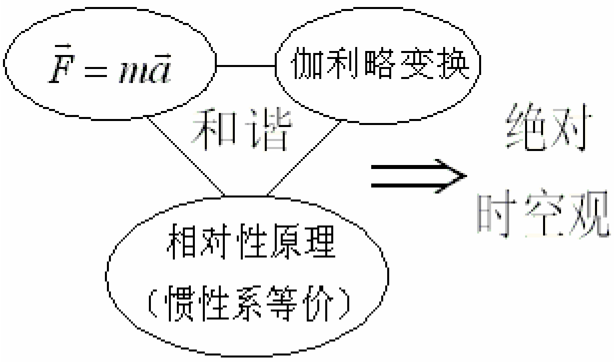
第 30 讲

复习

- 电磁波：$\begin{cases} \omega = k/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = c\cdot k \\ E_0/B_0 = c \end{cases}$
- 能流：$\vec{S} = \vec{E}\times\vec{B}/\mu_0 = cu\hat{k}$ - 物理意义为单位时间通过单位面积的能量，光强：

  $I = \overline{S}$ 。
- 动量密度：$\vec{g}(\vec{r}) = \dfrac{1}{c}u(\vec{r})\hat{k} = \dfrac{1}{c^2}\vec{S}(\vec{r})$ 。电磁波具有能量及动量，为一种物质。
- 经典时空观、伽利略变换、相对性原理的一致性

  $x = x' + vt', t = t'$

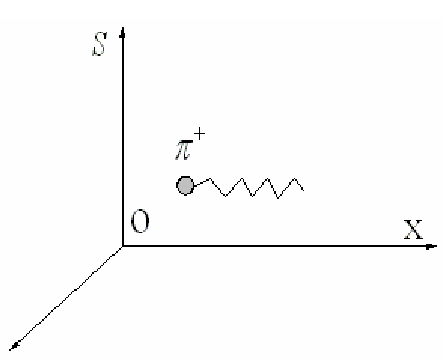


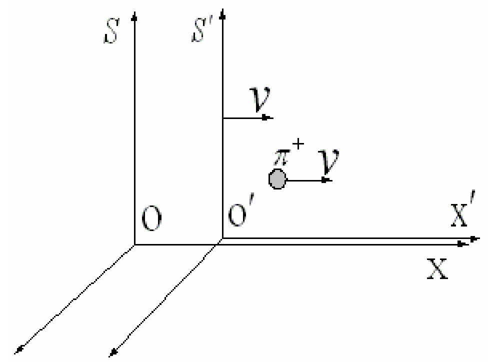
（二）经典时空观的困难

经典时空观在各个方面都遇到了巨大的困难，下面举几个例子来说明。

① **时间**

π^+ 是一种极不稳定的粒子，可以衰变成另一种粒子。当 π^+ 静止时，其平均的寿命为 $\tau_0 = 26ns = 26.0\times10^{-9}s$ ；当 π^+ 以 $v = 0.913c$ 运动时，在实验室坐标系看到 π^+ 可以运行 $D = 17.4m$ 然后衰变。如果伽氏相对性原理成立，在 S' 系中（π^+ 静止）探测到的寿命为 $\tau' = \tau_0 = 26.0ns$ ；但在实验室系观测到的寿命却为：$\tau = \dfrac{17.4m}{0.913\times3\times10^8\ m/s} = 63.7ns$ 。

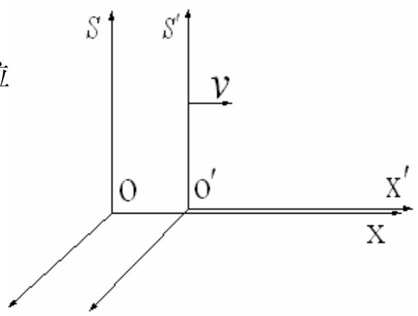




π 粒子相对 S 静止　　　　　　　　π^+ 相对 S 运动，π^+ 在 S' 静止

结论：不同的坐标系中探测到的同样的两个事件（π^+ 出生，死亡）之间的时间间隔不同。在运动的 S 测得时间膨胀（为什么？）

② 空间量度



测量：　π^+ 开始运动 $\rightarrow$ 衰变成另外一个粒

事件 1　　　　　　事件 2

在 S 看来，　　　$\Delta x = 17.4m$

在 S' 看来，π^+ 静止　　$\Delta t' = 26.0ns$

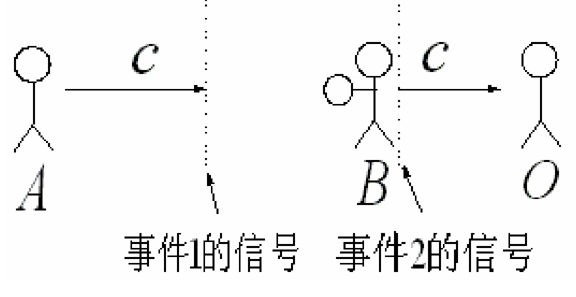
S' 以 v 运动，$\Delta x' = 0.913 \times 3 \times 10^8 \times 26.0 \times 10^{-9} = 71.2m$

结论：同样一个对距离的测量，静止及运动两个坐标系又给出不同的结果！

③ 速度及因果关系

经典力学中，u 可取任意值，假设可以取 $u > c$。如图所示，A 掷球给 B，O 观察，掷球的速度 u 大于光速 c。

则 A 掷球的动作(事件 1)，经 $\Delta t = \dfrac{OA}{c}$ 后到达观察者 O。



经过$\Delta t_2=\dfrac{AB}{u}$时间后，B 接到球。B接到球这件事（事件 2），过$\Delta t_3=\dfrac{OB}{c}$到达O的眼。则O观测到“B接到球”，需要的时间为

$$\Delta\tilde{t}=\Delta t_2+\Delta t_3=\frac{BA}{u}+\frac{OB}{c}<\frac{BA}{c}+\frac{OB}{c}=\frac{OA}{c}=\Delta t$$

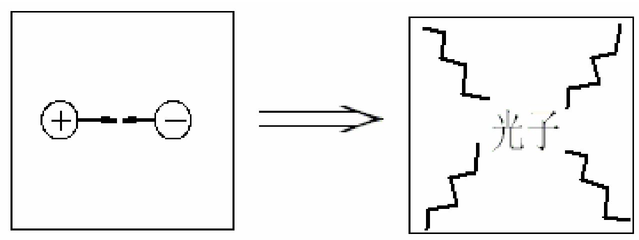
因此$\Delta\tilde{t}<\Delta t$。在O看来，B接到球在先，A掷球给B在后，

$\boxed{\text{若运动速度大于光速，则观测到违反因果关系的结论！}}$

④ 能量

现代科技告诉我们，正负电子可以相互湮灭成电磁波。 经典看来，电磁波有能量，$+e,-e$ 的机械能=0（因为它们的运动相对缓慢）。

$\boxed{\text{这个过程中能量不守恒？质量又到哪里去？}}$



⑤电磁波

以上都不是历史上的巨大困难，当时物理学面临的最大的困难是电磁波。

已知 Maxwell 方程组：$\begin{cases}\nabla\cdot\vec{B}=0\\ \nabla\cdot\vec{E}=0\\ \nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\\ \nabla\times\vec{B}=\varepsilon_0\mu_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}\end{cases}$

已得平面波解$\begin{pmatrix}E_x(z,t)\\ B_y(z,t)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}E_x^0\\ B_y^0\end{pmatrix}\cos(\omega t-kz)$，其运动速度为$c=\dfrac{\omega}{k}$。

$\boxed{\text{在另一坐标系中观测电磁波结果会如何？}}$

<u>经典的观点（水波、声波、绳波）</u>。

在S系中以u作运动的波, 波场为$\cos(\omega t-kx)$，在S'（以v与S作相对运动）中看，波场如何，波速又如何？

跟据伽利略变换，

$$\begin{cases} t = t' \\ x = x' + vt' \end{cases},$$

波在 S’系中的形式为：

$$\cos(\omega t - kx) \xrightarrow{\text{伽氏变换}} \cos(\omega t' - k(x' + vt')) = \cos(\omega' t' - k' x')$$

在这个坐标系中的频率与波矢与 S 系中的变换关系为

$$\begin{cases} \omega' = \omega - vk \\ k = k' \end{cases}$$

因此在这个系中，波速为：

$$u' = \frac{\omega'}{k} = \frac{\omega - kv}{k} = u - v$$

特别是当$v = u$时，$u' = 0$。在S'系中看到的是一个不随时间演化的静态图像[古代西方某科学家曾骑马追逐一个水波的弧子态，很长时间看到波的形状不改]。

这一切都与牛顿伽利略的时空观相吻合，而且可由伽利略变换推出的。

思考：如果你仔细考察经典的波动方程（如绳波）： $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$*，你会发现它在伽利略变换下形式要变！这是为什么？不是说经典力学与相对性原理及伽利略变换是统一的吗？再换一个角度来说，绳波的运动方程与电磁波的波动方程唯一的区别就是速度，为什么说前者与经典时空观一致，后者就不同了呢？*

Maxwell方程组给出的光速c到底是在哪个坐标系的？

在Maxwell方程组建立之前人们假想光波传播的媒质是一种特殊的叫“以太”的介质。以太在真空中看不是摸不着，人们设想以太一定密度很小，光是横波，以太的切变换摸量一定很大。在以太静止的坐标系中，Maxwell 方程组成立，光速为c，如果以太存在，则光的运动可以归咎为以太的运动方程----------一切归于牛顿—伽利略框架。

Maxwell 方程建立后，人们明白了场的传播不一定要介质，根据牛顿—伽利略相对性原理，Maxwell 方程组一定只在某个坐标系中才成立，**光波沿各个方向传播的速度相同均为c。在其它S中，速度不可能各向同性。**

“想象声波、绳波只能在一个媒介静止的S 中才有此性质”

在S'中不可能各向同性，此绝对坐标系叫“以太系“（即使没有以太）。怎样

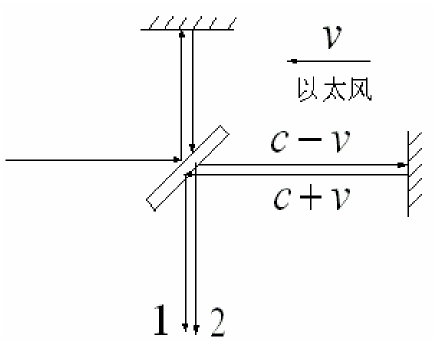
找到此“以太系“或找到地球系相对于”以太系“的相对运动？

<u>迈克尔孙—莫雷实验</u> （著名的寻找以太系的实验）

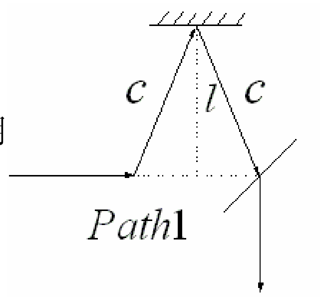
如图所示，探测光路 1 与 2 的光程差导致的干涉条纹。

假设地球系S'相对以太系S以v运动，则两个坐标系之间速度的变换关系（伽利略变换）为

$$\begin{cases} u_x' = u_x - v \\ u_y' = u_y \end{cases}$$



地球中的速度已知，可因此退出以太系中的速度。
下面对两条光路分别讨论。



<u>光路 1</u> 地球系中的速度为$u_x' = 0$ $u_y' = ?$未知。应用速度变换关系得到以太系中的速度

$$u_x = u_x' + v = v$$

$$u_y = u_y'$$

因此光路 1 在以太系中为一个三角。
在 S 系（以太系）中，光速为c，且各向同性，故

$$u_x^2 + u_y^2 = c^2 \qquad u_y = \sqrt{c^2 - v^2}$$

最后得到 S’系中的速度

$$u_x' = 0, \quad u_y' = \sqrt{c^2 - v^2}$$

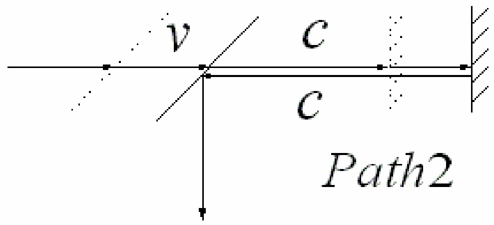
<u>光路 2</u> 如图所示，在以太系中的去程与回程的速度都是c, 但在地球坐标系中去程与回程速度不同

去程： $u_x = c$， 则， $u_x' = u_x - v = c - v$

回程： $u_x = -c$， 则， $u_x^{'} = u_x - v = -c - v$

计算光路 1 与 2 在 S 系中的光程差（S 系是 Maxwell 方程不需要改动即严格成立的坐标系，因此应当在 S 系中计算）

光路 1　　$S^{'}$ 系中的 $\Delta t_1^{'}$ 为　$\Delta t_1^{'} = \dfrac{2l}{u_y^{'}} = \dfrac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}}$



根据伽利略变换在 $S^{'}$ 系中时间 $\Delta t_1 = \Delta t_1^{'}$

光路 2　　在 $S^{'}$ 系中的 $\Delta t_2^{'}$ 为

$$\Delta t_2^{'} = \frac{l}{c+v} + \frac{l}{c-v} = \frac{2lc}{c^2 - v^2}$$

根据伽利略变换在 $S^{'}$ 系中时间 $\Delta t_2 = \Delta t_2^{'}$。得到了在 S 系中两个光路的时间差，进一步认识到在 S 系（以太系）中光速为 c，且各向同性，则光路 1 与 2 在 S 中的光程差为

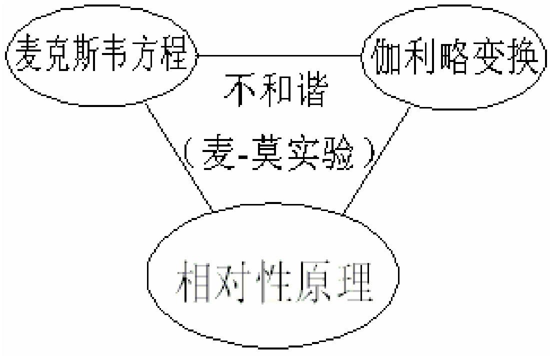
$$\Delta = c(\Delta t_2 - \Delta t_1) = c\left(\frac{2lc}{c^2 - v^2} - \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}}\right) \approx 2l\left[1 + \left(\frac{v}{c}\right)^2 - 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2 + \cdots\right]$$

$$\approx 2l\frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2 = l\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

光程差会产生一些干涉条纹

当装置转 90°，此光程差会变一个符号，两次测量引起的干涉条纹的移动为 $\Delta N = 2l\left(\dfrac{v}{c}\right)^2 / \lambda$（条）。但实验失败，意味着任何精度任意时间、地点测到的以太风的速度 $v \equiv 0$。地球是以太系？显然不可取，考虑此事件发生的几率！更可能的结论是所有的 S 都是以太系或根本没有以太系，Maxwell 方程组在任何 S 中都成立。

伽利略变换与 Maxwell 方程组不和谐



1900 年，开尔文认为“晴朗的天空远处有两朵乌云”。其中一朵是“以太”漂移的 0 结果。