

## 《投资学》习题及答案

### 题 1- 4 考察的是 “均值-方差分析”

1. 股票 K 和 L 的概率分布如下表所示：

情况	概率	股票 K 收益率(%)	股票 L 收益率(%)
1	0.10	10	9
2	0.20	11	8
3	0.40	12	7
4	0.20	13	6
5	0.10	14	9

- (1) 股票 K 和 L 的预期收益分别是多少？
- (2) 股票 K 和 L 的标准差分别是多少？
- (3) 股票 K 和 L 的协方差是多少？
- (4) 股票 K 和 L 的相关系数是多少？
- (5) 如果投资人在股票 K 和 L 上的投资分别是 35% 和 65%，那么其投资组合的预期收益是多少？
- (6) 如果投资人在股票 K 和 L 上的投资分别是 35% 和 65%，那么其投资组合的标准差是多少？

源自博迪习题集 P31

$$(1) \bar{r} = \sum_{i=1}^n r_i p_i$$

$$E(r_K) = 0.1 \times 10\% + 0.2 \times 11\% + 0.4 \times 12\% + 0.2 \times 13\% + 0.1 \times 14\% = 12\%$$

$$E(r_L) = 0.1 \times 9\% + 0.2 \times 8\% + 0.4 \times 7\% + 0.2 \times 6\% + 0.1 \times 9\% = 7.4\%$$

$$(2) \sigma_i = \left[ \sum_{i=1}^n p_i (r_i - \bar{r})^2 \right]^{1/2}$$

$$\sigma_K = \left[ 0.1 \times (10\% - 12\%)^2 + 0.2 \times (11\% - 12\%)^2 + 0.4 \times (12\% - 12\%)^2 + 0.2 \times (13\% - 12\%)^2 + 0.1 \times (14\% - 12\%)^2 \right]^{1/2} = 1.0954\%$$

$$\sigma_L = \left[ 0.1 \times (9\% - 7.4\%)^2 + 0.2 \times (8\% - 7.4\%)^2 + 0.4 \times (7\% - 7.4\%)^2 + 0.2 \times (6\% - 7.4\%)^2 + 0.1 \times (9\% - 7.4\%)^2 \right]^{1/2} = 1.0198\%$$

$$(3) cov_{ij} = \sum_{n=1}^m p_n (r_{i,n} - \bar{r}_i)(r_{j,n} - \bar{r}_j)$$

$$cov(r_K, r_L) = 0.1 \times (10\% - 12\%) \times (9\% - 7.4\%) + 0.2 \times (11\% - 12\%) \times (8\% - 7.4\%) + 0.4 \times (12\% - 12\%) \times (7\% - 7.4\%) + 0.2 \times (13\% - 12\%) \times (6\% - 7.4\%) + 0.1 \times (14\% - 12\%) \times (9\% - 7.4\%) =$$

-0.00004

$$(4) \rho_{ij} = \sigma_{ij} / \sigma_i \sigma_j$$

$$\rho_{K,L} = -0.00004 / (0.010954 \times 0.010198) = -0.3581$$

$$(5) E(R_p) = \bar{R}_p = \sum_i^n w_i \bar{r}_i$$

$$E(R_p) = 0.35 \times 12\% + 0.65 \times 7.4\% = 9.01\%$$

$$(6) \sigma_p = [w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_{A,B}]^{1/2}$$

$$\sigma_p = [0.35^2 \times 0.010954^2 + 0.65^2 \times 0.010198^2 + 2 \times 0.35 \times 0.65 \times (-0.00004)]^{1/2} = 0.6359\%$$

由于负的协方差或相关系数，组合标准差比组合中任意一个证券的标准差都小。

2. 计算投资人持有的股票 A 和股票 B 的组合预期收益及标准差。

	股票 A	股票 B
投资额（元）	40,000	60,000
预期收益率（%）	11	25
标准差（%）	15	20
相关系数	0.30	

源自 CFA SchweserNotes LevelIII Book5 Page153

$$w_A = \text{投资额} / \text{组合总投资} = 40,000 / 100,000 = 0.40$$

$$w_B = \text{投资额} / \text{组合总投资} = 60,000 / 100,000 = 0.60$$

$$E(R_p) = w_A E(R_A) + w_B E(R_B) = 0.4 \times 11\% + 0.6 \times 25\% = 19.40\%$$

$$\sigma_p = [w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \rho_{A,B} \sigma_A \sigma_B]^{1/2}$$

$$= [0.4^2 \times 0.15^2 + 0.6^2 \times 0.20^2 + 2 \times 0.4 \times 0.6 \times 0.30 \times 0.15 \times 0.20]^{1/2} = 14.94\%$$

3. 计算投资人持有的股票 A、股票 B 和股票 C 的组合预期收益及标准差。

	股票 A	股票 B	股票 C
投资额（元）	40,000	25,000	35,000
预期收益率（%）	11	25	30
标准差（%）	15	20	25

	相关系数
股票 A 与股票 B	0.30
股票 A 与股票 C	0.10
股票 B 与股票 C	0.50

源自 CFA SchweserNotes LevelIII Book5 Page155

$$w_A = \text{投资额/组合总投资} = 40,000/100,000 = 0.40$$

$$w_B = \text{投资额/组合总投资} = 25,000/100,000 = 0.25$$

$$w_C = \text{投资额/组合总投资} = 35,000/100,000 = 0.35$$

$$E(R_p) = w_A E(R_A) + w_B E(R_B) + w_C E(R_C)$$

$$= 0.4 \times 11\% + 0.25 \times 25\% + 0.35 \times 30\% = 21.15\%$$

$$\sigma_p^2 =$$

$$\begin{aligned} & w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + w_C^2 \sigma_C^2 + 2w_A w_B \rho_{A,B} \sigma_A \sigma_B + 2w_A w_C \rho_{A,C} \sigma_A \sigma_C + 2w_B w_C \rho_{B,C} \sigma_B \sigma_C \\ & = 0.4^2 \times 0.15^2 + 0.25^2 \times 0.20^2 + 0.35^2 \times 0.25^2 + 2 \times 0.4 \times 0.25 \times 0.30 \times 0.15 \times 0.20 + 2 \times 0.4 \times 0.35 \times \\ & 0.10 \times 0.15 \times 0.25 + 2 \times 0.25 \times 0.35 \times 0.50 \times 0.20 \times 0.25 = 14.485\% \end{aligned}$$

4. 什么是均值-方差准则？利用这一准则来决定下表投资的有效性。

投资	预期收益率 (%)	收益的标准差 (%)
A	5.30	9.30
B	12.40	11.40
C	14.63	8.47
D	37.47	9.40
E	7.90	47.20
F	3.83	1.25

源自博迪习题集 P27

均值方差准则是指针对理性投资者的风险厌恶特征，投资者在进行投资目标选择时存在一定的风险约束。针对单只证券，当满足  $\{\bar{R}_a \geq \bar{R}_b \text{ 且 } \sigma_a^2 < \sigma_b^2\}$  或者

$\{\bar{R}_a > \bar{R}_b \text{ 且 } \sigma_a^2 \leq \sigma_b^2\}$  任一条件，投资者可选择 a。

投资	预期收益率 (%)	收益的标准差 (%)	
A	5.30	9.30	无效, 被 C 超过
B	12.40	11.40	无效, 被 C 和 D 超过
C	14.63	8.47	有效
D	37.47	9.40	有效
E	7.90	47.20	无效, 被 B、C 和 D 超过
F	3.83	1.25	有效

有效投资是 C、D 和 F。

### 题 5- 6 考察的是 “资本市场线和证券市场线”

5. (1) 给定最优的风险投资组合预期收益 11%，标准差 20%，无风险收益 4%，那么最可行的资本配置线 (CAL) 的斜率是多少？

(2) 将 CAL 曲线画出来 (提示：标出无风险资产和最优风险资产组合，然后将它们用一条直线加总)。在 CAL 线上标出最优风险组合的位置，并用 P 来标记。

(3) 假设投资人想做一个投资组合，把 80% 资金投资到 P 点，剩下投资于无风险资产上。在 CAL 线上标出这个投资组合的点。

源自博迪习题集 P32

(1) CAL 斜率是最优风险投资组合收益减去无风险利率，除以最优风险投资组合标准差， $(0.11-0.04)/0.20=0.35$

(2) 无风险资产在 y 轴上标记出来，标准差为零，预期收益为 4%。投资组合中的 P 点在资本配置线的远端标出，标准差为 20%，预期收益为 11%。

(3) C 点在资本配置线上的无风险资产和 P 点的 80% 分界处。

6. 假定无风险资产的收益率 4%，市场投资组合的预期收益率 11%。

(1) 证券市场线 (SML) 的截距是多少？

(2) 证券市场线 (SML) 的斜率是多少？

(3) 如果资产 E 的  $\beta$  值是 1.37，那么该资产的预期收益是多少？

(4) 画出证券市场线，用 M 标出代表市场组合的点，用 E 标出代表资产 E 的点。

源自博迪习题集 P40

$$\text{SML } E(r_i) = r_f + \beta_i[E(r_m) - r_f]$$

- (1) 截距是  $r_f$ , 4%
- (2) 斜率是  $E(r_m) - r_f$ , 市场风险报酬,  $11\% - 4\% = 7\%$
- (3)  $E(r_i) = 4\% + 1.37 \times 7\% = 13.59\%$

### 题 7- 8 考察的是 “资本资产定价模型”

7. 假定无风险收益率  $R_F$  5%, 投资人最优风险资产组合的预期收益率  $E(R_T)$  15%, 标准差 25%, 试求:

- (1) 投资人承担一单位的风险需要增加的预期收益是多少?
- (2) 假设投资人需要构造标准差 10% 的投资组合, 则投资于最优风险资产组合的比例是多少, 构造后的投资组合预期收益率是多少?
- (3) 假设投资人将 40% 资产投资于无风险证券, 则该投资组合预期收益率和标准差是多少?
- (4) 假设投资人需要构造预期收益率 19% 的投资组合, 则如何分配最优风险资产组合和无风险证券的比例?
- (5) 假设投资人资产总额 1000 万, 需要借入多少无风险证券以构造预期收益率 19% 的投资组合?

源自 CFA Institute Level III Volume 6 Page 404

$$(1) [E(R_T) - R_F] / \sigma_{R_T} = (0.15 - 0.05) / 0.25 = 0.4$$

$$(2) \sigma_p = w_T \sigma_{R_T} \quad w_T = 0.1 / 0.25 = 0.4$$

40% 资产投资于风险资产组合, 60% 资产投资于无风险资产

$$E(R_p) = R_F + \frac{E(R_T) - R_F}{\sigma_{R_T}} \sigma_p = 0.05 + 0.4 \times 0.1 = 9\%$$

$$(3) w_T = 1 - 0.4 = 0.6$$

$$E(R_p) = (1 - w_T)R_F + w_T E(R_T) = 0.4 \times 5\% + 0.6 \times 15\% = 11\%$$

$$\sigma_p = w_T \sigma_{R_T} = 0.6 \times 25\% = 15\%$$

$$(4) E(R_p) = R_F + \frac{E(R_T) - R_F}{\sigma_{R_T}} \sigma_p = 0.05 + [(0.15 - 0.05) / 0.25] \sigma_p = 0.05 + 0.4 \times 0.35 = 19\%$$

$$(5) E(R_p) = (1 - w_T)R_F + w_T E(R_T)$$

$$0.19 = (1 - w_T)0.05 + w_T 0.15 = 0.05 + 0.10w_T \quad w_T = 1.4$$

(6) 以无风险利率借入 400 万，将所有 1400 万资产投资于风险资产组合。

8. 假定短期国库券收益 4.90%。投资人已经建立一个最优风险资产投资组合 O，把 23% 的资金投资到预期收益率 8% 的共同基金 A，把 77% 的资金投资于预期收益率 19% 的共同基金 B。

(1) 投资组合 O 的预期收益是多少？

(2) 假定投资人设计了一个投资组合，其中 34% 的资金投资到无风险资产，其余的投资到组合 O 中，那么新的投资组合预期收益是多少？

(3) 假定投资组合 O 的标准差是 21%，新组合的标准差是多少？

(4) 确定在新的投资组合中无风险资产、共同基金 A 和共同基金 B 的权重。

源自博迪习题集 P32

$$(1) E(R_O) = 0.23 \times 8\% + 0.77 \times 19\% = 16.47\%$$

$$(2) E(R_p) = 0.34 \times 4.9\% + (1 - 0.34) \times 16.47\% = 12.54\%$$

$$(3) \sigma_p = (1 - 0.34) \times 21\% = 13.86\%$$

$$(4) w_{treasury} = 34\%$$

$$w_A = 23\% \times (1 - 34\%) = 15.18\%$$

$$w_B = 77\% \times (1 - 34\%) = 50.82\%$$

### 题 9- 11 考察的是“因素模型和套利定价理论”

9. 假定你利用两因素模型去确定一只股票的预期收益，两因素及假定的风险溢价见下表，无风险利率 4.8%。

因素	$\beta$	假定的风险溢价 (%)
A	1.7	2.0
B	0.9	10.5

(1) 如果定价合理，那么这只股票的预期收益是多少？

(2) 假定上表的因素风险溢价不正确，真正的因素风险溢价见下表，根据真正的风险溢价计算股票的预期收益。

因素	$\beta$	真实的风险溢价 (%)
A	1.7	3.5
B	0.9	9.0

(3) 比较 (1) 和 (2) 的答案, 根据假定的风险溢价的定价是低估还是高估了?

源自博迪习题集 P47

$$(1) E(R_p) = R_F + \beta_A Riskpremium_A + \beta_B Riskpremium_B$$

$$E(R_p) = 4.8\% + 1.7 \times 2.0\% + 0.9 \times 10.5\% = 17.65\%$$

$$(2) E(R_p) = 4.8\% + 1.7 \times 3.5\% + 0.9 \times 9.0\% = 18.85\%$$

(2) 要求的收益率低于真实收益率, 定价高估。

10. 在套利模型中, 一只权重平均分配、多元化的投资组合, 由 60 只股票组成, 这些股票的非系统性标准差平均  $\sigma_{e_i}$  等于 22%, 那么这个投资组合的非系统标准差是多少?

源自博迪习题集 P46

$$\sigma^2(e_p) = \sqrt{\frac{1}{n} \sigma^2(e_i)} = \sqrt{\frac{1}{60} \times 0.22^2} = 2.84\%$$

投资组合的非系统性标准差比股票的平均非系统性标准差要小, 并且随着股票数量的增加接近于零。

11. 假定通胀冲击和 GDP 增长冲击是组合收益率的两个解释因子。当市场均衡, 即无套利机会存在时, 两因素 APT 模型为

$$E(R_p) = R_F + \lambda_1 \beta_{p,1} + \lambda_2 \beta_{p,2}$$

试根据组合 J、K 和 L 的数据来估计模型中的三个变量  $R_F$ ,  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$ 。

组合	预期收益率	通胀因子 $\beta$	GDP 因子 $\beta$
J	0.14	1.0	1.5
K	0.12	0.5	1.0
L	0.11	1.3	1.1

源自 CFA Institute LevelIII Volume6 Page430

$$\begin{cases} E(R_J) = R_F + 1.0\lambda_1 + 1.5\lambda_2 = 0.14 \\ E(R_K) = R_F + 0.5\lambda_1 + 1.0\lambda_2 = 0.12 \\ E(R_L) = R_F + 1.3\lambda_1 + 1.1\lambda_2 = 0.11 \end{cases}$$

$$R_F = 0.07 \quad \lambda_1 = -0.02 \quad \lambda_2 = 0.06$$

$$E(R_p) = 0.07 - 0.02\beta_{p,1} + 0.06\beta_{p,2}$$