

## 线偏振光经过界面反射后的偏振情况讨论

孙璐 08300190086

1、在课堂上，我们已经讨论了两种特殊情形：TE 波和 TM 波。

TE 波

$$E_{0s}' = \frac{Z_2 \cos \theta - Z_1 \cos \theta'}{Z_2 \cos \theta + Z_1 \cos \theta'} E_{0s} = \frac{n_1 \cos \theta - \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta}}{n_1 \cos \theta + \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta}} E_{0s}$$

$$E_{0s}'' = \frac{2Z_2 \cos \theta}{Z_2 \cos \theta + Z_1 \cos \theta'} E_{0s} = \frac{2n_1 \cos \theta}{n_1 \cos \theta + \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta}} E_{0s}$$

TM 波

$$E_{0p}' = \frac{Z_1 \cos \theta - Z_2 \cos \theta'}{Z_1 \cos \theta + Z_2 \cos \theta'} E_{0p} = \frac{n_2 \cos \theta - \sqrt{n_1^2 - n_2^2 \sin^2 \theta}}{n_2 \cos \theta + \sqrt{n_1^2 - n_2^2 \sin^2 \theta}} E_{0p}$$

$$E_{0p}'' = \frac{2Z_1 \cos \theta}{Z_1 \cos \theta + Z_2 \cos \theta'} E_{0p} = \frac{2n_1 \cos \theta}{n_1 \cos \theta + \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta}} E_{0p}$$

结论是：出射的反射光和折射光仍为沿原方向的线偏振光。

2、下面我们考虑一种更加一般的情形，入射光是沿着任意方向的线偏振光，偏振方向与 P

偏振的夹角为  $\alpha$ ，反射光夹角为  $\alpha'$ ，折射光为  $\alpha''$ 。则有：

$$\tan \alpha = \frac{E_s}{E_p}; \tan \alpha' = \frac{E_s'}{E_p'}; \tan \alpha'' = \frac{E_s''}{E_p''}$$

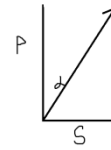
$$\cos \theta'' = \sqrt{1 - \sin^2 \theta''} = \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta}$$

不考虑全反射的情况，这时  $\cos \theta'' = \sqrt{1 - \sin^2 \theta''} = \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta}$ ，

带入菲涅耳公式可得：

$$\tan \alpha' = \frac{\cos \theta \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta} + n_1 \sin^2 \theta}{\cos \theta \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta} - n_1 \sin^2 \theta} \tan \alpha;$$

$$\tan \alpha'' = [\cos \theta \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta} + n_1 \sin^2 \theta] \tan \alpha$$



可见反射光与折射光仍为线偏振光，但偏振方向发生了偏转，其偏转角与入射角度以及介质

的性质有关。

3、下面考虑发生全反射时候的情况。光从光密介质到光疏介质，若入射角大于  $\theta_c$ ，使得

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} = n < 1, \text{ 在界面上会发生全反射。只能在第一种介质中观察到反射光而不能在}$$

第二种介质中观察到折射光。这时  $\cos \theta'' \sim i \sqrt{\left(\frac{\sin \theta}{\sin \theta_c}\right)^2 - 1} = \frac{i}{n} \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}$ ；带入菲涅尔公

式：

$$E_s' = \frac{\cos \theta - i \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}}{\cos \theta + i \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}} E_s$$

$$E_p' = \frac{n^2 \cos \theta - i \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}}{n^2 \cos \theta + i \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}} E_p$$

从上式可以看到，反射光与入射光的振幅是相等的。

定义

$$Z_s = \cos \theta + i \sqrt{\sin^2 \theta - n^2} \equiv Z_s e^{i\phi_s}$$

$$Z_p = n^2 \cos \theta + i \sqrt{\sin^2 \theta - n^2} \equiv Z_p e^{i\phi_p}$$

其中，

$$\phi_s = \arctan \frac{\sqrt{\sin^2 \theta - n^2}}{\cos \theta}$$

$$\phi_p = \arctan \frac{\sqrt{\sin^2 \theta - n^2}}{n^2 \cos \theta}$$

带入后：

$$E_s' = e^{-2i\phi_s} E_s$$

$$E_p' = e^{-2i\phi_p} E_p$$

不同偏振方式的波存在相位差  $\delta = 2(\phi_p - \phi_s) = 2 \arctan\left(\frac{\cos \theta \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}}{\sin^2 \theta}\right)$ 。

由上式可知，反射光可能为椭圆偏振光、线偏振光、圆偏振光。

(1)若要反射光仍为线偏振光，则需满足  $\cos \theta = 1$  或  $\sin \theta = n$ 。前者满足的条件为掠入射，而后者满足的条件为刚好为全反角入射。

(2)一般情况下，反射光为椭圆偏振光。如果入射光的偏振方向与光平面夹角成  $45^\circ$ ，则两种不同偏振方向的入射波振幅相等，而前面已经得出反射波振幅等于入射波振幅，所以反射波振幅也相等，这时可能出现圆偏振光。

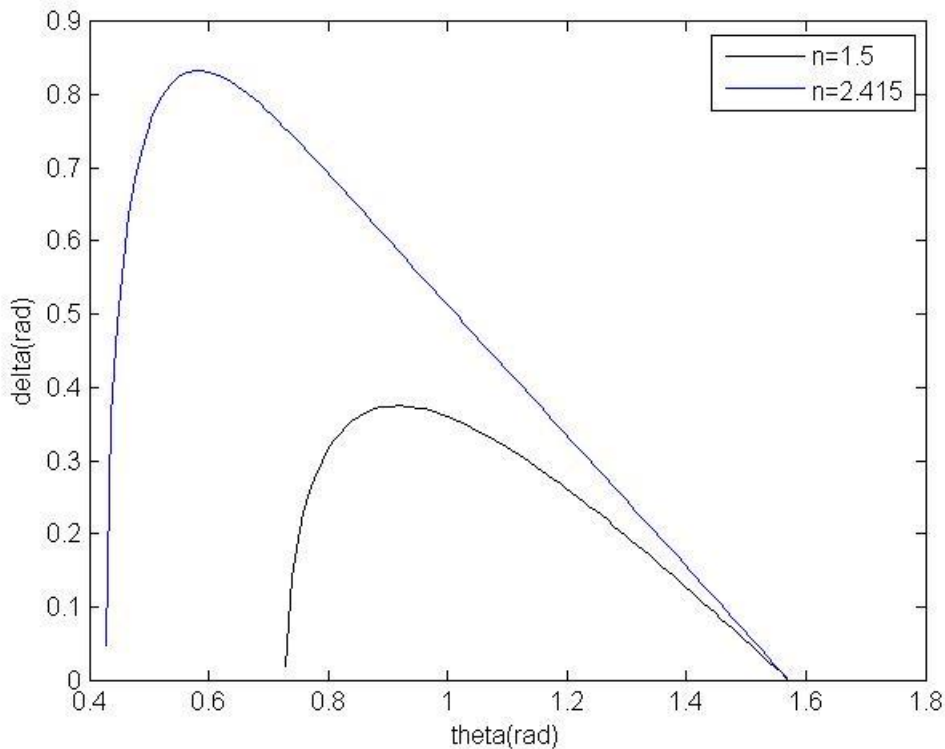
圆偏振还要求  $\delta = (2m + 1)\pi / 2$ ，由此可求得  $\theta = \frac{1}{2} \sqrt{n^2 + 1 \pm \sqrt{n^4 - 6n^2 + 1}}$ ，要使该

试成立，需满足条件  $n^4 - 6n^2 + 1 \geq 0$ ，解得  $n \geq \sqrt{3 + \sqrt{8}}$  或  $n \leq \sqrt{3 - \sqrt{8}}$ ，由于  $n < 1$ ，所以

排除前一个答案，得到圆偏振对介质折射率的要求是  $n' = \frac{1}{n} \geq \sqrt{\frac{1}{3 - \sqrt{8}}} = 2.415$ ，也就是说

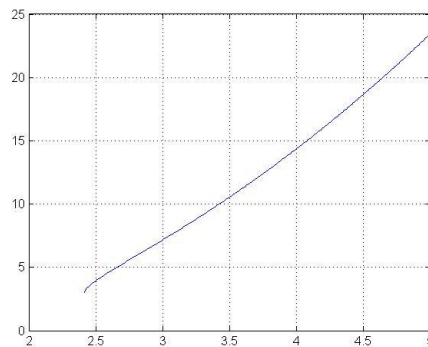
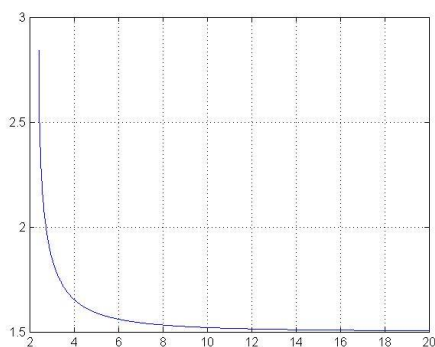
光密介质的相对折射率要高达 2.415 才能够发生圆偏振。这对一般透明介质来说是不能实现的。在金刚石可以达到。但我们这里可以用数值模拟来看看情况如何。

在  $n=1.5$ (一般玻璃)和  $n=2.415$ (前面计算得出)时分别做入射角  $\theta$  与  $\delta$  的关系图，如下图所示：



通过数值模拟计算，发现在这个值仍然不能满足圆偏振。检查之后发现我们的推导中少了  $\theta \leq \frac{\pi}{2}$  这个条件。

下面采用数值解法，发现  $\theta = \frac{1}{2} \sqrt{n^2 + 1 \pm \sqrt{n^4 - 6n^2 + 1}}$  只有取负号时有解。(左图表示取正号，右图则表示取负号)



#### 4、总结

- (1) 入射线偏振光为横电波或横磁波时，反射光和折射光仍为线偏振，且偏振方向不变。
- (2) 入射线偏振光与光平面有一个任意夹角是，反射光和折射光仍为线偏振光，但偏振方向发生改变。其改变情况与入射角度，以及材料的折射系数有关。
- (3) 当发生全反射时，如果入射光为全反角入射或掠入射，反射光仍为线偏振。而一般情况下为椭圆偏振。满足入射光偏振角为  $45^\circ$ ，且折射系数很大的时候会出现圆偏振。

#### 参考文献：

《线偏振光与入射面有夹角时的偏振态》 黄红强

《线偏振光反射特点分析》 刘雨龙