微分方程数值解大纲

陈文斌

第一章　要求

- 常微分方程部分：要求掌握常微分方程初值问题的数值求解方法及相关理论问题, 学会推导基本的方法, 特别是 (前、后)Euler 格式，Runge-Kuatta 四阶方法，线性多步方法，学会编写基本的算法代码，对基本的概念要求能用自己的语言阐述，特别是适定性，稳定性，相容性，收敛性，绝对稳定性等概念。对收敛性 = 稳定性 + 收敛性这个结论要学会基本证明和表述。理解绝对稳定和相对稳定的区别，会导出绝对稳定区域。
- 椭圆型方程差分方法部分：要求分析三对角矩阵的计算量和特征值分布，掌握有限差分方法和有限体积方法的构造，理解不同的边界条件处理方法，对差分方程的最大值原理和收敛性分析证明基本掌握。
- 发展方程的差分方法：能构造不同发展方程的差分格式，并给出数值模拟，理解抛物方程和双曲方程数值结果图像的区别。理解影响区域和决定区域在差分方法构造中的作用，掌握基本的稳定性分析技术，能够作定性的分析。理解物方程和双曲方程时间步长取法的差异。
- 椭圆型方程有限元方法和变分原理：对不同边界条件能给出椭圆型方程的变分问题，能推导变分问题，极值问题和微分方程的等价性证明。对简单区域能用有限元方法导出离散变分问题和代数形式，并给出数值模拟。理解基本的收敛性证明。
- 多重网格方法、区域分解方法和外推法：理解外推法的基本思想。理解多重网格算法的基本构造和定性分析，理解区域分解的基本算法和“分而治之”思想。

第二章　绪论

§2.0.1　微分方程

§2.0.2　数值求解微分方程的意义

§2.0.3　数值求解方法概述

第三章　常微分方程的初值问题

§3.1　常微分方程的若干理论

§3.2　单步方法

§3.2.1　从 Euler 方法谈起

§3.2.2　高阶单步方法的构造

§3.2.3　高阶单步方法的性态分析

§3.2.4　高阶单步方法的计算

§3.3　线性多步方法

§3.3.1　Adams 方法和 Gear 方法

§3.3.2　一般线性多步方法的构造

§3.3.3　线性多步方法的性态分析

§3.3.4　线性多步方法的计算

§3.4　微分方程组和刚性问题

§3.4.1　一阶常微分方程组

§3.4.2　刚性问题

§3.4.3　刚性问题的数值方法

第四章　差分法解边值问题

§4.1　解两点边值问题的差分方法

§4.1.1　差分格式的导出

§4.1.2　差分解的性态研究

§4.1.3　解差分组的追赶法

§4.2　解椭圆边值问题的差分方法

§4.2.1　矩形网格

§4.2.2　边界条件处理

§4.2.3　三角形网格

§4.3　椭圆差分方程的性态研究

§4.3.1　极值原理和解的存在唯一性

§4.3.2　差分解的收敛性和误差估计

§4.3.3　五点差分格式的敛速估计

第五章　外推法

§5.0.4　外推法的引入

§5.0.5　展开式定理

§5.0.6　加速估计

§5.0.7　外推方法的应用

第六章　发展方程的差分方法

§6.1　几个典型的发展方程

§6.2　扩散方程的差分化

§6.3　稳定性分析

§6.3.1　稳定性与收敛性

§6.3.2　Lax 等价原理

§6.3.3　稳定性分析方法之一：直接法

§6.3.4　稳定性分析方法之二：分离变量法

§6.3.5　稳定性分析方法之三：最大模方法

§6.3.6　稳定性分析方法之四：传播因子法

§6.4　双曲型方程的差分化和稳定性

§6.4.1　对流方程的离散

§6.4.2　波动方程的离散

§6.4.3　稳定性分析

§6.4.4　线性双曲型方程组的差分化

§6.5　高维问题

§6.5.1　高维发展方程的差分化

§6.5.2　交替方向迭代法

第七章　变分及泛函极值问题

§7.1　变分问题

§7.2　泛函极值问题

§7.3　变分及泛函极值问题的近似求解

第八章　椭圆型方程的有限元解法

§8.1　解两点边值问题的有限元方法

§8.2　多角区域上椭圆型方程的有限元方法

§8.3　曲边三角形和等参元

§8.4　有限元方法的超收敛性质

第九章　多重网格法和区域分解算法

§9.1　多重网格方法

§9.2　区域分解算法

参考文献

[1] 李立康，於崇华，朱政华，微分方程数值解，复旦大学出版社， 1999

[2] 李荣华，冯果枕，微风方程数值解法，高等教学出版社， 1996