

1. 考虑一个随机信号 $S(t) = \sum_{i=1}^N a_i \cos(\omega_i t + \theta_i)$, 各个频率 ω_i 都不相同, 各 θ_i 是随机而独立的、且均满足 $(0, 2\pi)$ 的均匀分布, 试计算 $S(t)$ 的自相关函数和功率谱密度 $G_S(\omega)$ 。

2. 若随机过程 $z(t) = m(t)\cos(\omega_0 t + \theta)$, 其中 $m(t)$ 是广义平稳随机过程, 且自相关函数 $R_m(\tau)$ 为:

$$R_m(\tau) = \begin{cases} 1 - |\tau| & 0 < |\tau| \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

θ 是服从均匀分布的随机变量, 它与 $m(t)$ 相互独立。

- (1) 证明 $z(t)$ 是广义平稳的;
- (2) 给出自相关函数 $R_z(\tau)$ 的图形;
- (3) 求功率谱密度 $S_z(\omega)$ 和功率 P_z 。

3. 一个均值为零的随机信号 $S(t)$, 具有图 1 所示的三角形功率谱密度。

- (1) 求信号的平均功率 $P_S = E[S^2(t)]$ 为多少?
- (2) 试证信号的自相关函数为:

$$R_S(\tau) = P_S \cdot \text{Sa}^2(\pi B \tau)$$

- (3) 设 $B = 10^6$ Hz, $k = 10^{-12}$ V²/Hz, 试证信号的均方值为 $\sqrt{P_S} = 10^{-3}$ V, 以及相距 $1 \mu\text{s}$ 的两个 $S(t)$ 的样值是不相关的。

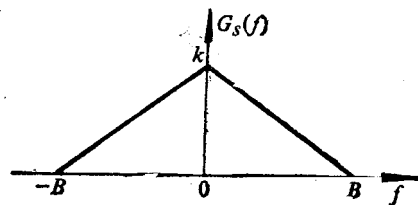


图 1