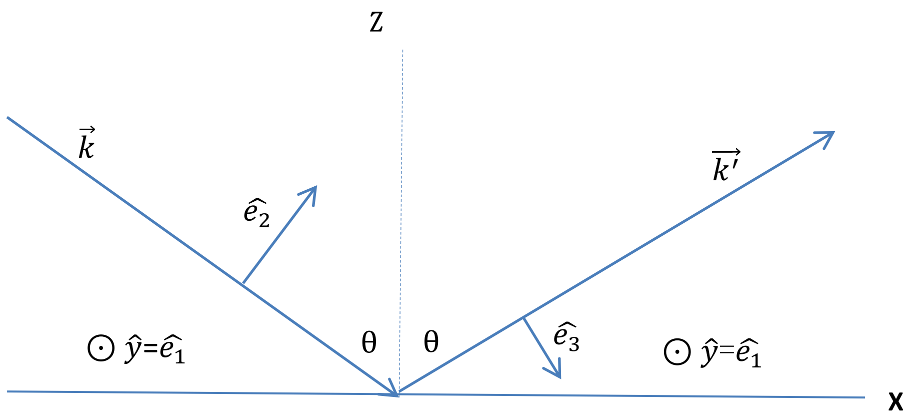
第 21 讲小课题

线偏振光全反射后偏振图案

杨晟鑫
09300190014



设入射电磁波波矢 $\vec{k}=k_x\hat{x}+k_z\hat{z}$, $\mathrm{k}=\sqrt{{k_x}^2+{k_z}^2}$, $\vec{E}=\vec{E_0}e^{i(k_x x+k_z z-\omega t)}$ (1), 将电场$\vec{E_0}$沿 S 波和 P 波偏振方向分解. 由于入射电磁波是线偏振，于是 $\vec{E_0}=E_1\hat{e_1}+E_2\hat{e_2}$ (2)，其中$\hat{e_1}$是 S 波电场偏振方向，而$\hat{e_2}$是 P 波偏振方向.

当发生全反射时，即$\theta>\theta_c$，由 Fresnel's Law，易知${E_1}'=\frac{Z_2\cos\theta-i\alpha Z_1}{Z_2\cos\theta+i\alpha Z_1}E_1$ (3)

其中$Z_1=\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}$，$Z_2=\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}$，$\alpha=\sqrt{\left(\frac{\sin\theta}{\sin\theta_c}\right)^2-1}$

现在来求入射波沿 P 波电场方向分量的反射波.由于$\hat{e_2}$既有 X 分量又有 Z 分量，因此直接求解电场十分困难。但我们可以求解与此电场分量对应的 P 波磁场分量反射后的变化，再通过 Maxwell 方程$\nabla\times\vec{H}=\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$ 可求得对应的电场分量。而 P 波磁场沿$\hat{e_1}$，十分容易求解。由$\nabla\times\vec{E}=-\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}$，得$\overrightarrow{H_2}=\frac{\vec{k}\times E_2\hat{e_2}}{\mu_1\omega}=\frac{k}{\mu_1\omega}E_2\hat{e_1}$，令$H_2=\frac{k}{\mu_1\omega}E_2$ （4）

由 Fresnel's Law，易知

$${H_2}'=\frac{Z_1\cos\theta-i\alpha Z_2}{Z_1\cos\theta+i\alpha Z_2}H_2=\frac{Z_1\cos\theta-i\alpha Z_2}{Z_1\cos\theta+i\alpha Z_2}\frac{k}{\mu_1\omega}E_2 \qquad (5)$$

由$\nabla\times\vec{H}=\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$，反射电磁波波矢 $\vec{k'}=k_x\hat{x}-k_z\hat{z}$ 可解得$\overrightarrow{E_2}'=-\frac{\vec{k'}\times{H_2}'\hat{e_1}}{\varepsilon_1\omega}=-\frac{Z_1\cos\theta-i\alpha Z_2}{Z_1\cos\theta+i\alpha Z_2}\frac{k}{\mu_1\omega}E_2\frac{k_x\hat{z}+k_z\hat{x}}{\varepsilon_1\omega}$ (6)

易知$k_x\hat{z}+k_z\hat{x}=k\widehat{e_3}$, 所以，可令$E_2{}'=-b\frac{Z_1\cos\theta-i\alpha Z_2}{Z_1\cos\theta+i\alpha Z_2}E_2$　　(7)

其中　　$b=\frac{k^2}{\varepsilon_1\mu_1\omega^2}=1.$

综上，反射电场　$\overrightarrow{E'}=E_1{}'\widehat{e_1}+E_2{}'\widehat{e_3}$　　(8)

$\begin{cases} E_1{}'=\frac{Z_2\cos\theta-i\alpha Z_1}{Z_2\cos\theta+i\alpha Z_1}E_1 \\ E_2{}'=-\frac{Z_1\cos\theta-i\alpha Z_2}{Z_1\cos\theta+i\alpha Z_2}E_2 \end{cases}$　(9)，　令$\tan\varphi_1=\frac{\alpha Z_1}{Z_2\cos\theta}$，$\tan\varphi_2=\frac{\alpha Z_2}{Z_1\cos\theta}$，于是

$$\begin{cases} E_1{}'=e^{-2\varphi_1 i}E_1 \\ E_2{}'=-e^{-2\varphi_2 i}E_2 \end{cases}.\qquad(10)$$

所以　　$\overrightarrow{E'}(\vec{r},t)$=$E_{e_1}(\vec{r},t)\widehat{e_1}+E_{e_3}(\vec{r},t)\widehat{e_3}$ (11)

其中　$\begin{cases} E_{e_1}(\vec{r},t)=E_1\cos(k_x x-k_z z-\omega t-2\varphi_1) \\ E_{e_3}(\vec{r},t)=E_2\sin\left(k_x x-k_z z-\omega t-2\varphi_2-\frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$　(12)

一般来说$\varphi_1\neq\varphi_2$，因此入射波为线偏振的全反射电磁波为椭圆偏振。

对入射波为任意偏振态的讨论

如果入射光为任意偏振态，$\vec{E}=\overrightarrow{E_0}e^{i(k_x x+k_z z-\omega t)}$，电场$\overrightarrow{E_0}=e^{i\beta}E_1\widehat{e_1}+E_2\widehat{e_2}$（$0<\beta<2\pi$）　(13). 当$\alpha=0$，π 时为线偏振，当$\beta\neq 0\ or\ \pi$ 时为椭圆偏振。特别的，当$\alpha=\frac{\pi}{2}, E_1=E_2$ 时为圆偏振。

如前所述，$\begin{cases} E_1{}'=\frac{Z_2\cos\theta-i\alpha Z_1}{Z_2\cos\theta+i\alpha Z_1}e^{i\beta}E_1=e^{i(\beta-2\varphi_1)}E_1 \\ E_2{}'=-\frac{Z_1\cos\theta-i\alpha Z_2}{Z_1\cos\theta+i\alpha Z_2}E_2=-e^{-2\varphi_2 i}E_2 \end{cases}$　(14)

所以　　$\overrightarrow{E'}(\vec{r},t)$=$E_{e_1}(\vec{r},t)\widehat{e_1}+E_{e_3}(\vec{r},t)\widehat{e_3}$ (15)

其中　$\begin{cases} E_{e_1}(\vec{r},t)=E_1\cos(k_x x-k_z z-\omega t-2\varphi_1+\beta) \\ E_{e_3}(\vec{r},t)=E_2\sin\left(k_x x-k_z z-\omega t-2\varphi_2-\frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$　(16)

讨论：

1. 若$|2\varphi_1-\beta-2\varphi_2|=0\ or\ \pi$，全反射光为线偏振。
2. 若$|2\varphi_1-\beta-2\varphi_2|=\frac{\pi}{2}\ or\ \frac{3\pi}{2}$, 全反射光为椭圆偏振。特别的，当$E_1=E_2$，全反射光为圆偏振。