第十六讲

<u>电路部分复习：</u>

- 电动势：稳恒电流的先决条件。定义为$\varepsilon = \dfrac{dW}{dq}$，即非静电力（化学能，机械力，等等）将单位正电荷从负极搬运到正极的所需要作的功。
  1）从电荷积累的角度：必须将正极板多余的正电“搬走”，电流才能持续
  2）从能量角度来看，电流流动一直在向环境提供热能，没有外部能量供给，则电流必将衰竭下去。因此只有存在电动势，才能维持稳恒电流。
- 电路分析原则

  Kirchhoff 第一定律 $\Sigma i_{\text{in}} = \Sigma i_{\text{out}}$ （任意节点）

  $$\text{微观基础}\quad \oiint_{\Omega} \vec{j}\cdot d\vec{s} = -\int_{\Omega} \frac{\partial \rho}{\partial t}\cdot d\vec{r}$$

  Kirchhoff 第二定律
  将电源包括在里面，环电路任一闭合回路一周电势差为 0

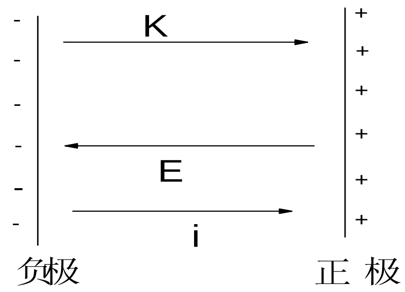
  $$\text{微观基础：}\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

  ① 设定电流方向
  ② 根据电流守恒得到电流之间的关系式
  ③ 选定一闭合回路，应用 Kirchhoff-2，V，i 关系式
    a 由电流方向经过一个电阻电压下降iR
    b 经过理想电动势时由负极到正极电势上升ε（不论电流方向）
    c 非理想电动势 = 理想电动势串联一个内电阻
- 电容充放电

  驰逾时间：$\tau = RC$ （电容越大，充电时间越长）

电路分析原理应用起来可以解决实际问题，但有许多问题不能令人完全满意。
问题

（1）为什么一个非理想电源 $\Leftrightarrow$ 理想电源+（串联）内电阻，而不是其它的形式？（比如并联）
（2）电路分析原则：经过电动势时，不论电流方向，由负极板到正极板电势上升。如何理解？
（3）简单的分析发现欧姆定律在电源内部不成立。比如如下图所示的电源，电源内部电场的方向是由正极指向负极，如果把电源作为欧姆介质处理，不假思索的应用欧姆定律，则电流为$i = \dfrac{V_+ - V_-}{r}$，方向由正极流向负极（假设载流子带正电）。



然而真实的情形却是电流在电源内部由负极流向正极！电流的方向与电场反向！欧姆定律 $\vec{j}=\sigma\vec{E}$ 不成立！电源内的介质是欧姆介质吗？电源里的能量如何转化的？

要理解这些问题，必须从微观机制出发，理解电源这种特殊媒质中的欧姆定律形式。

欧姆定律在电源里的形式

回忆：电导（阻）的推导

$\dot{\vec{V}}_d=\dfrac{\vec{F}}{m}-\dfrac{\vec{V}_d}{\tau}$ --- 电荷的运动是由外部驱动力与散射力共同驱动的

由此可推出在稳恒电流条件下：$V_d=\dfrac{\tau}{m}F=\dfrac{q\tau}{m}E$

然而后一个等号在只有静电力下才正确！

在电源这一特殊的媒质中，驱动力 $\vec{F}$ 可以不仅仅是静电场力 $q\vec{E}$，还可以由其他来源-非静电等效力。

等效非静电场

要解决这个问题，需引入等效非静电场 $\vec{K}$。由电动势的定义（从负极移动单位电荷到正极的过程中，外部非静电力所做的总功），知道

$$\varepsilon=\frac{\Delta W}{\Delta q}=\int_-^+\frac{\vec{F}_{ex}}{q}\cdot d\vec{l}=\int_-^+\vec{K}\cdot d\vec{l}$$

对比电场的定义

$$\vec{E}=\vec{F}/q$$

我们可以定义 $\vec{K}=\vec{F}_{ex}/q$ 为非静力等效场（与电场有相同的量纲）。则在电源中，电荷的运动是由静电力与非静电力的合力驱动的：

$$\vec{F} = q\vec{E} + \vec{F}_{ex} = q(\vec{E} + \vec{K})$$

故，稳恒电流条件下

$$\vec{V}_d = \frac{q\tau}{m}(\vec{E} + \vec{K})$$

解之可得电流

$$\vec{j} = nq\vec{V}_d = \frac{nq^2\tau}{m}(\vec{E} + \vec{K}) = \sigma(\vec{E} + \vec{K})$$

整理可得电源内的欧姆定律

$$\boxed{\vec{E} + \vec{K} = \rho\vec{j}}$$

下面分别讨论理想电源和非理想电源两种情况，来理解我们前面总结出来的电路分析几个原则。

- **理想电源** $\rho = 0$ （没有杂质晶格散射带走能量，即没有内电阻）

$$\vec{E} + \vec{K} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{K} \equiv -\vec{E}$$

$$\boxed{\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{K} \cdot d\vec{l} = -\int_{-}^{+} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{+}^{-} \vec{E} \cdot d\vec{l} = V_+ - V_-}$$

由上式，我们可以清楚地明白电路分析原则：(3.b) 经过理想电动势时由负极到正极电势上升ε

- **非理想电源** $\rho =$ 有限 （电流流过电源内部时有损耗发生）

$$\vec{E} + \vec{K} = \rho\vec{j}$$

（1）电源内部 $\vec{j}$ 与 $\vec{K}$ 同向，即电流由负极流向正极，对上式积分

左：$\int_{-}^{+} (\vec{E} + \vec{K}) \cdot d\vec{l} = \int_{-}^{+} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{-}^{+} \vec{K} \cdot d\vec{l}$

$$= V_- - V_+ + \varepsilon$$

右：$\dfrac{\rho \cdot L}{A} \cdot j \cdot A = r \cdot i$ （内电阻）

$$\boxed{V_+ - V_- = \varepsilon - ir} \leftarrow \text{微观证明}$$

$\Downarrow$ $\Downarrow$

静电场 外非静电力

回忆电路分析原则 - 由负极到正极，电势上升ε，同时沿电流走过电源，电势

下降 ir。上式给出了明确的微观证明。

此为电源作为一特殊电学材料的本构方程！

（2）电流反向，即由正极流向负极，则：

$$\boxed{V_+ - V_- = \varepsilon + ir}$$

回忆电路分析原则 - 由负极到正极，电势上升ε，同时反向电流走过电源，电势上升 ir。上式给出了明确的微观证明。

这也是为什么电动势方向不依赖于电流方向的微观基础。

注意：基尔霍夫第二定律的本质是静电场的保守力性质
与有无电动势并无关系，

电动势的加入仅仅是将 $V_b - V_a = \varepsilon$ *由外界条件确定下来而已*

静电部分小结

至此我们已完成了静电学部分的学习。从看似繁杂的公式中理出一个清晰的思路，对我们深入理解这部分内容有莫大的帮助。

I 真空中的静电基本方程

研究对象：$q, \vec{F}, \vec{E}, V, U$

平方反比（高斯定理）

$\Downarrow$

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i q_j}{|\vec{r}_I - \vec{r}_j|^2}\hat{r}_{ij} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \oiint \vec{E}\cdot d\vec{S} = q/\varepsilon_0 = \int \rho(\vec{r})d\vec{r}/\varepsilon_0 \\ \oint \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = 0 \end{array} \right\}$$

$\Uparrow$

保守场（环路定理）

$\Downarrow$

$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{\ell}, \qquad \vec{E}(\vec{r}) = -\nabla V(\vec{r})$$

II 物质对电场的响应

（1）导体

（自由电荷，导电） $\vec{j}(\vec{r})=\sigma_c\vec{E}(\vec{r})$

$$\sigma_c=\frac{nq^2\tau}{m}$$

（2）介质

（束缚电荷，极化） $\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$

（3）电源（电动势） $\Rightarrow$ $\vec{J}=\sigma(\vec{E}+\vec{K})$

特殊的静电介质，有外非静电等效场

以上这些方程均为不同介质对外场的响应方程，叫做本构方程

σ_c,χ_e 是刻画物质的本征性质，须有微观理论给出数值。在宏观电磁学理论中，它们被看作已知的常数。

III 结合 I 和 II，可以理解物质中电场的形为：

① 导体

（a） 静电（孤立导体，没有机制将积累的电荷拿走）

电荷再分布，产生附加电场：$\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'$，

平衡条件

$$\{\rho_{in}=0,E_{in}=0,\ E_{\parallel}^s=0,E_{\perp}^s=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\}$$

（b） 直流电（有导线连接）

无（较小）电荷再分布：

$\vec{E}_t(\vec{r})=\rho\vec{j}(\vec{r})\quad\Rightarrow\quad V=RI$ 电阻

② 电介质 外场 $\Rightarrow$ 极化 $\Rightarrow$ 极化电荷 $\Rightarrow$ 极化场

$$\vec{E}_t=\vec{E}_{ex}+\vec{E}_p$$

重要公式 $\oiint\vec{P}\cdot d\vec{S}=-q_p$

$$\varepsilon_0\oiint\vec{E}_t\cdot d\vec{S}=q_t=q_f+q_p$$

$$\oint\!\!\!\!\oint \left[\varepsilon_0 \vec{E}_t + \vec{P}\right] \cdot d\vec{S} = q_f$$

$$\oint\!\!\!\!\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_f \qquad \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}$$

$\downarrow$

总电场

③　电容=导体+电介质+导体

$\downarrow$

电荷的容器

电能。。。。。。

$$C = \frac{Q}{V} \qquad U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 \Leftrightarrow u(\vec{r}) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \varepsilon_r |\vec{E}(\vec{r})|^2$$

④　电路 $= R + C + \varepsilon$　：电路是“最复杂”的一种静电材料的组合

基尔霍夫两个定律：1，电荷守恒　$\oint\!\!\!\!\oint \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}\int \rho d\vec{r}$

2，电场的环路定理　$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0$

$$V_\varepsilon + \Sigma V_R + \Sigma V_C = 0$$