0$ 则对应于 active 介质：介质中由于原子能级跃迁会释放出能量（辐射电磁波）

思考： 若取为 $e^{+i\omega t}$，Im$[\epsilon] \lesseqgtr 0$ 分别对应于什么情况？

光学手册中常给出复折射率 $n = \sqrt{\epsilon}$，对一般材料，Im$[n^2] < 0$ 表示取 $e^{\pm i\omega t}$？

(2) 复波矢的物理意义

由电场的表达式知电磁波等相位面方程为 $\vec{\beta}\cdot\vec{r}=$常数，故 $\vec{\beta}$ 表示等相面的法向。

等相面沿 $\vec{\beta}$ 方向传播，相速度 $\vec{v}_p = \dfrac{\omega}{\beta^2}\vec{\beta}$。

场的振幅正比于 $e^{-\vec{\alpha}\cdot\vec{r}}$，故复波矢表明波有衰减。等振幅面方程为 $\vec{\alpha}\cdot\vec{r}=$常数

故 $\vec{\alpha}$ 表示等振幅面的法向，$\vec{\alpha}$ 指向波振幅衰减最快的方向

若 $\vec{\alpha} \,||\, \vec{\beta}$，则等相面上波振幅相同，称为均匀平面波，反之，则为非均匀平面波。

(2) $\vec{\alpha}$、$\vec{\beta}$ 的值

(2) $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$、$\vec{\boldsymbol{\beta}}$ 的值

如果 σ、ϵ 和 μ 都是实数，由 $\vec{\boldsymbol{k}} = \vec{\boldsymbol{\beta}} + i\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ 和 $\vec{\boldsymbol{k}} \cdot \vec{\boldsymbol{k}} = \omega^2 \epsilon' \mu$ 并利用 $\epsilon' = \epsilon + i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$ 得

$$\beta^2 - \alpha^2 = \omega^2 \epsilon\mu, \qquad \vec{\boldsymbol{\alpha}} \cdot \vec{\boldsymbol{\beta}} = \frac{\omega}{2}\,\mu\sigma$$

(2) $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$、$\vec{\boldsymbol{\beta}}$ 的值

如果 σ、ϵ 和 μ 都是实数，由 $\vec{\boldsymbol{k}} = \vec{\boldsymbol{\beta}} + i\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ 和 $\vec{\boldsymbol{k}} \cdot \vec{\boldsymbol{k}} = \omega^2\epsilon'\mu$ 并利用 $\epsilon' = \epsilon + i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$ 得

$$\beta^2 - \alpha^2 = \omega^2\epsilon\mu, \qquad \vec{\boldsymbol{\alpha}} \cdot \vec{\boldsymbol{\beta}} = \frac{\omega}{2}\,\mu\sigma$$

设 $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ 和 $\vec{\boldsymbol{\beta}}$ 夹角为 $\phi_{\alpha\beta}$，则可解得：$\left\{\begin{array}{c} \beta \\ \alpha \end{array}\right\} = \omega\sqrt{\dfrac{\epsilon\mu}{2}}\left[\sqrt{1 + \dfrac{\sigma_c^2}{\omega^2\epsilon^2\cos^2\phi_{\alpha\beta}}} \pm 1\right]^{1/2}$

(2) $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$、$\vec{\boldsymbol{\beta}}$ 的值

如果 σ、ϵ 和 μ 都是实数，由 $\vec{\boldsymbol{k}}=\vec{\boldsymbol{\beta}}+i\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ 和 $\vec{\boldsymbol{k}}\cdot\vec{\boldsymbol{k}}=\omega^2\epsilon'\mu$ 并利用 $\epsilon'=\epsilon+i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$ 得

$$\beta^2-\alpha^2=\omega^2\epsilon\mu, \qquad \vec{\boldsymbol{\alpha}}\cdot\vec{\boldsymbol{\beta}}=\frac{\omega}{2}\,\mu\sigma$$

设 $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ 和 $\vec{\boldsymbol{\beta}}$ 夹角为 $\phi_{\alpha\beta}$，则可解得：$\left\{\begin{array}{c}\beta\\ \alpha\end{array}\right\}=\omega\sqrt{\dfrac{\epsilon\mu}{2}}\left[\sqrt{1+\dfrac{\sigma_c^2}{\omega^2\epsilon^2\cos^2\phi_{\alpha\beta}}}\pm 1\right]^{1/2}$

$\phi_{\alpha\beta}$ 须由导体内电磁波的激发条件、边值关系确定。

(2) $\vec{\alpha}$、$\vec{\beta}$ 的值

如果 σ、ϵ 和 μ 都是实数，由 $\vec{k} = \vec{\beta} + i\vec{\alpha}$ 和 $\vec{k}\cdot\vec{k} = \omega^2\epsilon'\mu$ 并利用 $\epsilon' = \epsilon + i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$ 得

$$\beta^2 - \alpha^2 = \omega^2\epsilon\mu, \qquad \vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} = \frac{\omega}{2}\,\mu\sigma$$

设 $\vec{\alpha}$ 和 $\vec{\beta}$ 夹角为 $\phi_{\alpha\beta}$，则可解得：$\left\{\begin{array}{c}\beta\\ \alpha\end{array}\right\} = \omega\sqrt{\dfrac{\epsilon\mu}{2}}\left[\sqrt{1+\dfrac{\sigma_c^2}{\omega^2\epsilon^2\cos^2\phi_{\alpha\beta}}} \pm 1\right]^{1/2}$

$\phi_{\alpha\beta}$ 须由导体内电磁波的激发条件、边值关系确定。

对良导体：$\dfrac{\sigma_c}{\epsilon\omega} \gg 1 \quad\Longrightarrow\quad \alpha \approx \beta \approx \sqrt{\dfrac{\sigma_c\mu\omega}{2\cos\phi_{\alpha\beta}}}$

对不良导体：$\dfrac{\sigma_c}{\epsilon\omega} \ll 1 \quad\Longrightarrow\quad \beta \approx \omega\sqrt{\epsilon\mu}, \quad \alpha \approx \dfrac{\sigma_c}{2\epsilon\omega}\beta \ll \beta$ 衰减很小

(2) $\vec{\alpha}$、$\vec{\beta}$ 的值

如果 σ、ϵ 和 μ 都是实数，由 $\vec{k}=\vec{\beta}+i\vec{\alpha}$ 和 $\vec{k}\cdot\vec{k}=\omega^2\epsilon'\mu$ 并利用 $\epsilon'=\epsilon+i\dfrac{\sigma_c}{\omega}$ 得

$$\beta^2-\alpha^2=\omega^2\epsilon\mu, \qquad \vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=\frac{\omega}{2}\mu\sigma$$

设 $\vec{\alpha}$ 和 $\vec{\beta}$ 夹角为 $\phi_{\alpha\beta}$，则可解得：$\left\{\begin{matrix}\beta\\ \alpha\end{matrix}\right\}=\omega\sqrt{\dfrac{\epsilon\mu}{2}}\left[\sqrt{1+\dfrac{\sigma_c^2}{\omega^2\epsilon^2\cos^2\phi_{\alpha\beta}}}\pm 1\right]^{1/2}$

$\phi_{\alpha\beta}$ 须由导体内电磁波的激发条件、边值关系确定。

对良导体： $\dfrac{\sigma_c}{\epsilon\omega}\gg 1 \quad\Longrightarrow\quad \alpha\approx\beta\approx\sqrt{\dfrac{\sigma_c\mu\omega}{2\cos\phi_{\alpha\beta}}}$

对不良导体：$\dfrac{\sigma_c}{\epsilon\omega}\ll 1 \quad\Longrightarrow\quad \beta\approx\omega\sqrt{\epsilon\mu},\quad \alpha\approx\dfrac{\sigma_c}{2\epsilon\omega}\beta\ll\beta$ 衰减很小

(3) 相速度 色散

(2) $\vec{\alpha}$、$\vec{\beta}$ 的值

如果 σ、ϵ 和 μ 都是实数，由 $\vec{k}=\vec{\beta}+i\vec{\alpha}$ 和 $\vec{k}\cdot\vec{k}=\omega^2\epsilon'\mu$ 并利用 $\epsilon'=\epsilon+i\dfrac{\sigma_c}{\omega}$ 得

$$\beta^2-\alpha^2=\omega^2\epsilon\mu, \qquad \vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=\frac{\omega}{2}\mu\sigma$$

设 $\vec{\alpha}$ 和 $\vec{\beta}$ 夹角为 $\phi_{\alpha\beta}$，则可解得：$\left\{\begin{array}{c}\beta\\ \alpha\end{array}\right\}=\omega\sqrt{\dfrac{\epsilon\mu}{2}}\left[\sqrt{1+\dfrac{\sigma_c^2}{\omega^2\epsilon^2\cos^2\phi_{\alpha\beta}}}\pm 1\right]^{1/2}$

$\phi_{\alpha\beta}$ 须由导体内电磁波的激发条件、边值关系确定。

对良导体：$\dfrac{\sigma_c}{\epsilon\omega}\gg 1 \quad\Longrightarrow\quad \alpha\approx\beta\approx\sqrt{\dfrac{\sigma_c\mu\omega}{2\cos\phi_{\alpha\beta}}}$

对不良导体：$\dfrac{\sigma_c}{\epsilon\omega}\ll 1 \quad\Longrightarrow\quad \beta\approx\omega\sqrt{\epsilon\mu},\quad \alpha\approx\dfrac{\sigma_c}{2\epsilon\omega}\beta\ll\beta$ 衰减很小

(3) 相速度　色散

等相面方程为 $\vec{\beta}\cdot\vec{r}=$常数，相速度 $v_p=\dfrac{\omega}{\beta}$，相速度与频率有关的现象称为色散

(2) $\vec{\alpha}$、$\vec{\beta}$ 的值

如果 σ、ϵ 和 μ 都是实数，由 $\vec{k}=\vec{\beta}+i\vec{\alpha}$ 和 $\vec{k}\cdot\vec{k}=\omega^2\epsilon'\mu$ 并利用 $\epsilon'=\epsilon+i\dfrac{\sigma_c}{\omega}$ 得

$$\beta^2-\alpha^2=\omega^2\epsilon\mu, \qquad \vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=\frac{\omega}{2}\mu\sigma$$

设 $\vec{\alpha}$ 和 $\vec{\beta}$ 夹角为 $\phi_{\alpha\beta}$，则可解得：$\left\{\begin{matrix}\beta\\ \alpha\end{matrix}\right\}=\omega\sqrt{\dfrac{\epsilon\mu}{2}}\left[\sqrt{1+\dfrac{\sigma_c^2}{\omega^2\epsilon^2\cos^2\phi_{\alpha\beta}}}\pm 1\right]^{1/2}$

$\phi_{\alpha\beta}$ 须由导体内电磁波的激发条件、边值关系确定。

对良导体：$\dfrac{\sigma_c}{\epsilon\omega}\gg 1 \quad\Longrightarrow\quad \alpha\approx\beta\approx\sqrt{\dfrac{\sigma_c\mu\omega}{2\cos\phi_{\alpha\beta}}}$

对不良导体：$\dfrac{\sigma_c}{\epsilon\omega}\ll 1 \quad\Longrightarrow\quad \beta\approx\omega\sqrt{\epsilon\mu},\quad \alpha\approx\dfrac{\sigma_c}{2\epsilon\omega}\beta\ll\beta$ 衰减很小

(3) 相速度 色散

等相面方程为 $\vec{\beta}\cdot\vec{r}=$常数，相速度 $v_p=\dfrac{\omega}{\beta}$，相速度与频率有关的现象称为色散

对良导体：$v_p=\sqrt{\dfrac{2\omega\cos\phi_{\alpha\beta}}{\mu\sigma_c}}=\sqrt{\dfrac{2\omega\epsilon\cos\phi_{\alpha\beta}}{\sigma_c}}\sqrt{\dfrac{1}{\epsilon\mu}}$ 特性：$\left\{\begin{array}{l}\text{远小于真空光速}c\\ \text{存在色散现象}\end{array}\right.$

(2) $\vec{\alpha}$、$\vec{\beta}$ 的值

如果 σ、ϵ 和 μ 都是实数，由 $\vec{k}=\vec{\beta}+i\vec{\alpha}$ 和 $\vec{k}\cdot\vec{k}=\omega^2\epsilon'\mu$ 并利用 $\epsilon'=\epsilon+i\dfrac{\sigma_c}{\omega}$ 得

$$\beta^2-\alpha^2=\omega^2\epsilon\mu, \qquad \vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=\frac{\omega}{2}\mu\sigma$$

设 $\vec{\alpha}$ 和 $\vec{\beta}$ 夹角为 $\phi_{\alpha\beta}$，则可解得：$\left\{\begin{matrix}\beta\\ \alpha\end{matrix}\right\}=\omega\sqrt{\dfrac{\epsilon\mu}{2}}\left[\sqrt{1+\dfrac{\sigma_c^2}{\omega^2\epsilon^2\cos^2\phi_{\alpha\beta}}}\pm 1\right]^{1/2}$

$\phi_{\alpha\beta}$ 须由导体内电磁波的激发条件、边值关系确定。

对良导体：$\dfrac{\sigma_c}{\epsilon\omega}\gg 1 \implies \alpha\approx\beta\approx\sqrt{\dfrac{\sigma_c\mu\omega}{2\cos\phi_{\alpha\beta}}}$

对不良导体：$\dfrac{\sigma_c}{\epsilon\omega}\ll 1 \implies \beta\approx\omega\sqrt{\epsilon\mu}, \quad \alpha\approx\dfrac{\sigma_c}{2\epsilon\omega}\beta\ll\beta$ 衰减很小

(3) 相速度 色散

等相面方程为 $\vec{\beta}\cdot\vec{r}=$常数，相速度 $v_p=\dfrac{\omega}{\beta}$，相速度与频率有关的现象称为色散

对良导体：$v_p=\sqrt{\dfrac{2\omega\cos\phi_{\alpha\beta}}{\mu\sigma_c}}=\sqrt{\dfrac{2\omega\epsilon\cos\phi_{\alpha\beta}}{\sigma_c}}\sqrt{\dfrac{1}{\epsilon\mu}}$ 特性：
- 远小于真空光速 c
- 存在色散现象

对不良导体：$v_p=\sqrt{\dfrac{1}{\epsilon\mu}}$ 特性：
- 接近于真空光速 c
- 如 ϵ，μ 与 ω 无关，则不存在色散

(4) 波长 透入深度

(4) 波长 透入深度

等相面方程为 $\vec{\beta}\cdot\vec{r}=$常数，故波长（位相相差 2π 的两等相面之间的距离）为：$\dfrac{2\pi}{\beta}$

对良导体：
$$\lambda = 2\pi\sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma_c}} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}\sqrt{\frac{2\omega\epsilon}{\sigma_c}} \ll \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}$$

远小于同频率电磁波在绝缘介质中的波长

(4) 波长 透入深度

等相面方程为 $\vec{\boldsymbol{\beta}} \cdot \vec{\boldsymbol{r}} =$常数，故波长（位相相差 2π 的两等相面之间的距离）为：$\dfrac{2\pi}{\beta}$

对良导体： $\lambda = 2\pi\sqrt{\dfrac{2}{\omega\mu\sigma_c}} = \dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}\sqrt{\dfrac{2\omega\epsilon}{\sigma_c}} \ll \dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}$

远小于同频率电磁波在绝缘介质中的波长

对不良导体：$\lambda = \dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}$

接近于同频率电磁波在真空中的波长

(4) 波长 透入深度

等相面方程为 $\vec{\boldsymbol{\beta}}\cdot\boldsymbol{r}=$常数，故波长（位相相差 2π 的两等相面之间的距离）为：$\dfrac{2\pi}{\beta}$

对良导体：
$$\lambda=2\pi\sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma_c}}=\frac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}\sqrt{\frac{2\omega\epsilon}{\sigma_c}}\ll\frac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}$$

远小于同频率电磁波在绝缘介质中的波长

对不良导体：$\lambda=\dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}$ 接近于同频率电磁波在真空中的波长

考虑波由非导电介质入射到导电介质，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z=0$，由边值关系

$$k_{0x}=i\alpha_x+\beta_x \qquad \Rightarrow \quad \alpha_x=0$$

(4) 波长 透入深度

等相面方程为 $\vec{\boldsymbol{\beta}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}=$常数，故波长（位相相差 2π 的两等相面之间的距离）为：$\dfrac{2\pi}{\beta}$

对良导体： $$\lambda=2\pi\sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma_c}}=\frac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}\sqrt{\frac{2\omega\epsilon}{\sigma_c}}\ll\frac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}$$

远小于同频率电磁波在绝缘介质中的波长

对不良导体：$\lambda=\dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}$ 接近于同频率电磁波在真空中的波长

考虑波由非导电介质入射到导电介质，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z=0$，由边值关系

$$\begin{aligned} k_{0x} &= i\alpha_x+\beta_x & \Rightarrow\quad \alpha_x &= 0\\ k_{0y} &= i\alpha_y+\beta_y=0 & \Rightarrow\quad \alpha_y &= 0\end{aligned}$$

(4) 波长 透入深度

等相面方程为 $\vec{\beta}\cdot\vec{r}=$常数，故波长（位相相差 2π 的两等相面之间的距离）为：$\dfrac{2\pi}{\beta}$

对良导体：$$\lambda = 2\pi\sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma_c}} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}\sqrt{\frac{2\omega\epsilon}{\sigma_c}} \ll \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}$$

远小于同频率电磁波在绝缘介质中的波长

对不良导体：$\lambda = \dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}$

接近于同频率电磁波在真空中的波长

考虑波由非导电介质入射到导电介质，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z=0$，由边值关系

$$\left.\begin{array}{ll} k_{0x} = i\alpha_x + \beta_x & \Rightarrow \ \alpha_x = 0 \\ k_{0y} = i\alpha_y + \beta_y = 0 & \Rightarrow \ \alpha_y = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \ \vec{\alpha} = \alpha\,\hat{e}_z \ \Rightarrow$$

波沿 $\perp$ 导体表面方向衰减

与入射角无关

(4) 波长 透入深度

等相面方程为 $\vec{\boldsymbol{\beta}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}=$常数，故波长（位相相差 2π 的两等相面之间的距离）为：$\dfrac{2\pi}{\beta}$

对良导体： $$\lambda=2\pi\sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma_c}}=\frac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}\sqrt{\frac{2\omega\epsilon}{\sigma_c}}\ll\frac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}$$

远小于同频率电磁波在绝缘介质中的波长

对不良导体：$\lambda=\dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}$ 接近于同频率电磁波在真空中的波长

考虑波由非导电介质入射到导电介质，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z=0$，由边值关系

$$\left.\begin{array}{ll} k_{0x}=i\alpha_x+\beta_x & \Rightarrow\ \alpha_x=0 \\ k_{0y}=i\alpha_y+\beta_y=0 & \Rightarrow\ \alpha_y=0 \end{array}\right. \Rightarrow\ \vec{\boldsymbol{\alpha}}=\alpha\,\hat{\boldsymbol{e}}_z\ \Rightarrow$$

波沿 $\perp$ 导体表面方向衰减
与入射角无关

场：$\vec{\boldsymbol{E}}(\vec{\boldsymbol{r}},t)=e^{-\alpha z}\mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0\,e^{i\vec{\boldsymbol{\beta}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}\right]\ \Longrightarrow$ 透入深度 $\delta=1/\alpha$

(4) 波长 透入深度

等相面方程为 $\vec{\beta}\cdot\vec{r}=$常数，故波长（位相相差 2π 的两等相面之间的距离）为：$\dfrac{2\pi}{\beta}$

对良导体：$$\lambda=2\pi\sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma_c}}=\frac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}\sqrt{\frac{2\omega\epsilon}{\sigma_c}}\ll\frac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}$$

远小于同频率电磁波在绝缘介质中的波长

对不良导体：$\lambda=\dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}$ 接近于同频率电磁波在真空中的波长

考虑波由非导电介质入射到导电介质，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z=0$，由边值关系

$$\left.\begin{array}{lll} k_{0x}=i\alpha_x+\beta_x & \Rightarrow & \alpha_x=0 \\ k_{0y}=i\alpha_y+\beta_y=0 & \Rightarrow & \alpha_y=0 \end{array}\right. \Rightarrow \vec{\alpha}=\alpha\,\hat{e}_z \Rightarrow$$

波沿 ⊥ 导体表面方向衰减
与入射角无关

场：$\vec{E}(\vec{r},t)=e^{-\alpha z}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{E}}_0\,e^{i\vec{\beta}\cdot\vec{r}-i\omega t}\right]\quad\Longrightarrow\quad$ 透入深度 $\delta=1/\alpha$

良导体：$$\delta=\sqrt{\frac{2\cos\phi_{\alpha\beta}}{\omega\mu\sigma_c}}\approx\sqrt{\frac{2\omega\epsilon}{\sigma_c}}\frac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}\ll\frac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}=\lambda$$ (良导体 $\phi_{\alpha\beta}\approx 0$，见下页)

透入深度与波在良导体中的波长同量级，远小于同频电磁波在绝缘介质中的波长

(4) 波长 透入深度

等相面方程为 $\vec{\boldsymbol{\beta}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}=$常数，故波长（位相相差 2π 的两等相面之间的距离）为：$\dfrac{2\pi}{\beta}$

对良导体： $\lambda = 2\pi\sqrt{\dfrac{2}{\omega\mu\sigma_c}} = \dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}\sqrt{\dfrac{2\omega\epsilon}{\sigma_c}} \ll \dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}$

远小于同频率电磁波在绝缘介质中的波长

对不良导体：$\lambda = \dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}$ 接近于同频率电磁波在真空中的波长

考虑波由非导电介质入射到导电介质，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z=0$，由边值关系

$$\begin{array}{lll} k_{0x} = i\alpha_x + \beta_x & \Rightarrow & \alpha_x = 0 \\ k_{0y} = i\alpha_y + \beta_y = 0 & \Rightarrow & \alpha_y = 0 \end{array} \Rightarrow \vec{\boldsymbol{\alpha}} = \alpha\,\hat{\boldsymbol{e}}_z \Rightarrow$$

波沿 ⊥ 导体表面方向衰减
与入射角无关

场：$\vec{\boldsymbol{E}}(\vec{\boldsymbol{r}},t) = e^{-\alpha z}\mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0\, e^{i\vec{\boldsymbol{\beta}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}\right] \Longrightarrow$ 透入深度 $\delta = 1/\alpha$

良导体：$\delta = \sqrt{\dfrac{2\cos\phi_{\alpha\beta}}{\omega\mu\sigma_c}} \approx \sqrt{\dfrac{2\omega\epsilon}{\sigma_c}}\dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}} \ll \dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}} = \lambda$ (良导体 $\phi_{\alpha\beta}\approx 0$，见下页)

透入深度与波在良导体中的波长同量级，远小于同频电磁波在绝缘介质中的波长

铜：$\sigma_c = 5.8\times10^7\mathrm{S/m}$, 对 10 MHz 电磁波，$\delta \approx 2.1\times10^{-2}\mathrm{mm}$，$\lambda_0 = 30\mathrm{m}$

(4) 波长 透入深度

等相面方程为 $\vec{\boldsymbol{\beta}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}=$常数，故波长（位相相差 2π 的两等相面之间的距离）为：$\dfrac{2\pi}{\beta}$

对良导体：$\lambda=2\pi\sqrt{\dfrac{2}{\omega\mu\sigma_c}}=\dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}\sqrt{\dfrac{2\omega\epsilon}{\sigma_c}}\ll\dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}$

远小于同频率电磁波在绝缘介质中的波长

对不良导体：$\lambda=\dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}$ 接近于同频率电磁波在真空中的波长

考虑波由非导电介质入射到导电介质，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z=0$，由边值关系

$$\left.\begin{array}{lll} k_{0x}=i\alpha_x+\beta_x & \Rightarrow & \alpha_x=0 \\ k_{0y}=i\alpha_y+\beta_y=0 & \Rightarrow & \alpha_y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \ \vec{\boldsymbol{\alpha}}=\alpha\,\hat{\boldsymbol{e}}_z \ \Rightarrow$$

波沿 $\perp$ 导体表面方向衰减
与入射角无关

场：$\vec{\boldsymbol{E}}(\vec{\boldsymbol{r}},t)=e^{-\alpha z}\mathrm{Re}\left[\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0\,e^{i\vec{\boldsymbol{\beta}}\cdot\vec{\boldsymbol{r}}-i\omega t}\right] \Longrightarrow$ 透入深度 $\delta=1/\alpha$

良导体：$\delta=\sqrt{\dfrac{2\cos\phi_{\alpha\beta}}{\omega\mu\sigma_c}}\approx\sqrt{\dfrac{2\omega\epsilon}{\sigma_c}}\dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}\ll\dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}=\lambda$ (良导体 $\phi_{\alpha\beta}\approx 0$，见下页)

透入深度与波在良导体中的波长同量级，远小于同频电磁波在绝缘介质中的波长

铜：$\sigma_c=5.8\times10^7\mathrm{S/m}$, 对 10 MHz 电磁波，$\delta\approx2.1\times10^{-2}\mathrm{mm}$，$\lambda_0=30\mathrm{m}$

不良导体：$\delta=\dfrac{2\epsilon\omega}{\sigma_c}\dfrac{1}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}\gg\lambda$ 透入深度远大于同频率电磁波在绝缘介质中的波长

(5) 电磁场强度、位相之间的关系

(5) 电磁场强度、位相之间的关系

磁场：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}} \times \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}{\omega\mu}, \qquad \vec{\boldsymbol{k}} = i\vec{\boldsymbol{\alpha}} + \vec{\boldsymbol{\beta}}$

(5) 电磁场强度、位相之间的关系

磁场：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}} \times \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}{\omega\mu}$, $\qquad \vec{\boldsymbol{k}} = i\vec{\boldsymbol{\alpha}} + \vec{\boldsymbol{\beta}}$

考虑波由非导电介质以入射角 θ 入射到导电介质，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z = 0$

$$k_{0x} = i\alpha_x + \beta_x \qquad \Longrightarrow \ \alpha_x = 0,\ \beta_x = k_{0x} = k_0 \sin\theta$$

(5) 电磁场强度、位相之间的关系

磁场：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}} \times \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}{\omega\mu}, \qquad \vec{\boldsymbol{k}} = i\vec{\boldsymbol{\alpha}} + \vec{\boldsymbol{\beta}}$

考虑波由非导电介质以入射角 θ 入射到导电介质，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z=0$

$$\begin{aligned}
k_{0x} &= i\alpha_x + \beta_x & &\Longrightarrow \alpha_x = 0,\ \beta_x = k_{0x} = k_0 \sin\theta \\
k_{0y} &= i\alpha_y + \beta_y = 0 & &\Longrightarrow \alpha_y = \beta_y = 0
\end{aligned}$$

(5) 电磁场强度、位相之间的关系

磁场：$\vec{\mathcal{H}} = \dfrac{\vec{k} \times \vec{\mathcal{E}}}{\omega\mu}$, $\quad \vec{k} = i\vec{\alpha} + \vec{\beta}$

考虑波由非导电介质以入射角 θ 入射到导电介质，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z = 0$

$$k_{0x} = i\alpha_x + \beta_x \quad \Longrightarrow \quad \alpha_x = 0,\ \beta_x = k_{0x} = k_0 \sin\theta$$

$$k_{0y} = i\alpha_y + \beta_y = 0 \quad \Longrightarrow \quad \alpha_y = \beta_y = 0$$

$$(i\vec{\alpha} + \vec{\beta})^2 = \omega^2\epsilon'\mu \quad \Longrightarrow \quad \begin{array}{l} \beta_x^2 + \beta_z^2 - \alpha_z^2 = \omega^2\epsilon\mu \\ \alpha_z\beta_z = \omega\mu\sigma_c/2 \end{array} \quad \Longrightarrow \quad \text{可解得 } \beta_z \text{ 和 } \alpha_z$$

(5) 电磁场强度、位相之间的关系

磁场：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{k}} \times \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}{\omega\mu}$, $\quad \vec{\boldsymbol{k}} = i\vec{\boldsymbol{\alpha}} + \vec{\boldsymbol{\beta}}$

考虑波由非导电介质以入射角 θ 入射到导电介质，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z=0$

$$k_{0x} = i\alpha_x + \beta_x \implies \alpha_x = 0,\ \beta_x = k_{0x} = k_0 \sin\theta$$

$$k_{0y} = i\alpha_y + \beta_y = 0 \implies \alpha_y = \beta_y = 0$$

$$(i\vec{\boldsymbol{\alpha}} + \vec{\boldsymbol{\beta}})^2 = \omega^2\epsilon'\mu \implies \begin{array}{l} \beta_x^2 + \beta_z^2 - \alpha_z^2 = \omega^2\epsilon\mu \\ \alpha_z\beta_z = \omega\mu\sigma_c/2 \end{array} \implies \text{可解得 } \beta_z \text{ 和 } \alpha_z$$

良导体：$\alpha = \alpha_z \approx \beta_z \approx \sqrt{\dfrac{\omega\mu\sigma_c}{2}} \gg \beta_x, \implies \phi_{\alpha\beta} \approx 0, \quad \vec{\boldsymbol{\alpha}} = \vec{\boldsymbol{\beta}} = \alpha\, \hat{\boldsymbol{e}}_z$

$$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \frac{\alpha(1+i)}{\omega\mu}\, \hat{\boldsymbol{e}}_z \times \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}} = \frac{\sqrt{2}\alpha}{\omega\mu}\, e^{(\pi/4)\,i}\, \hat{\boldsymbol{e}}_z \times \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}, \qquad \frac{|\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}|}{|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}|} = \sqrt{\frac{\sigma_c}{\epsilon\omega}}\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}$$

磁场滞后电场 $\pi/4$，$\quad \dfrac{\mu|\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}|^2}{\epsilon|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}|^2} = \dfrac{\sigma_c}{\omega\epsilon} \gg 1$，磁场能量远大于电场能量

(5) 电磁场强度、位相之间的关系

磁场：$\vec{\mathcal{H}} = \dfrac{\vec{k}\times\vec{\mathcal{E}}}{\omega\mu}$, $\quad \vec{k} = i\vec{\alpha} + \vec{\beta}$

考虑波由非导电介质以入射角 θ 入射到导电介质，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z=0$

$$k_{0x} = i\alpha_x + \beta_x \quad\Longrightarrow\quad \alpha_x = 0,\ \beta_x = k_{0x} = k_0\sin\theta$$

$$k_{0y} = i\alpha_y + \beta_y = 0 \quad\Longrightarrow\quad \alpha_y = \beta_y = 0$$

$$(i\vec{\alpha}+\vec{\beta})^2 = \omega^2\epsilon'\mu \quad\Longrightarrow\quad \begin{array}{l}\beta_x^2+\beta_z^2-\alpha_z^2 = \omega^2\epsilon\mu \\ \alpha_z\beta_z = \omega\mu\sigma_c/2\end{array} \quad\Longrightarrow\quad \text{可解得 } \beta_z \text{ 和 } \alpha_z$$

良导体：$\alpha = \alpha_z \approx \beta_z \approx \sqrt{\dfrac{\omega\mu\sigma_c}{2}} \gg \beta_x$, $\quad\Longrightarrow\quad \phi_{\alpha\beta}\approx 0$, $\quad \vec{\alpha} = \vec{\beta} = \alpha\,\hat{e}_z$

$$\vec{\mathcal{H}} = \frac{\alpha(1+i)}{\omega\mu}\,\hat{e}_z\times\vec{\mathcal{E}} = \frac{\sqrt{2}\alpha}{\omega\mu}\,e^{(\pi/4)\,i}\,\hat{e}_z\times\vec{\mathcal{E}}, \qquad \frac{|\vec{\mathcal{H}}|}{|\vec{\mathcal{E}}|} = \sqrt{\frac{\sigma_c}{\epsilon\omega}}\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}$$

磁场滞后电场 $\pi/4$，$\quad \dfrac{\mu|\vec{\mathcal{H}}|^2}{\epsilon|\vec{\mathcal{E}}|^2} = \dfrac{\sigma_c}{\omega\epsilon} \gg 1$，磁场能量远大于电场能量

不良导体：$\alpha\approx 0$, $\quad \beta\approx\omega\sqrt{\epsilon\mu}$

$$\vec{\mathcal{H}} \approx \frac{\vec{\beta}\times\vec{\mathcal{E}}}{\omega\mu} \approx \frac{\beta}{\omega\mu}\,\hat{e}_\beta\times\vec{\mathcal{E}}, \qquad \frac{|\vec{\mathcal{H}}|}{|\vec{\mathcal{E}}|} \approx \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}$$

磁场与电场位相大致相同，$\quad \dfrac{\mu|\vec{\mathcal{H}}|^2}{\epsilon|\vec{\mathcal{E}}|^2} \sim 1$，磁场能量与电场能量大致相等

(6) 良导体判别式 $\sigma_c/(\omega\epsilon) \gg 1$ 的物理意义

(6) 良导体判别式 $\sigma_c/(\omega\epsilon) \gg 1$ 的物理意义

因为 $\vec{\boldsymbol{j}}_f = \sigma_c \vec{\boldsymbol{E}}$, $\quad \vec{\boldsymbol{j}}_D = \dfrac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t} = -i\omega\epsilon\vec{\boldsymbol{E}}$，$\sigma_c \gg \omega\epsilon \quad \Longrightarrow \quad$ 传导电流远大于位移电流

(6) 良导体判别式 $\sigma_c/(\omega\epsilon) \gg 1$ 的物理意义

因为 $\vec{\boldsymbol{j}}_f = \sigma_c \vec{\boldsymbol{E}}$，$\vec{\boldsymbol{j}}_D = \dfrac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t} = -i\omega\epsilon\vec{\boldsymbol{E}}$，$\sigma_c \gg \omega\epsilon \quad \Longrightarrow$ 传导电流远大于位移电流

(7) 思考： 复数波矢是否意味着有热损耗

(6) 良导体判别式 $\sigma_c/(\omega\epsilon) \gg 1$ 的物理意义

因为 $\vec{\boldsymbol{j}}_f = \sigma_c \vec{\boldsymbol{E}}$, $\quad \vec{\boldsymbol{j}}_D = \dfrac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t} = -i\omega\epsilon \vec{\boldsymbol{E}}$, $\sigma_c \gg \omega\epsilon \quad \Longrightarrow \quad$ 传导电流远大于位移电流

(7) 思考： 复数波矢是否意味着有热损耗

三、良导体表面的反射

(6) 良导体判别式 $\sigma_c/(\omega\epsilon) \gg 1$ 的物理意义

因为 $\vec{\boldsymbol{j}}_f = \sigma_c \vec{\boldsymbol{E}}$， $\vec{\boldsymbol{j}}_D = \dfrac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t} = -i\omega\epsilon\vec{\boldsymbol{E}}$， $\sigma_c \gg \omega\epsilon \quad \Longrightarrow$ 传导电流远大于位移电流

(7) 思考： 复数波矢是否意味着有热损耗

三、良导体表面的反射

处理方法：以 ϵ' 替代 ϵ，与介质界面的反射同样处理。

(6) 良导体判别式 $\sigma_c/(\omega\epsilon) \gg 1$ 的物理意义

$$\text{因为}\ \vec{\boldsymbol{j}}_f = \sigma_c \vec{\boldsymbol{E}},\quad \vec{\boldsymbol{j}}_D = \frac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t} = -i\omega\epsilon\vec{\boldsymbol{E}},\ \sigma_c \gg \omega\epsilon \quad\Longrightarrow\quad \text{传导电流远大于位移电流}$$

(7) 思考： 复数波矢是否意味着有热损耗

三、良导体表面的反射

处理方法：以 ϵ' 替代 ϵ，与介质界面的反射同样处理。

设电磁波由真空入射到非磁金属，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z=0$。

(6) 良导体判别式 $\sigma_c/(\omega\epsilon) \gg 1$ 的物理意义

因为 $\vec{\boldsymbol{j}}_f = \sigma_c \vec{\boldsymbol{E}}$， $\vec{\boldsymbol{j}}_D = \dfrac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t} = -i\omega\epsilon\vec{\boldsymbol{E}}$，$\sigma_c \gg \omega\epsilon \quad \Longrightarrow \quad$ 传导电流远大于位移电流

(7) 思考： 复数波矢是否意味着有热损耗

三、良导体表面的反射

处理方法：以 ϵ' 替代 ϵ，与介质界面的反射同样处理。

设电磁波由真空入射到非磁金属，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z=0$。

定义导体相对表面阻抗：$\xi_r = \sqrt{\dfrac{\epsilon_0}{\epsilon'}}$，　对良导体：$\epsilon' = \epsilon_0(1 + \dfrac{i\sigma_c}{\omega\epsilon_0}) \approx i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$

(6) 良导体判别式 $\sigma_c/(\omega\epsilon) \gg 1$ 的物理意义

因为 $\vec{\boldsymbol{j}}_f = \sigma_c \vec{\boldsymbol{E}}$， $\vec{\boldsymbol{j}}_D = \dfrac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t} = -i\omega\epsilon\vec{\boldsymbol{E}}$，$\sigma_c \gg \omega\epsilon \quad \Longrightarrow \quad$ 传导电流远大于位移电流

(7) 思考： 复数波矢是否意味着有热损耗

三、良导体表面的反射

处理方法：以 ϵ' 替代 ϵ，与介质界面的反射同样处理。

设电磁波由真空入射到非磁金属，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z=0$。

定义导体相对表面阻抗：$\xi_r = \sqrt{\dfrac{\epsilon_0}{\epsilon'}}$， 对良导体：$\epsilon' = \epsilon_0(1 + \dfrac{i\sigma_c}{\omega\epsilon_0}) \approx i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$

$$\xi_r = \xi_r' + i\xi_r'' = \sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{2\sigma_c}}\,(1-i)$$

(6) 良导体判别式 $\sigma_c/(\omega\epsilon) \gg 1$ 的物理意义

$$\text{因为 } \vec{\boldsymbol{j}}_f = \sigma_c \vec{\boldsymbol{E}}, \quad \vec{\boldsymbol{j}}_D = \frac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t} = -i\omega\epsilon \vec{\boldsymbol{E}}, \ \sigma_c \gg \omega\epsilon \quad \Longrightarrow \quad \text{传导电流远大于位移电流}$$

(7) 思考： 复数波矢是否意味着有热损耗

三、良导体表面的反射

处理方法：以 ϵ' 替代 ϵ，与介质界面的反射同样处理。

设电磁波由真空入射到非磁金属，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z = 0$。

定义导体相对表面阻抗：$\xi_r = \sqrt{\dfrac{\epsilon_0}{\epsilon'}}$，　对良导体：$\epsilon' = \epsilon_0(1 + \dfrac{i\sigma_c}{\omega\epsilon_0}) \approx i\dfrac{\sigma_c}{\omega}$

$$\xi_r = \xi_r' + i\xi_r'' = \sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{2\sigma_c}}(1-i) \quad \Longrightarrow \quad \xi_r' = -\xi_r'' = \sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{2\sigma_c}} \ll 1$$

(6) 良导体判别式 $\sigma_c/(\omega\epsilon) \gg 1$ 的物理意义

$$\text{因为 } \vec{j}_f = \sigma_c \vec{E}, \quad \vec{j}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = -i\omega\epsilon\vec{E}, \quad \sigma_c \gg \omega\epsilon \quad \Longrightarrow \quad \text{传导电流远大于位移电流}$$

(7) 思考： 复数波矢是否意味着有热损耗

三、良导体表面的反射

处理方法：以 ϵ' 替代 ϵ，与介质界面的反射同样处理。

设电磁波由真空入射到非磁金属，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z=0$。

定义导体相对表面阻抗：$\xi_r = \sqrt{\dfrac{\epsilon_0}{\epsilon'}}$，　对良导体：$\epsilon' = \epsilon_0(1 + \dfrac{i\sigma_c}{\omega\epsilon_0}) \approx i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$

$$\xi_r = \xi_r' + i\xi_r'' = \sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{2\sigma_c}}(1-i) \quad \Longrightarrow \quad \xi_r' = -\xi_r'' = \sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{2\sigma_c}} \ll 1$$

对 s 波：

$$r_s = \frac{k\mu_2\cos\theta - k_z''\mu_1}{k\mu_2\cos\theta + k_z''\mu_1} = \frac{\sqrt{\epsilon_0}\cos\theta - \sqrt{\epsilon' - \epsilon_0\sin^2\theta}}{\sqrt{\epsilon_0}\cos\theta + \sqrt{\epsilon' - \epsilon_0\sin^2\theta}}$$

(6) 良导体判别式 $\sigma_c/(\omega\epsilon) \gg 1$ 的物理意义

$$\text{因为}\ \vec{\boldsymbol{j}}_f = \sigma_c \vec{\boldsymbol{E}},\quad \vec{\boldsymbol{j}}_D = \frac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t} = -i\omega\epsilon\vec{\boldsymbol{E}},\ \sigma_c \gg \omega\epsilon \quad \Longrightarrow \quad \text{传导电流远大于位移电流}$$

(7) 思考： 复数波矢是否意味着有热损耗

三、良导体表面的反射

处理方法：以 ϵ' 替代 ϵ，与介质界面的反射同样处理。

设电磁波由真空入射到非磁金属，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z=0$。

定义导体相对表面阻抗：$\xi_r = \sqrt{\dfrac{\epsilon_0}{\epsilon'}}$，　对良导体：$\epsilon' = \epsilon_0(1 + \dfrac{i\sigma_c}{\omega\epsilon_0}) \approx i\,\dfrac{\sigma_c}{\omega}$

$$\xi_r = \xi_r' + i\xi_r'' = \sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{2\sigma_c}}(1-i) \quad \Longrightarrow \quad \xi_r' = -\xi_r'' = \sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{2\sigma_c}} \ll 1$$

对 s 波：

$$r_s = \frac{k\mu_2\cos\theta - k_z''\mu_1}{k\mu_2\cos\theta + k_z''\mu_1} = \frac{\sqrt{\epsilon_0}\cos\theta - \sqrt{\epsilon' - \epsilon_0\sin^2\theta}}{\sqrt{\epsilon_0}\cos\theta + \sqrt{\epsilon' - \epsilon_0\sin^2\theta}}$$

其中：$k = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$

$k_z'' = \sqrt{\omega^2\epsilon'\mu_0 - k^2\sin^2\theta}$

(6) 良导体判别式 $\sigma_c/(\omega\epsilon) \gg 1$ 的物理意义

因为 $\vec{\boldsymbol{j}}_f = \sigma_c \vec{\boldsymbol{E}}$，$\vec{\boldsymbol{j}}_D = \dfrac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial t} = -i\omega\epsilon \vec{\boldsymbol{E}}$，$\sigma_c \gg \omega\epsilon \quad \Longrightarrow$ 传导电流远大于位移电流

(7) 思考： 复数波矢是否意味着有热损耗

三、良导体表面的反射

处理方法：以 ϵ' 替代 ϵ，与介质界面的反射同样处理。

设电磁波由真空入射到非磁金属，取入射面为 xoz 平面，界面为 $z = 0$。

定义导体相对表面阻抗：$\xi_r = \sqrt{\dfrac{\epsilon_0}{\epsilon'}}$， 对良导体：$\epsilon' = \epsilon_0(1 + \dfrac{i\sigma_c}{\omega\epsilon_0}) \approx i\dfrac{\sigma_c}{\omega}$

$$\xi_r = \xi_r' + i\xi_r'' = \sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{2\sigma_c}}(1-i) \quad \Longrightarrow \quad \xi_r' = -\xi_r'' = \sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{2\sigma_c}} \ll 1$$

对 s 波：

$$r_s = \frac{k\mu_2\cos\theta - k_z''\mu_1}{k\mu_2\cos\theta + k_z''\mu_1} = \frac{\sqrt{\epsilon_0}\cos\theta - \sqrt{\epsilon' - \epsilon_0\sin^2\theta}}{\sqrt{\epsilon_0}\cos\theta + \sqrt{\epsilon' - \epsilon_0\sin^2\theta}}$$

其中：$k = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$

$k_z'' = \sqrt{\omega^2\epsilon'\mu_0 - k^2\sin^2\theta}$

$$= \frac{\xi_r\cos\theta - \sqrt{1-\xi_r^2\sin^2\theta}}{\xi_r\cos\theta + \sqrt{1-\xi_r^2\sin^2\theta}} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{r_s = \frac{\mathcal{E}_{0s}'}{\mathcal{E}_{0s}} = -1 + 2\xi_r\cos\theta}$$

在 $\xi_r \sim 0$ 展开

对 s 波：

$$\boxed{r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = -1 + 2\xi_r \cos\theta}$$

对 s 波:

$$\boxed{r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = -1 + 2\xi_r \cos\theta}$$

对 p 波:

$$r_p = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - k''_z\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + k''_z\epsilon_1} = \frac{\epsilon'\cos\theta - \sqrt{\epsilon'\epsilon_0 - \epsilon_0^2\sin^2\theta}}{\epsilon'\cos\theta + \sqrt{\epsilon'\epsilon_0 - \epsilon_0^2\sin^2\theta}}$$

对 s 波：

$$\boxed{r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = -1 + 2\xi_r \cos\theta}$$

对 p 波：

$$r_p = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - k''_z\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + k''_z\epsilon_1} = \frac{\epsilon'\cos\theta - \sqrt{\epsilon'\epsilon_0 - \epsilon_0^2\sin^2\theta}}{\epsilon'\cos\theta + \sqrt{\epsilon'\epsilon_0 - \epsilon_0^2\sin^2\theta}}$$

其中：$k = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$

$k''_z = \sqrt{\omega^2\epsilon'\mu_0 - k^2\sin^2\theta}$

对 s 波：

$$\boxed{r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = -1 + 2\xi_r \cos\theta}$$

对 p 波：

$$r_p = \frac{k\epsilon_2 \cos\theta - k''_z \epsilon_1}{k\epsilon_2 \cos\theta + k''_z \epsilon_1} = \frac{\epsilon' \cos\theta - \sqrt{\epsilon'\epsilon_0 - \epsilon_0^2 \sin^2\theta}}{\epsilon' \cos\theta + \sqrt{\epsilon'\epsilon_0 - \epsilon_0^2 \sin^2\theta}}$$

其中：$k = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$

$k''_z = \sqrt{\omega^2\epsilon'\mu_0 - k^2 \sin^2\theta}$

$$= \frac{\cos\theta - \xi_r \sqrt{1 - \xi_r^2 \sin^2\theta}}{\cos\theta + \xi_r \sqrt{1 - \xi_r^2 \sin^2\theta}} \Longrightarrow \boxed{r_p = \frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \frac{\cos\theta - \xi_r}{\cos\theta + \xi_r}}$$

在 $\xi_r \sim 0$ 展开

对 s 波：

$$\boxed{r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = -1 + 2\xi_r \cos\theta}$$

对 p 波：

$$r_p = \frac{k\epsilon_2 \cos\theta - k''_z \epsilon_1}{k\epsilon_2 \cos\theta + k''_z \epsilon_1} = \frac{\epsilon' \cos\theta - \sqrt{\epsilon'\epsilon_0 - \epsilon_0^2 \sin^2\theta}}{\epsilon' \cos\theta + \sqrt{\epsilon'\epsilon_0 - \epsilon_0^2 \sin^2\theta}}$$

其中：$k = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$

$k''_z = \sqrt{\omega^2\epsilon'\mu_0 - k^2 \sin^2\theta}$

$$= \frac{\cos\theta - \xi_r \sqrt{1 - \xi_r^2 \sin^2\theta}}{\cos\theta + \xi_r \sqrt{1 - \xi_r^2 \sin^2\theta}} \Longrightarrow \boxed{r_p = \frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \frac{\cos\theta - \xi_r}{\cos\theta + \xi_r}}$$

在 $\xi_r \sim 0$ 展开

讨论： (1) 反射系数：

对 s 波：

$$\boxed{r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = -1 + 2\xi_r \cos\theta}$$

对 p 波：

$$r_p = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - k''_z\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + k''_z\epsilon_1} = \frac{\epsilon'\cos\theta - \sqrt{\epsilon'\epsilon_0 - \epsilon_0^2\sin^2\theta}}{\epsilon'\cos\theta + \sqrt{\epsilon'\epsilon_0 - \epsilon_0^2\sin^2\theta}}$$

其中：$k = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$

$k''_z = \sqrt{\omega^2\epsilon'\mu_0 - k^2\sin^2\theta}$

$$= \frac{\cos\theta - \xi_r\sqrt{1-\xi_r^2\sin^2\theta}}{\cos\theta + \xi_r\sqrt{1-\xi_r^2\sin^2\theta}} \Longrightarrow \boxed{r_p = \frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \frac{\cos\theta - \xi_r}{\cos\theta + \xi_r}}$$

在 $\xi_r \sim 0$ 展开

讨论：(1) 反射系数：

$$R_s = |r_s|^2 = |2\xi_r\cos\theta - 1|^2 = 1 - 4\xi'_r\cos\theta \sim 1$$

$$R_p = |r_p|^2 = \left|\frac{\cos\theta - \xi_r}{\cos\theta + \xi_r}\right|^2 = 1 - \frac{4\xi'_r}{\cos\theta} \sim 1$$

当 $\dfrac{\pi}{2} - \theta$ 不是太小时

良导体的反射系数接近于 1，金属光泽、雷达原理、电磁波屏蔽、波导管、谐振腔

对 s 波:

$$\boxed{r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = -1 + 2\xi_r \cos\theta}$$

对 p 波:

$$r_p = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - k''_z\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + k''_z\epsilon_1} = \frac{\epsilon'\cos\theta - \sqrt{\epsilon'\epsilon_0 - \epsilon_0^2\sin^2\theta}}{\epsilon'\cos\theta + \sqrt{\epsilon'\epsilon_0 - \epsilon_0^2\sin^2\theta}}$$

其中：$k = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$

$k''_z = \sqrt{\omega^2\epsilon'\mu_0 - k^2\sin^2\theta}$

$$= \frac{\cos\theta - \xi_r\sqrt{1-\xi_r^2\sin^2\theta}}{\cos\theta + \xi_r\sqrt{1-\xi_r^2\sin^2\theta}} \Longrightarrow \boxed{r_p = \frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \frac{\cos\theta - \xi_r}{\cos\theta + \xi_r}}$$

在 $\xi_r \sim 0$ 展开

讨论： (1) 反射系数:

$$R_s = |r_s|^2 = |2\xi_r\cos\theta - 1|^2 = 1 - 4\xi'_r\cos\theta \sim 1$$

$$R_p = |r_p|^2 = \left|\frac{\cos\theta - \xi_r}{\cos\theta + \xi_r}\right|^2 = 1 - \frac{4\xi'_r}{\cos\theta} \sim 1$$

当 $\frac{\pi}{2} - \theta$ 不是太小时

良导体的反射系数接近于 1，金属光泽、雷达原理、电磁波屏蔽、波导管、谐振腔

(2) 半波损失

对 s 波：

$$\boxed{r_s = \frac{\mathcal{E}'_{0s}}{\mathcal{E}_{0s}} = -1 + 2\xi_r \cos\theta}$$

对 p 波：

$$r_p = \frac{k\epsilon_2\cos\theta - k''_z\epsilon_1}{k\epsilon_2\cos\theta + k''_z\epsilon_1} = \frac{\epsilon'\cos\theta - \sqrt{\epsilon'\epsilon_0 - \epsilon_0^2\sin^2\theta}}{\epsilon'\cos\theta + \sqrt{\epsilon'\epsilon_0 - \epsilon_0^2\sin^2\theta}}$$

其中：$k = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$

$k''_z = \sqrt{\omega^2\epsilon'\mu_0 - k^2\sin^2\theta}$

$$= \frac{\cos\theta - \xi_r\sqrt{1-\xi_r^2\sin^2\theta}}{\cos\theta + \xi_r\sqrt{1-\xi_r^2\sin^2\theta}} \Longrightarrow \boxed{r_p = \frac{\mathcal{E}'_{0p}}{\mathcal{E}_{0p}} = \frac{\cos\theta - \xi_r}{\cos\theta + \xi_r}}$$

在 $\xi_r \sim 0$ 展开

讨论： (1) 反射系数：

$$R_s = |r_s|^2 = |2\xi_r\cos\theta - 1|^2 = 1 - 4\xi'_r\cos\theta \sim 1$$

$$R_p = |r_p|^2 = \left|\frac{\cos\theta - \xi_r}{\cos\theta + \xi_r}\right|^2 = 1 - \frac{4\xi'_r}{\cos\theta} \sim 1$$

当 $\frac{\pi}{2} - \theta$ 不是太小时

良导体的反射系数接近于 1，金属光泽、雷达原理、电磁波屏蔽、波导管、谐振腔

(2) 半波损失

近正入射时，$\theta \sim 0$

$$\begin{cases} r_s = -1 + 2\xi_r\cos\theta \sim e^{i\pi} \\ r_p = 1 - \dfrac{4\xi'_r}{\cos\theta} \sim 1 \end{cases}$$

反射波与入射波基本反相

思考：为何 $r_p \sim 1$ 表示反相

例 1：导体内的功耗

从上分析可知，当电磁波入射到良导体表面时，波基本被反射，但仍有一小部分透入导体

透入导体电磁波驱动导体内的自由电子形成传导电流，最终透入导体的能量转化为焦耳热

例 1：导体内的功耗

从上分析可知，当电磁波入射到良导体表面时，波基本被反射，但仍有一小部分透入导体

透入导体电磁波驱动导体内的自由电子形成传导电流，最终透入导体的能量转化为焦耳热

设入射面为 xoz 面，导体表面为 $z=0$ 面，透入良导体电磁波波矢：$\vec{\boldsymbol{k}}=i\vec{\boldsymbol{\alpha}}+\vec{\boldsymbol{\beta}}$

$$\vec{\boldsymbol{\alpha}}=\alpha\,\hat{\boldsymbol{e}}_z,\quad \vec{\boldsymbol{\beta}}=\beta_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x+\beta_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z,\quad \beta_x\ll\beta_z=\beta,\quad \alpha=\beta=\sqrt{\frac{\mu_0\omega\sigma_c}{2}}$$

例 1：导体内的功耗

从上分析可知，当电磁波入射到良导体表面时，波基本被反射，但仍有一小部分透入导体

透入导体电磁波驱动导体内的自由电子形成传导电流，最终透入导体的能量转化为焦耳热

设入射面为 xoz 面，导体表面为 $z=0$ 面，透入良导体电磁波波矢：$\vec{\boldsymbol{k}} = i\vec{\boldsymbol{\alpha}} + \vec{\boldsymbol{\beta}}$

$$\vec{\boldsymbol{\alpha}} = \alpha\,\hat{\boldsymbol{e}}_z, \quad \vec{\boldsymbol{\beta}} = \beta_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \beta_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z, \quad \beta_x \ll \beta_z = \beta, \quad \alpha = \beta = \sqrt{\frac{\mu_0\omega\sigma_c}{2}}$$

电场：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{-\alpha z - i\beta z}$， 电流密度矢量：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{J}}} = \sigma_c\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''$ $X(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = \mathrm{Re}\left[\,\mathcal{X}(\vec{\boldsymbol{r}})e^{-i\omega t}\,\right]$

例 1：导体内的功耗

从上分析可知，当电磁波入射到良导体表面时，波基本被反射，但仍有一小部分透入导体

透入导体电磁波驱动导体内的自由电子形成传导电流，最终透入导体的能量转化为焦耳热

设入射面为 xoz 面，导体表面为 $z = 0$ 面，透入良导体电磁波波矢：$\vec{\boldsymbol{k}} = i\vec{\boldsymbol{\alpha}} + \vec{\boldsymbol{\beta}}$

$$\vec{\boldsymbol{\alpha}} = \alpha\,\hat{\boldsymbol{e}}_z, \quad \vec{\boldsymbol{\beta}} = \beta_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \beta_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z, \quad \beta_x \ll \beta_z = \beta, \quad \alpha = \beta = \sqrt{\frac{\mu_0\omega\sigma_c}{2}}$$

电场：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{-\alpha z - i\beta z}$，　　电流密度矢量：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{J}}} = \sigma_c\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''$　　$X(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = \mathrm{Re}\left[\,\mathcal{X}(\vec{\boldsymbol{r}})e^{-i\omega t}\,\right]$

导体内单位体积平均功耗：$p = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{J}}}\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''^{*}\,\right] = \dfrac{1}{2}\sigma_c\left|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\right|^2 e^{-2\alpha z}$

例 1：导体内的功耗

从上分析可知，当电磁波入射到良导体表面时，波基本被反射，但仍有一小部分透入导体

透入导体电磁波驱动导体内的自由电子形成传导电流，最终透入导体的能量转化为焦耳热

设入射面为 xoz 面，导体表面为 $z=0$ 面，透入良导体电磁波波矢：$\vec{\boldsymbol{k}} = i\vec{\boldsymbol{\alpha}} + \vec{\boldsymbol{\beta}}$

$$\vec{\boldsymbol{\alpha}} = \alpha\,\hat{\boldsymbol{e}}_z, \quad \vec{\boldsymbol{\beta}} = \beta_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \beta_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z, \quad \beta_x \ll \beta_z = \beta, \quad \alpha = \beta = \sqrt{\frac{\mu_0\omega\sigma_c}{2}}$$

电场：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0'' e^{-\alpha z - i\beta z}$，　电流密度矢量：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{J}}} = \sigma_c\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''$　　$X(\vec{\boldsymbol{r}},t) = \mathrm{Re}\left[\,\mathcal{X}(\vec{\boldsymbol{r}})e^{-i\omega t}\,\right]$

导体内单位体积平均功耗：$p = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{J}}}\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''^{*}\,\right] = \dfrac{1}{2}\sigma_c\left|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0''\right|^2 e^{-2\alpha z}$

在导体外看，导体单位表面积平均功耗：$P = \displaystyle\int_0^\infty p\,\mathrm{d}z = \frac{1}{2}\sigma_c\left|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0''\right|^2\int_0^\infty e^{-2\alpha z}\,\mathrm{d}z = \frac{\sigma_c\left|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0''\right|^2}{4\alpha}$

例 1：导体内的功耗

从上分析可知，当电磁波入射到良导体表面时，波基本被反射，但仍有一小部分透入导体

透入导体电磁波驱动导体内的自由电子形成传导电流，最终透入导体的能量转化为焦耳热

设入射面为 xoz 面，导体表面为 $z=0$ 面，透入良导体电磁波波矢：$\vec{\boldsymbol{k}} = i\vec{\boldsymbol{\alpha}} + \vec{\boldsymbol{\beta}}$

$$\vec{\boldsymbol{\alpha}} = \alpha\,\hat{\boldsymbol{e}}_z, \quad \vec{\boldsymbol{\beta}} = \beta_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \beta_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z, \quad \beta_x \ll \beta_z = \beta, \quad \alpha = \beta = \sqrt{\frac{\mu_0\omega\sigma_c}{2}}$$

电场：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{-\alpha z - i\beta z}$，　　电流密度矢量：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{J}}} = \sigma_c\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''$　　$X(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = \mathrm{Re}\left[\,\mathcal{X}(\vec{\boldsymbol{r}})e^{-i\omega t}\,\right]$

导体内单位体积平均功耗：$p = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{J}}}\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''^{*}\,\right] = \dfrac{1}{2}\sigma_c\left|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\right|^2 e^{-2\alpha z}$

在导体外看，导体单位表面积平均功耗：$P = \displaystyle\int_0^\infty p\,\mathrm{d}z = \frac{1}{2}\sigma_c\left|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\right|^2\int_0^\infty e^{-2\alpha z}\,\mathrm{d}z = \frac{\sigma_c\left|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\right|^2}{4\alpha}$

因电磁波只透入良导体表面一薄层，电流也只在导体表面薄薄一层流，故可引入表面面电流密度

$$\vec{\boldsymbol{\alpha}}_f = \int_0^\infty \vec{\boldsymbol{j}}\,\mathrm{d}z = \sigma_c\int_0^\infty \mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''e^{-i\omega t}\,\right]\,\mathrm{d}z = \sigma_c\,\mathrm{Re}\left[\int_0^\infty \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{-\alpha z - i\beta z}e^{-i\omega t}\,\mathrm{d}z\right]$$

例 1：导体内的功耗

从上分析可知，当电磁波入射到良导体表面时，波基本被反射，但仍有一小部分透入导体

透入导体电磁波驱动导体内的自由电子形成传导电流，最终透入导体的能量转化为焦耳热

设入射面为 xoz 面，导体表面为 $z=0$ 面，透入良导体电磁波波矢：$\vec{\boldsymbol{k}} = i\vec{\boldsymbol{\alpha}} + \vec{\boldsymbol{\beta}}$

$$\vec{\boldsymbol{\alpha}} = \alpha\,\hat{\boldsymbol{e}}_z, \quad \vec{\boldsymbol{\beta}} = \beta_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \beta_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z, \quad \beta_x \ll \beta_z = \beta, \quad \alpha = \beta = \sqrt{\frac{\mu_0\omega\sigma_c}{2}}$$

电场：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{-\alpha z - i\beta z}$，　　电流密度矢量：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{J}}} = \sigma_c\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''$　　$X(\vec{\boldsymbol{r}},t) = \mathrm{Re}\left[\,\mathcal{X}(\vec{\boldsymbol{r}})e^{-i\omega t}\,\right]$

导体内单位体积平均功耗：$p = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{J}}}\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''^{*}\,\right] = \dfrac{1}{2}\sigma_c\left|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\right|^2 e^{-2\alpha z}$

在导体外看，导体单位表面积平均功耗：$P = \displaystyle\int_0^\infty p\,\mathrm{d}z = \frac{1}{2}\sigma_c\left|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\right|^2\int_0^\infty e^{-2\alpha z}\,\mathrm{d}z = \frac{\sigma_c\left|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\right|^2}{4\alpha}$

因电磁波只透入良导体表面一薄层，电流也只在导体表面薄薄一层流，故可引入表面面电流密度

$$\vec{\boldsymbol{\alpha}}_f = \int_0^\infty \vec{\boldsymbol{j}}\,\mathrm{d}z = \sigma_c\int_0^\infty \mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''e^{-i\omega t}\,\right]\mathrm{d}z = \sigma_c\,\mathrm{Re}\left[\int_0^\infty \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{-\alpha z - i\beta z}e^{-i\omega t}\,\mathrm{d}z\right]$$

$$= \alpha_{f0}\mathrm{Re}\left[\,(q_1\,\hat{\boldsymbol{e}}_1 + q_2\,\hat{\boldsymbol{e}}_2)e^{i\phi - i\omega t}\,\right]$$

其中：$\alpha_{f0} = \dfrac{\sigma_c\left|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\right|}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}$，　$\left|(q_1\,\hat{\boldsymbol{e}}_1 + q_2\,\hat{\boldsymbol{e}}_2)\right|^2 = 1$

例 1：导体内的功耗

从上分析可知，当电磁波入射到良导体表面时，波基本被反射，但仍有一小部分透入导体

透入导体电磁波驱动导体内的自由电子形成传导电流，最终透入导体的能量转化为焦耳热

设入射面为 xoz 面，导体表面为 $z=0$ 面，透入良导体电磁波波矢：$\vec{\boldsymbol{k}}=i\vec{\boldsymbol{\alpha}}+\vec{\boldsymbol{\beta}}$

$$\vec{\boldsymbol{\alpha}}=\alpha\,\hat{\boldsymbol{e}}_z,\quad \vec{\boldsymbol{\beta}}=\beta_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x+\beta_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z,\quad \beta_x\ll\beta_z=\beta,\quad \alpha=\beta=\sqrt{\frac{\mu_0\omega\sigma_c}{2}}$$

电场：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''=\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0e^{-\alpha z-i\beta z}$，　电流密度矢量：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{J}}}=\sigma_c\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''$　　$X(\vec{\boldsymbol{r}},t)=\mathrm{Re}\left[\,\mathcal{X}(\vec{\boldsymbol{r}})e^{-i\omega t}\,\right]$

导体内单位体积平均功耗：$p=\dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{J}}}\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''^{*}\,\right]=\dfrac{1}{2}\sigma_c\big|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\big|^2e^{-2\alpha z}$

在导体外看，导体单位表面积平均功耗：$P=\displaystyle\int_0^\infty p\,\mathrm{d}z=\frac{1}{2}\sigma_c\big|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\big|^2\int_0^\infty e^{-2\alpha z}\,\mathrm{d}z=\frac{\sigma_c\big|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\big|^2}{4\alpha}$

因电磁波只透入良导体表面一薄层，电流也只在导体表面薄薄一层流，故可引入表面面电流密度

$$\vec{\boldsymbol{\alpha}}_f=\int_0^\infty\vec{\boldsymbol{j}}\,\mathrm{d}z=\sigma_c\int_0^\infty\mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''e^{-i\omega t}\,\right]\mathrm{d}z=\sigma_c\,\mathrm{Re}\left[\int_0^\infty\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0e^{-\alpha z-i\beta z}e^{-i\omega t}\,\mathrm{d}z\right]$$

$$=\alpha_{f0}\mathrm{Re}\left[\,(q_1\,\hat{\boldsymbol{e}}_1+q_2\,\hat{\boldsymbol{e}}_2)e^{i\phi-i\omega t}\,\right]$$

其中：$\alpha_{f0}=\dfrac{\sigma_c\big|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\big|}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}$，　$\big|(q_1\,\hat{\boldsymbol{e}}_1+q_2\,\hat{\boldsymbol{e}}_2)\big|^2=1$

$$\boxed{P=\frac{\sigma_c\big|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\big|^2}{4\alpha}=\frac{1}{2\delta\sigma_c}\alpha_{f0}^2}$$

例 1：导体内的功耗

从上分析可知，当电磁波入射到良导体表面时，波基本被反射，但仍有一小部分透入导体

透入导体电磁波驱动导体内的自由电子形成传导电流，最终透入导体的能量转化为焦耳热

设入射面为 xoz 面，导体表面为 $z=0$ 面，透入良导体电磁波波矢：$\vec{\boldsymbol{k}} = i\vec{\boldsymbol{\alpha}} + \vec{\boldsymbol{\beta}}$

$$\vec{\boldsymbol{\alpha}} = \alpha\,\hat{\boldsymbol{e}}_z,\quad \vec{\boldsymbol{\beta}} = \beta_x\,\hat{\boldsymbol{e}}_x + \beta_z\,\hat{\boldsymbol{e}}_z,\quad \beta_x \ll \beta_z = \beta,\quad \alpha = \beta = \sqrt{\frac{\mu_0\omega\sigma_c}{2}}$$

电场：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{-\alpha z - i\beta z}$，　电流密度矢量：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{J}}} = \sigma_c\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''$　　$X(\vec{\boldsymbol{r}},t) = \mathrm{Re}\left[\,\mathcal{X}(\vec{\boldsymbol{r}})e^{-i\omega t}\,\right]$

导体内单位体积平均功耗：$p = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{J}}}\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''^{*}\,\right] = \dfrac{1}{2}\sigma_c\left|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\right|^2 e^{-2\alpha z}$

在导体外看，导体单位表面积平均功耗：$P = \displaystyle\int_0^\infty p\,\mathrm{d}z = \frac{1}{2}\sigma_c\left|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\right|^2\int_0^\infty e^{-2\alpha z}\,\mathrm{d}z = \frac{\sigma_c\left|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\right|^2}{4\alpha}$

因电磁波只透入良导体表面一薄层，电流也只在导体表面薄薄一层流，故可引入表面面电流密度

$$\vec{\boldsymbol{\alpha}}_f = \int_0^\infty \vec{\boldsymbol{j}}\,\mathrm{d}z = \sigma_c\int_0^\infty \mathrm{Re}\left[\,\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''e^{-i\omega t}\,\right]\mathrm{d}z = \sigma_c\,\mathrm{Re}\left[\int_0^\infty \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0 e^{-\alpha z - i\beta z}e^{-i\omega t}\,\mathrm{d}z\right]$$

$$= \alpha_{f0}\mathrm{Re}\left[\,(q_1\,\hat{\boldsymbol{e}}_1 + q_2\,\hat{\boldsymbol{e}}_2)e^{i\phi - i\omega t}\,\right]$$

其中：$\alpha_{f0} = \dfrac{\sigma_c\left|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\right|}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}$，　$\left|(q_1\,\hat{\boldsymbol{e}}_1 + q_2\,\hat{\boldsymbol{e}}_2)\right|^2 = 1$

$$\boxed{P = \frac{\sigma_c\left|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''_0\right|^2}{4\alpha} = \frac{1}{2\delta\sigma_c}\alpha_{f0}^2}$$

α_{f0} 为表面面电流密度的峰值，$\delta = \dfrac{1}{\alpha}$ 为透入深度。

Let there be light

$$P = \frac{\sigma_c \left| \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0'' \right|^2}{4\alpha} = \frac{1}{2\delta\sigma_c}\alpha_{f0}^2, \qquad \delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\omega\sigma_c}}$$

$$P = \frac{\sigma_c \left|\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_0''\right|^2}{4\alpha} = \frac{1}{2\delta\sigma_c}\alpha_{f0}^2, \qquad \delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\omega\sigma_c}}$$

引入：$\xi = \xi_r\sqrt{\dfrac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \xi' + i\xi'', \quad \xi_r' = -\xi_r'' = \sqrt{\dfrac{\omega\epsilon_0}{2\sigma_c}}, \quad \Longrightarrow \quad \xi' = -\xi'' = \sqrt{\dfrac{\omega\mu_0}{2\sigma_c}}$

$\Longrightarrow \quad P = \dfrac{1}{2}\xi'\alpha_{f0}^2$ $\quad \xi$ 称为金属表面阻抗，从 P 的表达式可看出它起着表面电阻的作用。

讨论：

$$P=\frac{\sigma_c\left|\vec{\mathcal{E}}_0''\right|^2}{4\alpha}=\frac{1}{2\delta\sigma_c}\alpha_{f0}^2,\qquad \delta=\frac{1}{\alpha}=\sqrt{\frac{2}{\mu_0\omega\sigma_c}}$$

引入：$\xi=\xi_r\sqrt{\dfrac{\mu_0}{\epsilon_0}}=\xi'+i\xi''$， $\xi_r'=-\xi_r''=\sqrt{\dfrac{\omega\epsilon_0}{2\sigma_c}}$, $\Longrightarrow$ $\xi'=-\xi''=\sqrt{\dfrac{\omega\mu_0}{2\sigma_c}}$

$\Longrightarrow$ $P=\dfrac{1}{2}\xi'\alpha_{f0}^2$ ξ 称为金属表面阻抗，从 P 的表达式可看出它起着表面电阻的作用。

讨论：

(1) 如电导率为常数，导体的功耗正比于 $\sqrt{\omega}$

$$P = \frac{\sigma_c\left|\vec{\mathcal{E}}_0''\right|^2}{4\alpha} = \frac{1}{2\delta\sigma_c}\alpha_{f0}^2, \qquad \delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\omega\sigma_c}}$$

引入：$\xi = \xi_r\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \xi' + i\xi'', \quad \xi_r' = -\xi_r'' = \sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{2\sigma_c}}, \quad \Longrightarrow \quad \xi' = -\xi'' = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma_c}}$

$\Longrightarrow \quad P = \frac{1}{2}\xi'\alpha_{f0}^2$ $\quad \xi$ 称为金属表面阻抗，从 P 的表达式可看出它起着表面电阻的作用。

讨论：

(1) 如电导率为常数，导体的功耗正比于 $\sqrt{\omega}$

$$P = \frac{1}{2}\xi'\alpha_{f0}^2, \quad \xi' = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma_c}} \quad \Longrightarrow \quad P \propto \sqrt{\omega} \quad \text{qed}$$

$$P=\frac{\sigma_c\left|\vec{\mathcal{E}}_0''\right|^2}{4\alpha}=\frac{1}{2\delta\sigma_c}\alpha_{f0}^2,\qquad \delta=\frac{1}{\alpha}=\sqrt{\frac{2}{\mu_0\omega\sigma_c}}$$

引入：$\xi=\xi_r\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}=\xi'+i\xi'',\quad \xi_r'=-\xi_r''=\sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{2\sigma_c}},\quad \Longrightarrow \quad \xi'=-\xi''=\sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma_c}}$

$\Longrightarrow \quad P=\frac{1}{2}\xi'\alpha_{f0}^2 \quad$ ξ 称为金属表面阻抗，从 P 的表达式可看出它起着表面电阻的作用。

讨论：

(1) 如电导率为常数，导体的功耗正比于 $\sqrt{\omega}$

$$P=\frac{1}{2}\xi'\alpha_{f0}^2,\quad \xi'=\sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma_c}}\quad\Longrightarrow\quad P\propto\sqrt{\omega}\quad \text{qed}$$

(2) 思考：从 P 的另一表达式

$$P=\frac{\sigma_c\left|\vec{\mathcal{E}}_0''\right|^2}{4\alpha}=\frac{1}{2\delta\sigma_c}\alpha_{f0}^2,\qquad \delta=\frac{1}{\alpha}=\sqrt{\frac{2}{\mu_0\omega\sigma_c}}$$

引入：$\xi=\xi_r\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}=\xi'+i\xi''$, $\quad \xi_r'=-\xi_r''=\sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{2\sigma_c}}$, $\quad\Longrightarrow\quad \xi'=-\xi''=\sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma_c}}$

$\Longrightarrow \quad P=\frac{1}{2}\xi'\alpha_{f0}^2 \quad$ ξ 称为金属表面阻抗，从 P 的表达式可看出它起着表面电阻的作用。

讨论：

(1) 如电导率为常数，导体的功耗正比于 $\sqrt{\omega}$

$$P=\frac{1}{2}\xi'\alpha_{f0}^2,\quad \xi'=\sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma_c}}\quad\Longrightarrow\quad P\propto\sqrt{\omega}\quad \text{qed}$$

(2) 思考：从 P 的另一表达式

$$P=\frac{\sigma_c\left|\vec{\mathcal{E}}_0''\right|^2}{4\alpha},\qquad \alpha=\sqrt{\frac{\omega\mu_0\sigma_c}{2}}\quad\Longrightarrow\quad P\propto\frac{1}{\sqrt{\omega}}\ ?$$

例 2：振幅为 E_0 的线偏振平面电磁波从真空垂直入射到良导体表面，求导体受到的辐射压力

例 2：振幅为 E_0 的线偏振平面电磁波从真空垂直入射到良导体表面，求导体受到的辐射压力

(1) 看成导体内电荷受到的洛仑兹力

例 2：振幅为 E_0 的线偏振平面电磁波从真空垂直入射到良导体表面，求导体受到的辐射压力

(1) 看成导体内电荷受到的洛仑兹力

垂直入射，可视为 s 波，在导体内电场：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{-\alpha z} e^{i\beta z - i\omega t}, \quad \alpha = \beta = \sqrt{\dfrac{\omega\mu_0\sigma_c}{2}}$

例 2：振幅为 E_0 的线偏振平面电磁波从真空垂直入射到良导体表面，求导体受到的辐射压力

(1) 看成导体内电荷受到的洛仑兹力

垂直入射，可视为 s 波，在导体内电场：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{-\alpha z} e^{i\beta z - i\omega t}$， $\alpha = \beta = \sqrt{\dfrac{\omega\mu_0\sigma_c}{2}}$

电场平行于表面，故对辐射压力没有贡献。

例 2：振幅为 E_0 的线偏振平面电磁波从真空垂直入射到良导体表面，求导体受到的辐射压力

(1) 看成导体内电荷受到的洛仑兹力

垂直入射，可视为 s 波，在导体内电场：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{-\alpha z} e^{i\beta z - i\omega t}$，　$\alpha = \beta = \sqrt{\dfrac{\omega\mu_0\sigma_c}{2}}$

电场平行于表面，故对辐射压力没有贡献。

$$\vec{\boldsymbol{k}}'' = (i\alpha + \beta)\,\hat{\boldsymbol{e}}_z = k_z''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z \qquad \vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}'' = \frac{\vec{\boldsymbol{k}}'' \times \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''}{\omega\mu_0} = -\frac{\sqrt{2}\alpha\mathcal{E}_0''}{\omega\mu_0}\,\hat{\boldsymbol{e}}_x e^{i(\pi/4)} e^{-\alpha z} e^{i\beta z - i\omega t}$$

例 2：振幅为 E_0 的线偏振平面电磁波从真空垂直入射到良导体表面，求导体受到的辐射压力

(1) 看成导体内电荷受到的洛仑兹力

垂直入射，可视为 s 波，在导体内电场：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{-\alpha z} e^{i\beta z - i\omega t}$， $\alpha = \beta = \sqrt{\dfrac{\omega\mu_0\sigma_c}{2}}$

电场平行于表面，故对辐射压力没有贡献。

$$\vec{\boldsymbol{k}}'' = (i\alpha + \beta)\,\hat{\boldsymbol{e}}_z = k_z''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z \qquad \vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}'' = \frac{\vec{\boldsymbol{k}}'' \times \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''}{\omega\mu_0} = -\frac{\sqrt{2}\alpha\mathcal{E}_0''}{\omega\mu_0}\,\hat{\boldsymbol{e}}_x e^{i(\pi/4)} e^{-\alpha z} e^{i\beta z - i\omega t}$$

导体内一小体积元受到的磁力：$\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{f}} = \vec{\boldsymbol{j}}\,\mathrm{d}\tau \times \vec{\boldsymbol{B}}$

例 2：振幅为 E_0 的线偏振平面电磁波从真空垂直入射到良导体表面，求导体受到的辐射压力

(1) 看成导体内电荷受到的洛仑兹力

垂直入射，可视为 s 波，在导体内电场：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{-\alpha z} e^{i\beta z - i\omega t}$, $\quad \alpha = \beta = \sqrt{\dfrac{\omega\mu_0\sigma_c}{2}}$

电场平行于表面，故对辐射压力没有贡献。

$$\vec{\boldsymbol{k}}'' = (i\alpha + \beta)\,\hat{\boldsymbol{e}}_z = k_z''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z \qquad \vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}'' = \frac{\vec{\boldsymbol{k}}'' \times \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''}{\omega\mu_0} = -\frac{\sqrt{2}\alpha\mathcal{E}_0''}{\omega\mu_0}\,\hat{\boldsymbol{e}}_x e^{i(\pi/4)} e^{-\alpha z} e^{i\beta z - i\omega t}$$

导体内一小体积元受到的磁力：$\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{f}} = \vec{\boldsymbol{j}}\,\mathrm{d}\tau \times \vec{\boldsymbol{B}}$

从导体外表面看，单位面积受到的平均磁力：$\langle\vec{\boldsymbol{F}}\rangle = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^\infty \mathrm{Re}\Big[\overbrace{\sigma_c\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''}^{\vec{\boldsymbol{j}}} \times \overbrace{\mu_0\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}''^{*}}^{\vec{\boldsymbol{B}}}\Big]\,\mathrm{d}z$

例 2：振幅为 E_0 的线偏振平面电磁波从真空垂直入射到良导体表面，求导体受到的辐射压力

(1) 看成导体内电荷受到的洛仑兹力

垂直入射，可视为 s 波，在导体内电场：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}'' = \mathcal{E}_0''\,\hat{\boldsymbol{e}}_y e^{-\alpha z} e^{i\beta z - i\omega t}$， $\alpha = \beta = \sqrt{\dfrac{\omega\mu_0\sigma_c}{2}}$

电场平行于表面，故对辐射压力没有贡献。

$$\vec{\boldsymbol{k}}'' = (i\alpha + \beta)\,\hat{\boldsymbol{e}}_z = k_z''\,\hat{\boldsymbol{e}}_z \qquad \vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}'' = \frac{\vec{\boldsymbol{k}}'' \times \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''}{\omega\mu_0} = -\frac{\sqrt{2}\alpha\mathcal{E}_0''}{\omega\mu_0}\,\hat{\boldsymbol{e}}_x e^{i(\pi/4)} e^{-\alpha z} e^{i\beta z - i\omega t}$$

导体内一小体积元受到的磁力：$\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{f}} = \vec{\boldsymbol{j}}\,\mathrm{d}\tau \times \vec{\boldsymbol{B}}$

从导体外表面看，单位面积受到的平均磁力：$\langle\vec{\boldsymbol{F}}\rangle = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^\infty \mathrm{Re}\Big[\overbrace{\sigma_c\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}''}^{\vec{\boldsymbol{j}}} \times \overbrace{\mu_0\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}''^{*}}^{\vec{\boldsymbol{B}}}\Big]\,\mathrm{d}z$

辐射压力：$\langle P\rangle = \dfrac{\sigma_c}{4\omega}|\mathcal{E}_0''|^2\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$，

例 2：振幅为 E_0 的线偏振平面电磁波从真空垂直入射到良导体表面，求导体受到的辐射压力

(1) 看成导体内电荷受到的洛仑兹力

垂直入射，可视为 s 波，在导体内电场：$\vec{\mathcal{E}}'' = \mathcal{E}_0''\,\hat{e}_y e^{-\alpha z} e^{i\beta z - i\omega t}$, $\quad \alpha = \beta = \sqrt{\dfrac{\omega\mu_0\sigma_c}{2}}$

电场平行于表面，故对辐射压力没有贡献。

$$\vec{k}'' = (i\alpha + \beta)\,\hat{e}_z = k_z''\,\hat{e}_z \qquad \vec{\mathcal{H}}'' = \frac{\vec{k}'' \times \vec{\mathcal{E}}''}{\omega\mu_0} = -\frac{\sqrt{2}\alpha\mathcal{E}_0''}{\omega\mu_0}\,\hat{e}_x e^{i(\pi/4)} e^{-\alpha z} e^{i\beta z - i\omega t}$$

导体内一小体积元受到的磁力：$\mathrm{d}\vec{f} = \vec{j}\,\mathrm{d}\tau \times \vec{B}$

从导体外表面看，单位面积受到的平均磁力：$\langle \vec{F} \rangle = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^\infty \mathrm{Re}\Big[\overbrace{\sigma_c \vec{\mathcal{E}}''}^{\vec{j}} \times \overbrace{\mu_0 \vec{\mathcal{H}}''^{*}}^{\vec{B}}\Big]\,\mathrm{d}z$

辐射压力：$\langle P \rangle = \dfrac{\sigma_c}{4\omega}|\mathcal{E}_0''|^2\,\hat{e}_z$,

对 s 波：

$$t_s = \frac{\mathcal{E}_0''}{\mathcal{E}_0} = \frac{2k\mu_2\cos\theta}{k\mu_2\,\cos\theta + k_z''\mu_1} = \frac{2k}{k + (i\alpha + \beta)} = \frac{2}{1 + \sqrt{\dfrac{\sigma_c}{\omega\epsilon_0}}\,e^{i\pi/4}} = 2\sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{\sigma_c}}\,e^{-i\pi/4}$$

例 2：振幅为 E_0 的线偏振平面电磁波从真空垂直入射到良导体表面，求导体受到的辐射压力

(1) 看成导体内电荷受到的洛仑兹力

垂直入射，可视为 s 波，在导体内电场：$\vec{\mathcal{E}}'' = \mathcal{E}_0''\,\hat{e}_y e^{-\alpha z} e^{i\beta z - i\omega t}$，　$\alpha = \beta = \sqrt{\dfrac{\omega\mu_0\sigma_c}{2}}$

电场平行于表面，故对辐射压力没有贡献。

$$\vec{k}'' = (i\alpha + \beta)\,\hat{e}_z = k_z''\,\hat{e}_z \qquad \vec{\mathcal{H}}'' = \frac{\vec{k}'' \times \vec{\mathcal{E}}''}{\omega\mu_0} = -\frac{\sqrt{2}\alpha\mathcal{E}_0''}{\omega\mu_0}\,\hat{e}_x e^{i(\pi/4)} e^{-\alpha z} e^{i\beta z - i\omega t}$$

导体内一小体积元受到的磁力：$\mathrm{d}\vec{f} = \vec{j}\,\mathrm{d}\tau \times \vec{B}$

从导体外表面看，单位面积受到的平均磁力：$\langle \vec{F} \rangle = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^\infty \mathrm{Re}\Big[\overbrace{\sigma_c\vec{\mathcal{E}}''}^{\vec{j}} \times \overbrace{\mu_0\vec{\mathcal{H}}''^{*}}^{\vec{B}}\Big]\,\mathrm{d}z$

辐射压力：$\langle P \rangle = \dfrac{\sigma_c}{4\omega}|\mathcal{E}_0''|^2\,\hat{e}_z$，

对 s 波：

$$t_s = \frac{\mathcal{E}_0''}{\mathcal{E}_0} = \frac{2k\mu_2\cos\theta}{k\mu_2\cos\theta + k_z''\mu_1} = \frac{2k}{k + (i\alpha + \beta)} = \frac{2}{1 + \sqrt{\dfrac{\sigma_c}{\omega\epsilon_0}}\,e^{i\pi/4}} = 2\sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{\sigma_c}}\,e^{-i\pi/4}$$

$$\Longrightarrow \quad \langle P \rangle = \epsilon_0|\mathcal{E}_0|^2\,\hat{e}_z$$

(2) 应用动量流密度张量 $\overleftrightarrow{\boldsymbol{T}}$

(2) 应用动量流密度张量 $\overleftrightarrow{\boldsymbol{T}}$

先求出反射波入射波复振幅， $k_z'' = i\alpha + \beta, \quad \alpha = \beta = \sqrt{\dfrac{\omega\mu_0\sigma_c}{2}}$

$$r_s = \frac{\mathcal{E}_0'}{\mathcal{E}_0} = \frac{k\mu_2 \cos\theta - k_z''\mu_1}{k\mu_2\ \cos\theta + k_z''\mu_1} = \frac{k - k_z''}{k + k_z''} = \frac{1 - \sqrt{\dfrac{\sigma_c}{\omega\epsilon_0}}\, e^{i(\pi/4)}}{1 + \sqrt{\dfrac{\sigma_c}{\omega\epsilon_0}}\, e^{i(\pi/4)}} \approx -1 + 2\sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{\sigma_c}}\, e^{-i(\pi/4)}$$

(2) 应用动量流密度张量 $\overleftrightarrow{\boldsymbol{T}}$

先求出反射波入射波复振幅， $k_z'' = i\alpha + \beta, \quad \alpha = \beta = \sqrt{\dfrac{\omega\mu_0\sigma_c}{2}}$

$$r_s = \frac{\mathcal{E}_0'}{\mathcal{E}_0} = \frac{k\mu_2\cos\theta - k_z''\mu_1}{k\mu_2\cos\theta + k_z''\mu_1} = \frac{k - k_z''}{k + k_z''} = \frac{1 - \sqrt{\dfrac{\sigma_c}{\omega\epsilon_0}}\,e^{i(\pi/4)}}{1 + \sqrt{\dfrac{\sigma_c}{\omega\epsilon_0}}\,e^{i(\pi/4)}} \approx -1 + 2\sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{\sigma_c}}\,e^{-i(\pi/4)}$$

$$\mathcal{E}_0' = r_s\mathcal{E}_0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_{tot} = (\mathcal{E}_0 e^{ikz} + r_s\mathcal{E}_0 e^{-ikz})e^{-i\omega t}\,\hat{\boldsymbol{e}}_y$$

(2) 应用动量流密度张量 $\overleftrightarrow{\boldsymbol{T}}$

先求出反射波入射波复振幅， $k_z'' = i\alpha + \beta, \quad \alpha = \beta = \sqrt{\dfrac{\omega\mu_0\sigma_c}{2}}$

$$r_s = \frac{\mathcal{E}_0'}{\mathcal{E}_0} = \frac{k\mu_2\cos\theta - k_z''\mu_1}{k\mu_2\cos\theta + k_z''\mu_1} = \frac{k - k_z''}{k + k_z''} = \frac{1 - \sqrt{\dfrac{\sigma_c}{\omega\epsilon_0}}\, e^{i(\pi/4)}}{1 + \sqrt{\dfrac{\sigma_c}{\omega\epsilon_0}}\, e^{i(\pi/4)}} \approx -1 + 2\sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{\sigma_c}}\, e^{-i(\pi/4)}$$

$$\mathcal{E}_0' = r_s\mathcal{E}_0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_{tot} = (\mathcal{E}_0 e^{ikz} + r_s\mathcal{E}_0 e^{-ikz})e^{-i\omega t}\,\hat{\boldsymbol{e}}_y$$

由： $\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{tot} = i\dfrac{\nabla\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}{\omega\mu_0} \quad \Longrightarrow \quad \vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{tot} = \dfrac{k}{\omega\mu_0}(\mathcal{E}_0 e^{ikz} - r_s\mathcal{E}_0 e^{-ikz})e^{-i\omega t}\,\hat{\boldsymbol{e}}_z \times \hat{\boldsymbol{e}}_y$

(2) 应用动量流密度张量 $\overleftrightarrow{\boldsymbol{T}}$

先求出反射波入射波复振幅， $k_z'' = i\alpha + \beta, \quad \alpha = \beta = \sqrt{\dfrac{\omega\mu_0\sigma_c}{2}}$

$$r_s = \frac{\mathcal{E}_0'}{\mathcal{E}_0} = \frac{k\mu_2\cos\theta - k_z''\mu_1}{k\mu_2\ \cos\theta + k_z''\mu_1} = \frac{k - k_z''}{k + k_z''} = \frac{1 - \sqrt{\dfrac{\sigma_c}{\omega\epsilon_0}}\, e^{i(\pi/4)}}{1 + \sqrt{\dfrac{\sigma_c}{\omega\epsilon_0}}\, e^{i(\pi/4)}} \approx -1 + 2\sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{\sigma_c}}\, e^{-i(\pi/4)}$$

$$\mathcal{E}_0' = r_s\mathcal{E}_0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_{tot} = (\mathcal{E}_0 e^{ikz} + r_s\mathcal{E}_0 e^{-ikz})e^{-i\omega t}\,\hat{\boldsymbol{e}}_y$$

由：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{tot} = i\dfrac{\nabla\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}{\omega\mu_0} \quad \Longrightarrow \quad \vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{tot} = \dfrac{k}{\omega\mu_0}(\mathcal{E}_0 e^{ikz} - r_s\mathcal{E}_0 e^{-ikz})e^{-i\omega t}\,\hat{\boldsymbol{e}}_z \times \hat{\boldsymbol{e}}_y$

$$\langle\overleftrightarrow{\boldsymbol{T}}\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{1}{2}(\epsilon_0\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_{tot}\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}^*_{tot} + \mu_0\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{tot}\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}^*_{tot})\overleftrightarrow{\boldsymbol{I}} - \epsilon_0\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_{tot}\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}^*_{tot} - \mu_0\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{tot}\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}^*_{tot}\right]$$

(2) 应用动量流密度张量 $\overleftrightarrow{\boldsymbol{T}}$

先求出反射波入射波复振幅， $k_z'' = i\alpha + \beta, \quad \alpha = \beta = \sqrt{\dfrac{\omega\mu_0\sigma_c}{2}}$

$$r_s = \frac{\mathcal{E}_0'}{\mathcal{E}_0} = \frac{k\mu_2\cos\theta - k_z''\mu_1}{k\mu_2\cos\theta + k_z''\mu_1} = \frac{k - k_z''}{k + k_z''} = \frac{1 - \sqrt{\dfrac{\sigma_c}{\omega\epsilon_0}}\, e^{i(\pi/4)}}{1 + \sqrt{\dfrac{\sigma_c}{\omega\epsilon_0}}\, e^{i(\pi/4)}} \approx -1 + 2\sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{\sigma_c}}\, e^{-i(\pi/4)}$$

$$\mathcal{E}_0' = r_s\mathcal{E}_0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_{tot} = (\mathcal{E}_0 e^{ikz} + r_s\mathcal{E}_0 e^{-ikz})e^{-i\omega t}\,\hat{\boldsymbol{e}}_y$$

由： $\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{tot} = i\dfrac{\nabla\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}{\omega\mu_0} \quad \Longrightarrow \quad \vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{tot} = \dfrac{k}{\omega\mu_0}(\mathcal{E}_0 e^{ikz} - r_s\mathcal{E}_0 e^{-ikz})e^{-i\omega t}\,\hat{\boldsymbol{e}}_z \times \hat{\boldsymbol{e}}_y$

$$\langle\overleftrightarrow{\boldsymbol{T}}\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{1}{2}(\epsilon_0\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_{tot}\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}^*_{tot} + \mu_0\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{tot}\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}^*_{tot})\overleftrightarrow{\boldsymbol{I}} - \epsilon_0\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_{tot}\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}^*_{tot} - \mu_0\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{tot}\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}^*_{tot}\right]$$

平均单位时间经过导体表面单位面积流入导体的动量即为辐射压力

(2) 应用动量流密度张量 $\overleftrightarrow{\boldsymbol{T}}$

先求出反射波入射波复振幅， $k_z'' = i\alpha + \beta, \quad \alpha = \beta = \sqrt{\dfrac{\omega\mu_0\sigma_c}{2}}$

$$r_s = \frac{\mathcal{E}_0'}{\mathcal{E}_0} = \frac{k\mu_2\cos\theta - k_z''\mu_1}{k\mu_2\ \cos\theta + k_z''\mu_1} = \frac{k - k_z''}{k + k_z''} = \frac{1 - \sqrt{\dfrac{\sigma_c}{\omega\epsilon_0}}\,e^{i(\pi/4)}}{1 + \sqrt{\dfrac{\sigma_c}{\omega\epsilon_0}}\,e^{i(\pi/4)}} \approx -1 + 2\sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{\sigma_c}}\,e^{-i(\pi/4)}$$

$$\mathcal{E}_0' = r_s\mathcal{E}_0 \quad\Longrightarrow\quad \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_{tot} = (\mathcal{E}_0 e^{ikz} + r_s\mathcal{E}_0 e^{-ikz})e^{-i\omega t}\,\hat{\boldsymbol{e}}_y$$

由：$\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{tot} = i\dfrac{\nabla\times\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}}{\omega\mu_0} \quad\Longrightarrow\quad \vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{tot} = \dfrac{k}{\omega\mu_0}(\mathcal{E}_0 e^{ikz} - r_s\mathcal{E}_0 e^{-ikz})e^{-i\omega t}\,\hat{\boldsymbol{e}}_z\times\,\hat{\boldsymbol{e}}_y$

$$\langle\overleftrightarrow{\boldsymbol{T}}\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{1}{2}(\epsilon_0\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_{tot}\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}^*_{tot} + \mu_0\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{tot}\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}^*_{tot})\overleftrightarrow{\boldsymbol{I}} - \epsilon_0\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_{tot}\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}^*_{tot} - \mu_0\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{tot}\cdot\vec{\boldsymbol{\mathcal{H}}}^*_{tot}\right]$$

平均单位时间经过导体表面单位面积流入导体的动量即为辐射压力

$$\langle P\rangle = \hat{\boldsymbol{e}}_z\cdot\langle\overleftrightarrow{\boldsymbol{T}}\rangle\Big|_{z=0} = \epsilon_0|\mathcal{E}_0|^2\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$$

(3) 利用反射前后动量的改变

(3) 利用反射前后动量的改变

入射波平均能流密度：$\langle\vec{S}\rangle = \frac{1}{2}\epsilon_0|\mathcal{E}_0|^2\vec{\boldsymbol{v}}_p = \frac{1}{2}\epsilon_0|\mathcal{E}_0|^2 c\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$

(3) 利用反射前后动量的改变

入射波平均能流密度：$\langle \vec{S} \rangle = \dfrac{1}{2}\epsilon_0 |\mathcal{E}_0|^2 \vec{v}_p = \dfrac{1}{2}\epsilon_0 |\mathcal{E}_0|^2 c\, \hat{e}_z$

入射波平均动量密度：$\langle \vec{g} \rangle = \dfrac{\langle \vec{S} \rangle}{c^2}$,

(3) 利用反射前后动量的改变

入射波平均能流密度：$\langle\vec{\boldsymbol{S}}\rangle = \dfrac{1}{2}\epsilon_0|\mathcal{E}_0|^2\vec{\boldsymbol{v}}_p = \dfrac{1}{2}\epsilon_0|\mathcal{E}_0|^2 c\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$

入射波平均动量密度：$\langle\vec{\boldsymbol{g}}\rangle = \dfrac{\langle\vec{\boldsymbol{S}}\rangle}{c^2}$,

单位时间投射到导体表面单位面积的动量：$\langle\vec{\boldsymbol{g}}\rangle \cdot c \cdot 1$

(3) 利用反射前后动量的改变

入射波平均能流密度：$\langle \vec{\boldsymbol{S}} \rangle = \dfrac{1}{2}\epsilon_0|\mathcal{E}_0|^2\vec{\boldsymbol{v}}_p = \dfrac{1}{2}\epsilon_0|\mathcal{E}_0|^2 c\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$

入射波平均动量密度：$\langle \vec{\boldsymbol{g}} \rangle = \dfrac{\langle \vec{\boldsymbol{S}} \rangle}{c^2}$,

单位时间投射到导体表面单位面积的动量：$\langle \vec{\boldsymbol{g}} \rangle \cdot c \cdot 1$

对良导体，反射系数近似为 1，投射到导体表面的动量全部被反射

(3) 利用反射前后动量的改变

入射波平均能流密度：$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2}\epsilon_0|\mathcal{E}_0|^2\vec{v}_p = \frac{1}{2}\epsilon_0|\mathcal{E}_0|^2 c\,\hat{e}_z$

入射波平均动量密度：$\langle \vec{g} \rangle = \frac{\langle \vec{S} \rangle}{c^2}$,

单位时间投射到导体表面单位面积的动量：$\langle \vec{g} \rangle \cdot c \cdot 1$

对良导体，反射系数近似为 1，投射到导体表面的动量全部被反射

故，单位时间作用于导体表面单位面积的动量为：$2c\langle \vec{g} \rangle$

(3) 利用反射前后动量的改变

入射波平均能流密度：$\langle\vec{\boldsymbol{S}}\rangle = \dfrac{1}{2}\epsilon_0|\mathcal{E}_0|^2\vec{\boldsymbol{v}}_p = \dfrac{1}{2}\epsilon_0|\mathcal{E}_0|^2 c\,\hat{\boldsymbol{e}}_z$

入射波平均动量密度：$\langle\vec{\boldsymbol{g}}\rangle = \dfrac{\langle\vec{\boldsymbol{S}}\rangle}{c^2}$,

单位时间投射到导体表面单位面积的动量：$\langle\vec{\boldsymbol{g}}\rangle\cdot c\cdot 1$

对良导体，反射系数近似为 1，投射到导体表面的动量全部被反射

故，单位时间作用于导体表面单位面积的动量为：$2c\langle\vec{\boldsymbol{g}}\rangle$

$\Longrightarrow$ 辐射压力：$\langle P\rangle = 2c\langle\vec{\boldsymbol{g}}\rangle = \epsilon_0|\mathcal{E}_0|^2$