

# 匀强电场中金属的极化

一、当接地金属球置于匀强电场  $\vec{E}_0$  中时，

$$\varphi = -E_0 r \cos \theta + \frac{E_0 R^3 \cos \theta}{r^2} = -\vec{E}_0 \cdot \vec{r} + \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

比对电偶极子电势得：  $\vec{p} = 4\pi\epsilon_0 \vec{E}_0 R^3 = 3\epsilon_0 \vec{E}_0 V$

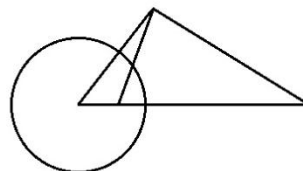
即金属球位于匀强电场中时，其极化强度正比于电场强度  $\vec{E}_0$  和体积  $V$ ，还有一个系数 3，这个结果是合理的，因为电场强度越大，电偶被拉开得越远，而体积越大，电荷越多，电偶极距之和越大。

二、之前用镜像法研究导体球外有点电荷的问题时，能求解出导体球表面的电荷分布。而当点电荷离导体球很远时，导体表面的电荷分布也近似成了电偶极子。

(画图不是很方便，所以只能粗略地画一下)

解得：

$$b = \frac{R^2}{d}, q' = \frac{R}{d} q$$



$$\sigma = -\frac{q}{4\pi R^2} \left(\frac{R}{d}\right) \frac{1 - \frac{R^2}{d^2}}{\left[1 + \frac{R^2}{d^2} - 2\frac{R}{d} \cos \theta\right]^{\frac{3}{2}}}$$

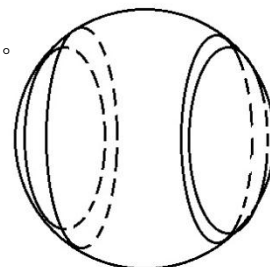
当  $\frac{R}{d} \rightarrow 0$  时，即点电荷离金属球非常非常远时，

$$\sigma \approx -\frac{q}{4\pi R d} \left(1 + \frac{3R}{d} \cos \theta\right)$$

如果将面电荷分布对表面积分，发现，结果是  $-\frac{R}{d} q$ ，而  $\cos \theta$  项积分得结果为 0，由此，

我们可以看出这样一个物理图像：远处的点电荷对金属球表面感应出 $-q'$ 的电量，以及一些正负电荷，正负电荷等量异号各分布在球的两个半区，而且电量总和为零。这一点的特性与电偶极化的特性完全一致，所以，我们不妨认为

$$\sigma_p = -\frac{q}{4\pi R d} \cdot \frac{3R}{d} \cos\theta = -\frac{3q}{4\pi d^2} \cos\theta \text{ 是极化电荷的分布。}$$



因此，

$$\begin{aligned} \vec{p} &= \int dq \cdot \vec{l} \\ &= -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sigma(\theta) R d\theta \cdot 2\pi R \sin\theta \cdot R \cos\theta \cdot 2 \\ &= 3 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{-q}{4\pi \epsilon_0 d^2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \\ &= 3\epsilon_0 \vec{EV} \end{aligned}$$

可见，当点电荷距离很远时，在导体球附近形成的电场可以近似是匀强的，其极化效果与在真实的匀强电场的效果是一致的。

在计算 $\vec{p}$ 的过程中，我也加深了对电偶的理解，正负电荷是一对一形成的，不可重复计算，因为电偶的产生是中性体被拉开，与其他电荷无关。

在最新一次的课程中，我们定义了最根本的电偶极距的定义： $\vec{p} = \int \rho(\vec{r}') \vec{r}' d\tau'$ ，这样的计算就不会有问题了。

一些想法：

- 1、在学电磁学时，我们有极化和感应两个不同的概念，极化是指电介质在外场中的响应，分子被拉开成正负电荷，而感应是针对导体而言的，指自由电荷在外场下运动堆积到一边，两者是相似的，因为宏观的效应是正负电荷堆积在物体的表面，但两者又是不同的，极化会储存能量，外场消失后再释放出来，而感应没有储存能量的概念。不过，现在，我们好像都把他们都当成“电偶极子”了，是利用了感应和极化的第一条共同点。
- 2、我们现在处理的是接地，那如果导体球是孤立的，或者外接电压 $V_0$ 呢？我没有去算，但估计电偶极子的结果是不变的，因为无论是孤立，或者是外接 $V_0$ ，其效果仅仅是在球心处再放上一定量的点电荷，相应的表面电荷分布是均匀的，对电偶极子没有影响。
- 3、另外，我发现从 $q = C_{11}\phi_1 + C_{12}\phi_2$ 的角度理解“接地”“孤立”“外接 $V_0$ ”是很清晰的。

导体球表面的电荷由两部分组成，自己以及外面的点电荷，自己的效果一定是表面均匀分布的（相当于在球心放置一定量的点电荷），然后再线性叠加外部点电荷的效果即可。

刘纯骁  
08300190004