风险价值 VaR 估计试验

风险管理的基础和核心是对风险的定量分析和评估，即风险测量。随着金融市场和金融交易的规模、动态性和复杂性的增加，金融理论和金融工程的发展，金融市场风险测量技术也变得更为综合、复杂。金融风险不仅严重影响了机构投资者和金融机构的正常运营和生存，而且还对一国乃至全球金融及经济的稳定发展构成严重威胁。

目前，金融市场风险测量的主要方法包括灵敏度分析、波动性方法、VaR 等。其中，VaR 是目前金融市场风险测量的主流方法。本节将主要对 VaR 加以简要介绍。

一、VaR 的定义

在险价值 VaR（Value at Risk）方法被视为控制金融市场风险的最佳方法之一，目前在很多金融机构中得到了广泛的应用。投资者可以运用 VaR 方法动态地评估和计量其所持有资产的风险，及时调整分散和规避风险，提高资产运作的效率。在金融机构中，交易员可能不惜冒巨大的风险去追逐巨额利润，而使金融机构也承担巨大的风险。利用 VaR 方法进行风险控制，可以在每个环节均明确进行金融风险大小的评估，尽可能的抑制过度投机行为的发生。事实上，VaR 概念的提出已经有了很久的历史。VaR 的出现使得金融资产组合在一定时期内最大可能损失的定量化成为可能。

从定义上看，是指在市场的正常波动和给定的置信水平下，某一金融资产或者证券投资组合在未来的特定的一段时间内的最大可能损失。从分位点的角度来看，VaR 描述的是一定目标时段下资产或资产组合损益分布的分位点。如果我们选择置信水平为P，则 VaR 对应的是该资产或资产组合损益分布的上p分位点。从统计的角度来看，VaR 的定义如下：

$$P(Y \le -VaR(p)) = 1 - p \qquad (1)$$

其中，Y 表示资产或资产组合的利润或损失，VaR 表示置信水平p下的 VaR 值。例如，在 95%的置信水平下，VaR（95%）对应于损益分布上累积概率不超过 5%的哪一点。对某项 1 亿元的投资，在考察其一段时间的或有损失时，假设根据 95%置信度求得的 VaR 为 600 万元，则依据上面的定义可得：我们有 95%的把握判断该项投资在下一个时期的损失在 600 万元以内，或者说损失超过 600 万元的概率仅为 5%。

根据上述定义，计算 VaR 主要涉及三个要素：（1）持有期长短。一般情况下，持有期越长，预期价格变化就越大，风险也越大。持有期是风险所在的时间区间，具体由投资者的交易性质决定。（2）置信水平的大小。取决于投资者对于风险的偏好，不同的投资者可以设定不同的置信水平，一般取 95%-99%。（3）资产或资产组合未来收益函数的分布假设。常用的分布假设是正态分布，但大量的实践证明收益率并不完全服从正态分布，往往呈现“尖峰厚尾”特征，因此有时也采用 t 分布来代替。

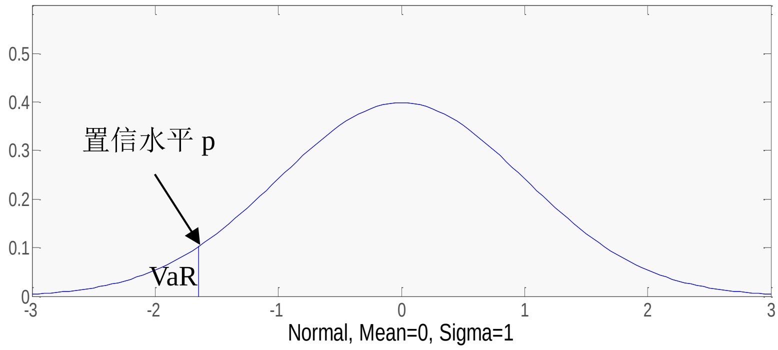

图 1　正态分布下置信度为 P 的 VaR

二、VaR 估计方法

关于 VaR 的估计方法，主要包括：方差-协方差方法、历史模拟法和蒙特卡罗模拟方法。

（一）方差-协方差法

方差-协方差方法是计算市场风险 VaR 的标准方法，也是最早使用的方法，被许多金融机构采用，著名的 RiskMetrics 软件采用的就是这种方法。在这种方法中，通常假设资产或资产组合头寸的价值变化服从正态分布。对于单个资产而言，计算 1 天内的 VaR 可以采用以下公式：

$$VaR_1 = V(z_\alpha \sigma - \mu) \qquad (2)$$

其中，z_α 为标准正态分布下置信度 α 下对应的分位点，如 95%的置信水平对应的 z_α 为 1.65，99%的置信度水平对应的 z_α 为 2.33；σ 为资产价格的波动性，或价格变化的标准差；V 为资产的当前价值；μ 为该资产价格收益的平均值。

对于不同持有期的 VaR，在某些严格的假设条件下，单个资产 T 天的 VaR 与一天内的 VaR 有如下关系：$VaR_t = VaR_1 \times \sqrt{T}$。对于投资组合的 VaR，则需要同时考虑方差和协方差。根据正态分布的可加性，该组合服从正态分布 $N(\mu_A, \sigma_A^2)$。其中：

$$\mu_A = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{N} V_i \mu_i \text{ ,} \quad s.t. \quad \sum_{i=1}^{N} V_i = V$$

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{V^2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} V_i V_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \qquad (3)$$

其中，ρ_{ij} 为资产 i 和资产 j 的相关系数。从而可得该投资组合 A 的 VaR：

$VaR_A = V_A(z_\alpha \sigma_A - \mu_A)$。

从上式可知，要计算资产组合的 VaR，必须估计单个资产的标准差，还需要估计组合中任意两个资产之间的相关系数，“方差-协方差方法”由此得名。用方差-协方差方法估计 VaR 的优点是方法简单，但其最大的问题是该方法是基于正态假设的，然而很多研究表明资产的

价格分布并不服从正态分布，而且常常出现“尖峰厚尾”现象，因此使用该方法估计 VaR 一般会低估真正的在险价值。

我们以一个简单的例子来对方差-协方差估计方法的计算过程进行简要说明：

假设一个价值为 1000 万元的股票投资组合，该组合的日波动率为 2%。假定该投资组合的价值变动服从正态分布，且预期收益为 0。则该组合 10 天时间内置信水平为 99%的 VaR 可由以下步骤获得：

（1） 此例中： T=10， α=99%， V=1000 万

（2） 1 天时间的 VaR 值为：

$$VaR_1 = V(z_\alpha \sigma - \mu) = 1000 \times 0.02 \times 2.33 = 46.6 \text{万元}$$

（3） 10 天时间的 VaR 值为：

$$\text{VaR}(10) = VaR_1 \times \sqrt{T} = 46.6 \times \sqrt{10} = 147.36 \text{万元}$$

（二）历史模拟法

历史模拟方法背后的主要思想是假设资产收益率的历史分布在以后的时间段内不会改变，因此资产组合的经验分布可以用来估计 VaR 值。这种方法用历史收益率序列的经验分布取对应于一定置信水平下的分位点来估计 VaR。

用历史模拟方法计算 VaR 的过程可以归纳如下：资产组合 P 在 t 时刻的损益值为总体的各资产在 t 时刻的损益值以投资比例为权重的加权和，如果假设有 M 项资产，收集过去 $N+1$ 天组合的历史资料，由大到小排列，得出经验分布，从而求出 VaR。

历史模拟方法的最大优点就是不需要对收益率的分布做出任何假定，完全体现了市场因素的实际变化情况。利用经验分布，可以规避对市场价格波动进行建模时常遇到的问题，如市场价格分布呈厚尾，还有波动聚集性和相关性不稳定等问题。另外，利用经验分布，可以根据最新样本随时调整资产组合的分布，这样能做到随时反映最新市场波动状况。第二个优点是历史模拟方法容易执行，只要有足够的数据在手即可。第三是不需要计算任务量巨大的方差一协方差矩阵。第四个优点就是这种方法适用于任何类型的头寸和任何类型的市场风险。

但是使用这个方法也有一些问题，它的主要缺陷在于假定了市场因子的未来变化和历史变化完全一样，这与实际金融市场不太一致，尤其是最近金融市场经常出现大的波动。此外，为了模拟组合收益率的历史分布，需要获得大量的数据，要满足这个条件往往有些困难，此时可以采用 bootstrap 方法通过重复抽样来解决这个问题。另外，历史模拟方法依赖于特定的数据集，一旦数据集有较大的结构变化，则 VaR 的估计结果往往不稳定。最后，历史模拟方法很难进行灵敏度检验。

（三）蒙特卡罗模拟方法

蒙特卡罗方法的基本思路是假设投资组合的价格变动服从某种随机过程的形态，用计算机来对该过程的实现路径进行仿真，产生若干次可能的价格模拟路径，并依此构建投资组合的损益分布情况，进而估计其 VaR。在对金融资产进行定价的过程中，最常使用的随机过程

之一是几何布朗运动，形式如下：

$$dS_t = \mu_t S_t dt + \sigma_t S_t dW_t \qquad (4)$$

其中，W_t 是一个标准维纳（Wiener）过程，μ_t 和 σ_t 分别是该过程的漂移参数和标准差，S_t 为该资产的价格过程序列。对于上述随机微分方程，可以求得解析解：

$$S_t = S_0 \exp[(\mu_t - \frac{1}{2}\sigma_t^2)t + \sigma_t W_t] \qquad (5)$$

其中 S_0 是 0 时刻的资产价格。于是对价格过程 S_t 的模拟变成了对维纳过程 W_t 的模拟。一旦有了资产价格 S_t 的过程模拟数据，就可以创建一个资产价值变化的概念分布，从而直接找出所需分位点的 VaR 值。

如果要模拟资产组合的价格分布，还需要考虑各资产之间的相关系数矩阵，这个矩阵可以由历史数据产生。此时，需先分别对各资产价格进行数据模拟，然后基于相关系数矩阵通过 Cholesky 方法对模拟数据进行变换，从而得到该资产组合的模拟价格分布。

蒙特卡洛模拟法的优缺点:它的优点是计算出的 VaR 值很有效,不仅能够说明波动风险、模型风险以及非线性价格风险等广泛的风险，而且充分考虑了极端情形、厚尾现象以及波动时间变化等一系列因素。它最大的缺点就是成本太高，模型不够稳定，因为它不仅依赖于基础风险因素下特定的随机模型，也依赖于像期权或抵押担保这样的证券定价模型。

三、应用举例：基于 Garch 模型族的动态 VaR 估计

大量文献资料表明，很多金融数据具有 ARCH 效应，其波动性具有时变性和肥尾特征。如果用正态分布来刻画金融数据将损失大量的尾部信息，造成 VaR 低估，而处理这一问题的常用模型是 Garch 类模型。Garch 模型的一般表达式为：

$$r_t = x'\beta + \varepsilon_t$$

$$h_t = w + \sum_{j=1}^{p} \beta_j h_{t-j} + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t} \qquad (6)$$

其中，h_t 为条件方差，v_t 为独立同分布的随机变量，h_t 与 v_t 相互独立。本节使用 Garch（1,1）模型，且假定 v_t 为标准正态分布，当然可以假定其服从其它分布。此时 VaR 的计算公式变为：

$$VaR = V_{t-1} z_\alpha \sqrt{h_t} \qquad (7)$$

其中，h_t 为由以上 Garch 模型估计得到的条件方差，z_α 为正态分布的 α 分位点。

本例选取的数据仍为华夏大盘精选基金 2010 年半年报十大重仓股以等权重方法构造的投资组合在 2010 年 7 月 1 日至 2011 年 6 月 30 日的收益率数据，初始投资额为 1000 万元，所要求的置信水平为 95%。

由图 12-8 可知，该投资组合日收益率集中于(-4%，4%)之间，在 2010 年 11 月以及 2011 年 1 月中波动较大。从 Q-Q 正态图来看，该图在左边向下弯曲，在右边向上弯曲，且向下弯曲的程度大于向上弯曲的程度，这说明该组合收益率的分布比正态分布有更长的尾部，而且具有左偏的特征。进一步从 J-B 统计量来看，可以拒绝该分布服从正态分布的假设。

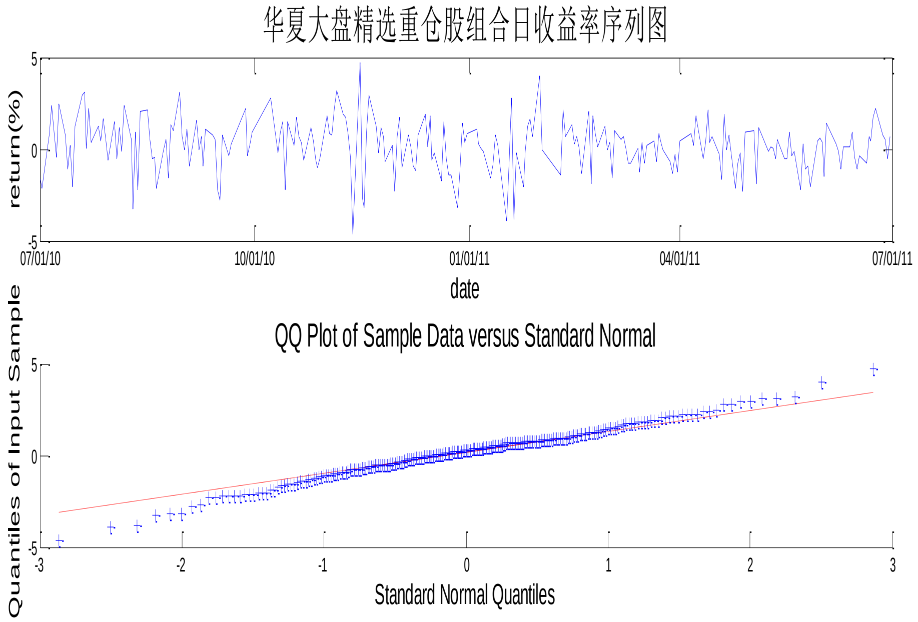

图 2 华夏大盘精选重仓股投资组合日收益率序列

通过 Matlab 软件对该组合的日收益率进行 Garch(1,1)建模，得到的标准差估计见图 3。

图 3 Garch(1,1)模型估计结果

将估计出的标准差代入$V_{t-1} z_{\alpha} \sqrt{h_t}$，可得到该投资组合的动态 VaR 估计结果。由图可知，该组合从 2010 年 7 月 1 日-2011 年 6 月 30 日间实际损失超过 VaR 估计值的次数为 12 次，在该时间段出现的频率为 4.94%，低于 95%置信水平对应的 5%，这说明基于 Garch(1，1)模型估计出的 VaR 较好的揭示了该投资组合的风险。

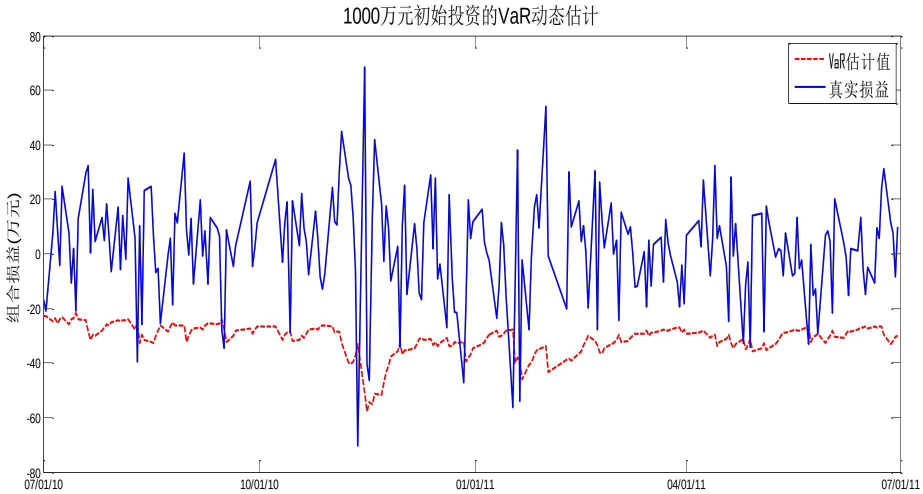

图 4 华夏大盘精选重仓股投资组合的 VaR 动态估计