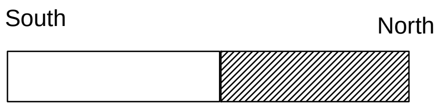
第十八讲

（一） 磁现象及磁的起源

① 古代即知晓磁石的存在：公元前三世纪战国时期<<吕氏春秋>>记载”慈石召铁”；公元前 11 世纪,古希腊人发现磁石可以吸引铁, 但并不吸引其他大多数材料。

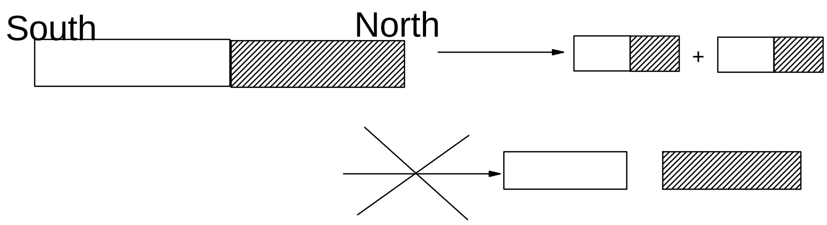
② 指南针（中国的四大发明）
原理: 将磁石做成针状(悬浮)则一端必指向南



③

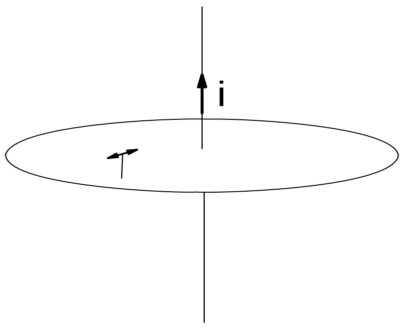
磁针之间的相互作用

磁针指向地球北极的一端定义为磁针北极。实验发现：**磁铁同极相斥，异极相吸。**这看上去与电荷相似，似乎显示磁铁是由正负电荷组成的电偶极子。但是，当磁铁从中间被分开后　　南北极不能单独存在，分出来的磁铁小块磁铁仍各自有南北极。这显示磁极与电荷的不同。其实，对应于电荷的磁荷（磁单极）是不存在的，这其实是电,磁不完全对称的本源!



理解了这么多磁现象，但磁力的来源一直是个谜!

④ 1820 年,丹麦,奥斯特发现电流具有类似磁铁的磁效应：在导线附近放置一个小磁针，当导线内通电流时，磁针发生偏转。



电流对磁针有作用力！这个发现具有重要的意义。因为电流的来源已经清楚，但磁力的来源一直不清楚。这个实验将电与磁联系起来，促使人们开始认识磁的本源。此前人们对磁针的认识相当的不清楚(神秘,阴阳)，这个实验使得人们利用电流这种可以看见,理解,控制的东西产生相同的磁现象。**这个实验进一步揭示了磁力的特点：非有心力，是横向力，垂直于连线方向。**

⑤ 实验发现磁铁对电流亦有作用力！（安培力）
演示实验 2

⑥ 实验进一步发现电流和电流之间亦有相互作用力!
演示实验 3

所以：综合所有的实验事实，人们发现磁针（电流）与磁针（电流）之间全都有相互作用。

$$\begin{array}{ccc} \text{磁针} & \leftrightarrow & \text{磁针} \\ \updownarrow & & \updownarrow \\ \text{电流} & \leftrightarrow & \text{电流} \end{array}$$

这启发人们思考：磁力的起源是电流？磁力又作用到电流？就像电荷之间有静电相互作用，电荷会产生电场，电场又会作用于电荷一样。电流在磁学中的地位与电荷在电学中的地位一致。

$$\begin{array}{ccccc} \text{电荷} & \Rightarrow & \text{电场} & \Rightarrow & \text{电荷} \\ \Updownarrow & & \Updownarrow & & \Updownarrow \\ \text{电流} & \Rightarrow & \text{磁场} & \Rightarrow & \text{电流} \end{array} \quad ?$$

注意两点

1 运动电荷 $\neq$ 电流，运动电荷是磁场起源不完全正确

运动电荷 $\rightarrow$ 电场+磁场

电流 $\Rightarrow$ 磁场

电流 = 运动电荷 + 相反电荷背景
运动电荷 = 流 + 荷

2 电流并非磁场的唯一起源

量子自旋是一类磁现象的起源 $\Rightarrow$ 量子力学

$\Downarrow$

可以等效看作电流,但不完全正确

（二） **安培定律(与库仑定律的地位相似)**

既然已知电流之间有磁力相互作用，电流元在磁学中的地位与点电荷在电学中的地位相仿，哪对应于描述点电荷之间的相互作用力的库仑定律，描述电流元之间的相互作用的定律是什么？

$q \leftrightarrow i \qquad (Id\vec{\ell})$

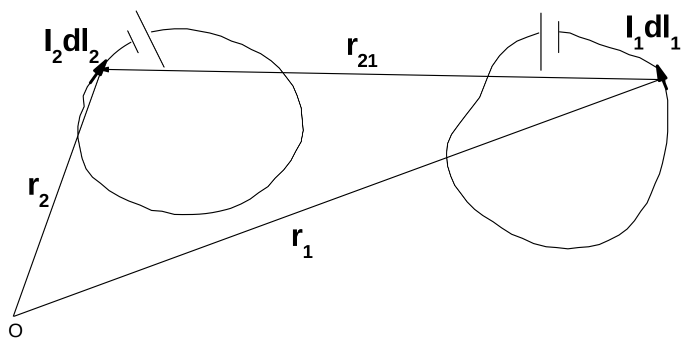
电　　磁

库仑定律 $\leftrightarrow$ 　　　　　　？

$\uparrow$

q, q' 的作用力　　　（i, i' 之间的作用力）

安培总结了大量的载流线圈的相互作用力的实验，发现了安培定律：



<u>在稳恒电流条件下，</u>电流元 1 对电流元 2 的磁力为

$$d\vec{F}_{21} = k\frac{I_2 d\vec{\ell}_2 \times (I_1 d\vec{\ell}_1 \times \hat{r}_{21})}{{r_{21}}^2} \qquad \hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}$$

$k = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} T \cdot m/A$　不妨与静电学做一对比: $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$，这样定义是为了让电磁对称。安培定律是我们磁学的基础。

注意: ①　严格来讲,只有积分形式才是实验定律

$$\vec{F}_{21} = \oint_{c1}\oint_{c2} k\frac{I_2 d\vec{\ell}_2 \times (I_1 d\vec{\ell}_1 \times r_{21})}{{r_{21}}^2}$$

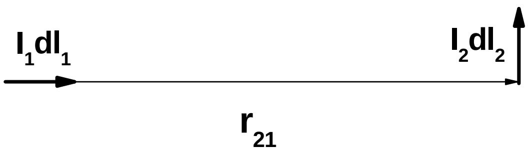
我们没有办法验证的 $d\vec{F}_{21}$ 正确性

②　$k = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} T \cdot m/A$　　μ_0 为真空磁导率

ε_0 与 μ_0 并不独立, 定义 μ_0 为一干净的数值是因测电流之间的

受力容易，因而 ε_0 为一复杂的数值.

③　$d\vec{F}_{21} \neq -d\vec{F}_{12}$　是否破坏牛顿第三定律?



$$d\vec{F}_{21} = k\frac{I_2 d\vec{\ell}_2 \times (I_1 d\vec{\ell}_1 \times \hat{r}_{21})}{{r_{21}}^2} = 0$$

$$d\vec{F}_{12} = k\frac{I_1 d\vec{\ell}_1 \times (I_2 d\vec{\ell}_2 \times \hat{r}_{12})}{{r_{12}}^2} \neq 0$$

原因是：$I_1 d\vec{\ell}_1, I_2 d\vec{\ell}_2$ 并不能单独存在（稳恒条件下）

若回路积分，则　$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$　仍满足牛三定律

<u>注意</u>：*对上述解释仍然不满意。因* $Id\vec{\ell}$ *不能单独存在，那* $d\vec{F}$ *到底正确与否？*

可以做理想实验，注意到　$\vec{j} = nq\vec{v}$

$$Id\vec{\ell} = nq\vec{v}\cdot Ad\vec{\ell} = nq\vec{v}\cdot\Omega = Nq\vec{v}$$

若空间有两个电荷，分别以 $\vec{v}_1$　$\vec{v}_2$*，则它们产生的电流元分别为*

$$I_1 d\vec{\ell}_1 = q_1\vec{v}_1 \qquad I_2 d\vec{\ell}_2 = q_2\vec{v}_2$$

则它们之间的相互作用力为：

$$d\vec{F}_{21} = k\frac{I_2 d\vec{\ell}_2 \times (I_1 d\vec{\ell}_1 \times \hat{r}_{21})}{{r_{21}}^2} = k\frac{q_2\vec{v}_2 \times (q_1\vec{v}_1 \times \hat{r}_{21})}{{r_{21}}^2}$$

因此，若能精密测得两运动电荷的相互作用，与上式比较，则 $d\vec{F}$ *得证！*

但这个理想实验有一个巨大的困难：因没有相反电荷背景，运动的电荷不仅产生电流 I *，还会有电荷* q *。因此相互作用力包括电力与磁力两部分：*

$$d\vec{F}_t = dF_e + dF_m$$

$$= K\frac{q_2 q_1}{{r_{21}}^2} + k\frac{q_1 q_2}{{r_{21}}^2}[\vec{v}_2 \times (\vec{v}_1 \times \hat{r}_{21})]$$

但电力与磁力之比为 $\dfrac{dF_e}{dF_M} \approx \dfrac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}{\frac{\mu_0}{4\pi}v_1 v_2} = \dfrac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\dfrac{1}{v_1 v_2} \approx \dfrac{c^2}{v^2}$

$c \equiv \sqrt{\dfrac{1}{\mu_0\varepsilon_0}}$ = *光速* 3×10^8 *米/秒*

所以除非 $v \to C$ *，上述理想实验中* $F_m << F_e$ *，想精确测量* F_m *难！*

进一步深入思考，

电力+磁力

运动电荷 1 $\Leftrightarrow$ *运动电荷 2 ？*

电力

静止电荷 1 $\Leftrightarrow$ *运动电荷 2*

如果我站在 1 上看，有磁力？没磁力？

$\Downarrow$

爱因斯坦深入思考了这个问题，他发现运动电荷的磁力（场）不是本质的，不过是另一个坐标系下的电场的变化形式而已（狭义相对论）。

（三） <u>磁场的刻画（与电场的类比）</u>

电场	磁场
q	$Id\vec{\ell}$
$\vec{F}_{21} = k\dfrac{q_1 q_2}{{r_{21}}^2}\hat{r}_{21}$	$\vec{F}_{21} = k\dfrac{I_2 d\vec{\ell}_2 \times (I_1 d\vec{\ell}_1 \times \hat{r}_{21})}{{r_{21}}^2}$
$\vec{F}_{21} = q_2\vec{E}_{21}$	$whynot \Rightarrow \vec{F}_{21} = I_2 d\vec{\ell}_2 \times d\vec{B}_{21}$
$\Downarrow$	$\Downarrow$
$\vec{E} = K\dfrac{q}{r^2}\hat{r}$	$\vec{B} = k\dfrac{Id\vec{\ell}\times\hat{r}}{r^2}$ （Biot-Savart 定律）
$\Downarrow$	$\Downarrow$

电场强度　　　　　　　　　　　　　　　　磁场强度？

$\Downarrow$ 历史

磁感应强度

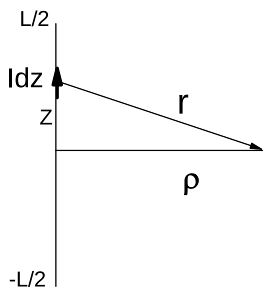
$\vec{E}$ 场　　　　　　　　　　　　　　　　　$\vec{B}$ 场

$\Downarrow$ 作用于　　　　　　　　　　　　　　　$\Downarrow$ 作用于

电荷　　　　　　　　　　　　　　　　　　电流

（四）**<u>B-S定律的应用</u>**

① 长载流导线的磁场（中心位置）



$$Id\ell\times\hat{r}=Id\ell\sin\theta\hat{e}_\phi$$

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{Id\vec{\ell}\times\hat{r}}{r^2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{Idz\cdot\sin\theta}{\rho^2+z^2}\hat{e}_\phi$$

$$|B|=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\rho Idz}{(\rho^2+z^2)^{3/2}}=\frac{\mu_0\rho I}{4\pi}\cdot\frac{z}{\rho^2(\rho^2+z^2)^{1/2}}\Bigg|_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}$$

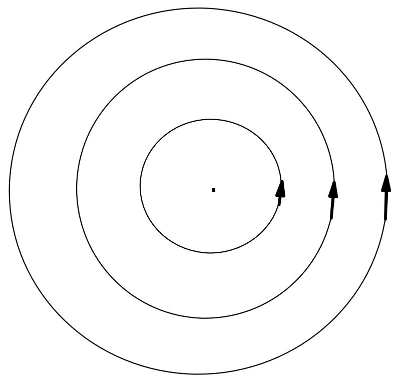
$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi\rho}\frac{L}{\sqrt{\rho^2+(L/2)^2}}$$

$B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi\rho}$,　　$L\to\infty$

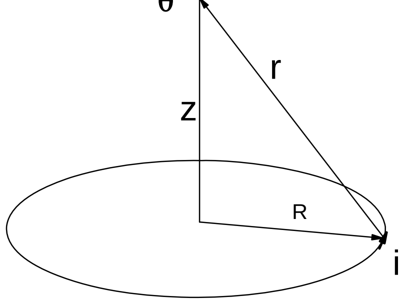
注意到 $L\to\infty$ 时，$\vec{B}$ 与 z 无关

由上向下看磁力线的分布 $\to$

体会与电场的不同



② 载流线圈（半径为 R，电流为 I）



$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{Id\vec{\ell}\times\hat{r}}{r^2}$$　　$Id\vec{\ell}$ 与 $\hat{r}$ 垂直

$Id\vec{\ell}\times\hat{r}$ 可以分成沿 $\hat{z}$ 和平行于 x,y 平面部分

显然只有 B_z 积分不为 0

$$B_z = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{IRd\phi\cos\theta}{R^2+z^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{IRd\phi R}{(R^2+z^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}} \qquad \vec{B} = B_z\hat{z}$$

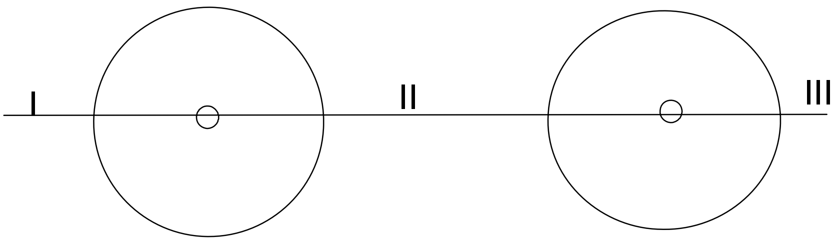
在 $z >> R$ 时，磁场为

$$B_z = \frac{\mu_0 IR^2}{2}\frac{1}{z^3} \qquad \Leftarrow \qquad \text{似曾相识}$$

对比偶极子的电场：$\vec{E} = \frac{\vec{P}}{2\pi\varepsilon_0 z^3}$， 发现可以定义 $m = \pi R^2 I$， 从而使得 $\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\vec{m}}{z^3}$，与偶极子电场的形式完全一样。因此一个载流线圈在磁学中的地位与电偶极子在电学中的地位完全一样。

电偶极子 $\vec{P} = \vec{\ell} q$ 磁偶极子 $\vec{m} = \pi R^2 I\hat{n}$

③ 多电流体系 $\leftarrow$ 线性叠加原理



两条平行电流

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1}\vec{e}_{\rho_1}, \qquad \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2}\vec{e}_{\rho_2}$$

总磁场 $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

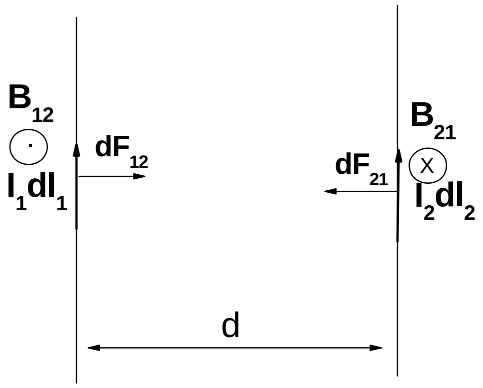
更多电流？ 线性叠加 $\Rightarrow$ 积分 $I \Rightarrow dI$

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + ...\vec{B}_N = \int d\vec{B} \qquad \text{更一般形式}$$

$$Id\vec{\ell} = \vec{j}\cdot d\vec{S}d\vec{\ell} = \vec{j}d\vec{r}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{Id\vec{\ell}\times\hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\vec{j}(\vec{r}')\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}d\vec{r}'$$

④　磁力的计算（长为 L）
两条平行电流的作用力



A）　<u>同向</u>　1 在 2 处的磁场为

$\vec{B}_{21}=\dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$，则 1 对 2 的作用力为

$$\vec{F}_{21}=\int I_2 d\vec{\ell}_2\times\vec{B}_{21}\approx I_2 L B_{21}=\frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d}$$ 为吸引相互作用

同理 2 在 1 处产生的磁场为

$\vec{B}_{12}=\dfrac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$，则 2 对 1 的作用力为

$$\vec{F}_{12}=\int I_1 d\vec{\ell}_1\times\vec{B}_{12}\approx I_1 L B_{12}=\frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d}$$ 吸引

B）<u>反向</u>

排斥
同向电流　吸引
反向电流　排斥　　　　　　　与电荷不相同

习题：P 772，　Problems，2，4，5，6，8.