

电磁特异介质片的耦合作用对波导中亚波长透射的影响

王娟, 林逸华, 乐永康

复旦大学物理系

摘要: 本实验中我们在 20mm 波导中放入电磁特异介质片, 用 Agilent E8362C 网络分析仪测量其的透射率随微波频率的变化曲线, 发现在波导的截止频率之下出现了高透的现象。在此基础上我们研究了介质片的数量、花纹形状对于亚波长高透峰位的影响, 并且通过 FDTD 数值模拟验证了其准确性。

关键词: 电磁特异介质, 亚波长透射, FDTD 数值模拟, 选频透射

一. 引言:

波导中微波的传播存在一个截止频率, 即在该频率之下微波是无法以行波的形式进行向前传播的。截止频率与波导的横向尺寸有关, 因此如果要想实现低频段的透射, 则需要把波导的尺寸做得很大, 但这在追求器件小型化以及微型化的今天, 无论在实验还是应用中都是非常不利的, 因此人们就尝试打破这种限制, 希望在尺寸较小的波导中实现其截止频率以下频段的透射, 即我们所说的亚波长透射。

通过研究人们发现, 人工调节材料的介电常数 (ϵ) 以及磁导率 (μ) 的大小可以使材料具备天然材料所不具备的一些特性, 例如本实验中使用的电磁特异介质, 可以在波导中与某些特定频率的微波发生耦合作用, 使得微波的死亡态变为局域态, 阻止了能量的衰减。并且通过调节波导中电磁特异介质的数量以及花纹形状可以改变耦合频率的大小以及数量, 当这些耦合频率小于波导的截止频率时就表现为微波在波导出现了亚波长的透射现象。

实验中我们研究了十字花型电磁特异介质的亚波长透射现象, 发现在波导截止频率下出现的透射峰数与波导中放置的电磁特异介质片的数量相等, 这一现象与复旦大学物理系周磊老师组提出的紧束缚理论 (TBM) 的计算结果相符。并且我们改变十字花结构四周线条的长短, 通过 FDTD 数值模拟发现了该结构的一个选频规律。

二. 理论基础: 微波在波导中的传播

如图 1 所示的波导, 微波在其中传播模式对应的频率与波矢之间的关系为:

$$k_z = \sqrt{k_0^2 - k_c^2} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{ck_c}{\omega}\right)^2} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} \quad (1)$$

其中

$$k_c^2 = \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \quad (2)$$

$$\omega_c = ck_c \quad (3)$$

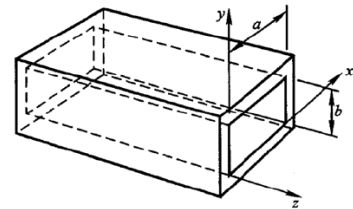


图 1 矩形波导

从式 (1) 可以看出, 当微波的频率 ω 小于频率 ω_c 时, k_z 是一个纯虚数, 此时微波在波导中呈现为衰减波的行为, 电场振幅从表面向内以指数形式衰减, 迅速减小为 0, 因此频率小于 ω_c 微波是无法在波导中传播的, 故把 ω_c 称谓波导的截止频率。从 (2) 和 (3) 式中,

我们可以看出，波导的截止频率与其横向长宽 a 、 b 有关，波导越大，截止频率越小，可在波导中传播的微波的频率也就可以越小。

三. 实验设置:

如图 2 (a) 所示，网络分析仪从 port 1 发出的微波通过波导管的传播，在 port 2 进行接收并测量其透射系数 T 。实验所用的波导管横向尺寸为 $22.86\text{mm} \times 10.10\text{mm}$ ，纵向长度为 20mm (如图 2 (c) 所示)。电磁特异介质片表面为 0.2mm 宽以及 0.2mm 厚的金属铜丝做成的十字花结构，衬底是用相对介电常数 $\epsilon_r = 2.2$ 的材料做成的。

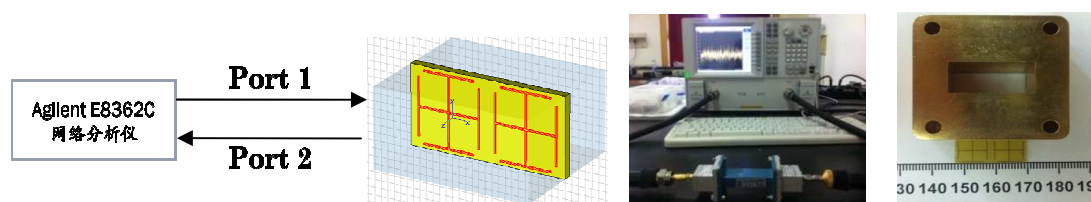


图 2 (a) 实验设置示意图 (b) Agilent E8362C 网络分析仪 (c) 实验用 20mm 矩形波导和十字花结构电磁特异介质片 (衬底厚 1.2mm)

四. 实验内容、结果与讨论:

1. 测量微波在不同长度波导中的透射系数随频率变化曲线:

分别用 10mm 、 20mm 、 70mm 的空波导测量其 $T-f$ 曲线，结果如图 3 所示:

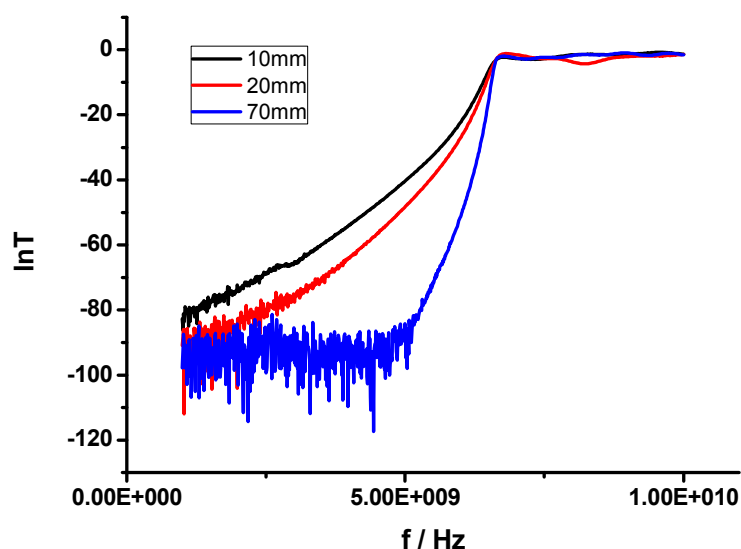


图 3 不同长度 (10mm 、 20mm 、 70mm) 波导管对微波的透射曲线

从图 3 中可以看出，不同长度的波导，其透射率随频率的变化曲线在截止频率以下是有明

显的不同的。随着波导长度的增加，曲线上升阶段的陡峭程度也明显增加。这是由于在截止频率以下，微波在波导中呈现出衰减波的行为，即其振幅随传播距离按 e 指数衰减，因此当波导足够短时，截止频率以下的微波还是有机会能够透过波导的，并且随着频率的增加，衰减的量减小，透射系数增加，到截止频率处达到 100% 的透射。因此在截止频率以下会有一个透射系数随频率的增加而上升的过程。对于长度不同的波导管，即使对于某一截止频率以下波段的微波都有所透射，但是由于微波衰减的距离不同，在长波导中衰减量要比在段波导中衰减量大得多，透射系数随着波导长度的增加而减小，故不同长度波导的 $T-f$ 曲线呈现出图 3 的图像。

2. 观察并理论解释加入电磁特异介质后波导中的亚波长透射现象

在 20mm 的波导中分别等间距的加入 1 片、2 片、4 片十字花结构的电磁特异介质片，测量其 $T-f$ 曲线，结果如下：

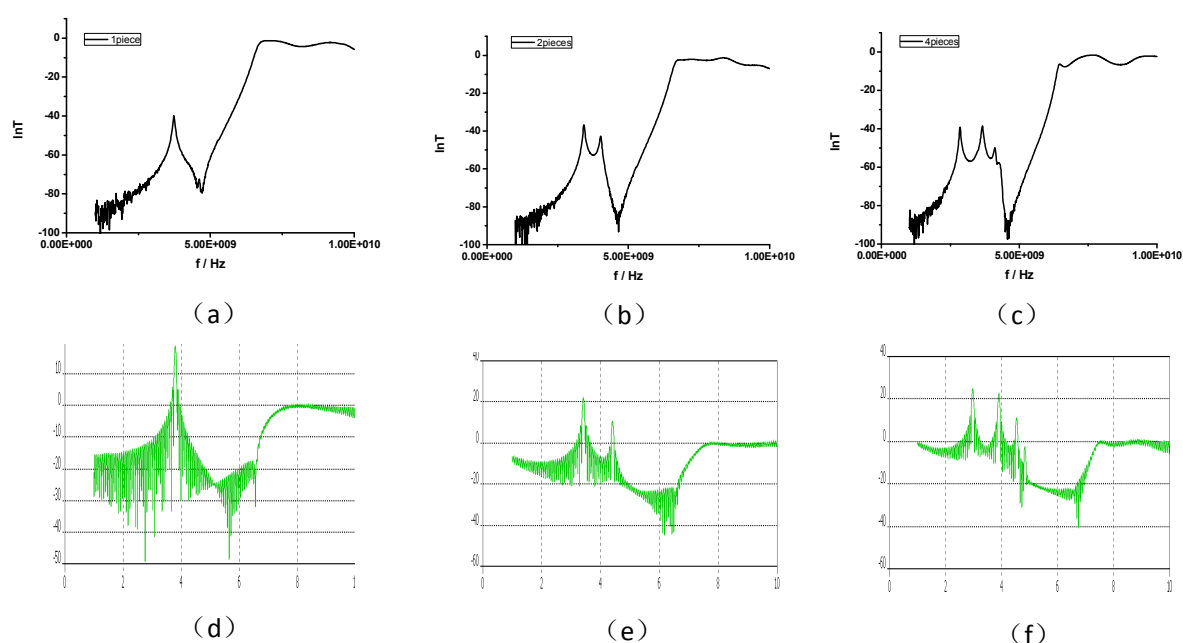


图 4 (a), (b), (c) 加入 1、2、4 片电磁特异介质片后的实测曲线
(d), (e), (f) 相应的 FDTD 数值模拟结果

图 4 中 (a) (b) (c) 分别代表在 20mm 波导中放入 1 片、2 片、4 片电磁特异介质后实验所测得波导的 $T-f$ 关系曲线，而 (d) (e) (f) 分别对应于我们用 CST 仿真模拟软件进行相同情况下 FDTD 数值模拟的结果，两者在截止频率以下的透射峰位几乎一致，这也从理论上验证了我们实验结果的正确性。

从实验结果中我们发现，加入的电磁特异介质的数目与亚波长透射峰的数目一致。这并不是一个显然的结果，背后一定蕴含了很深的物理。复旦大学物理系周磊老师组提出的 TBM (Tight-Binding Method)¹理论对于该实验结果给予了很好的解释。

¹ Tight-binding Approach to Study the Coupling Effects in Metamaterials, Hao Xu, Qiong He, Shiyi Xiao, Bin Xi, Jiaming Hao, Lei Zhou, JAP, Jan 2011

所谓 TBM 理论是指，只考虑相邻以及次近邻的电磁特异介质片激发的场的作用，而忽略其它的影响，通过第一性原理的计算可以求出体系的本征态，其对应的本征值即为体系发生共振的频率，也就是说在这些频率处将发生高透现象。根据理论可以把体系的哈密顿矩阵写出来

$$\hat{H}_{i,j} = (\omega_0 + t_{j,j})\delta_{ij} + t_{i,j} \quad (4)$$

其中， ω_0 为该电磁特异介质片的本征频率（可用数值模拟及其它理论方法计算出）， $t_{i,j}$ 为跳跃参量（hopping parameter），可以根据介质片间的距离计算出。

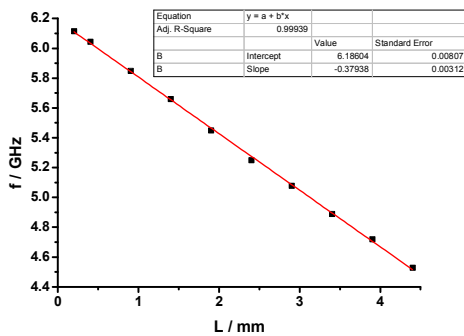
根据理论，矩阵的阶数应该和加入的电磁特异介质片的数目相同，并且因为该矩阵为 Hermit 矩阵，故本征值的个数应该与矩阵的阶数相同，即和电磁特异介质片的数目相同。这就证明了为什么加入几片电磁特异介质片，就会在亚波长阶段有几个透射峰。并且如果知道这些电磁特异介质在波导中放置的距离，就可以写出矩阵元，通过转移矩阵的方法定量的计算出透射峰位。

3. 十字花结构的亚波长选频作用的研究：

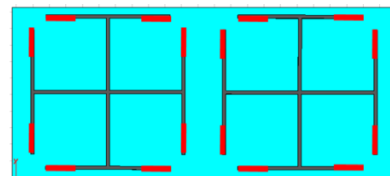
最后，我们研究了改变十字花结构四条最外层铜丝的长度（图 5（b）红色部分），发现在一定的长度范围内（小于 4.4mm 时）透射峰位随长度的变化呈线性关系（见表 1，图 5（a））。

表 1

L / mm	0.2	0.4	0.9	1.4	1.9
f / GHz	6.12	6.05	5.85	5.66	5.45
L / mm	2.4	2.9	3.4	3.9	4.4
f / GHz	5.25	5.08	4.89	4.72	4.53



(a)



(b)

图 5 (a) 十字花结构 $f \sim L$ 线性拟合图 (b) 十字花结构周围四条铜丝长度变化示意图

频率 f 随边长 L 的变化关系表示为：

$$f = -0.37983L + 6.18604(\text{GHz})$$

因此，得到 $f \sim L$ 的如上关系后，我们只要通过改变 L 的大小，就可以调控透射峰的位置，不仅实现了亚波长的透射，还可以达到透射的选频效果。

五. 结论

我们通过加入电磁特异介质片的方法观察到了波导中亚波长透射的现象,发现透射峰的数目与加入的电磁特异介质片的数目相一致,并分别通过 TBM 理论以及 FDTD 数值模拟加以解释和验证。同时,我们还通过改变电磁特异介质片上金属线条的长短,用 FDTD 方法进行数值模拟,发现了十字花结构对于亚波长透射的选频规律,希望通过进一步的实验来观察到这一现象。

六. 致谢

感谢林逸华同学在这学期实验课中的合作与帮助,同时感谢乐永康老师的耐心指导以及实验器材的提供,并且在平时的交流中给我们实验设计提供了许多非常实用的想法。最后要感谢 10 级研究生孙午炯学长在数值模拟以及仪器的使用方面提供的技术支持,使得我们的实验得以顺利完成。

七. 参考文献

1. Tight-binding Approach to Study the Coupling Effects in Metamaterials, Hao Xu, Qiong He, Shiyi Xiao, Bin Xi, Jiaming Hao, Lei Zhou, J. Appl. Phys.109, 023103 (2011)
2. Effective-medium models and experiments for extraordinary transmission in metamaterial-loaded waveguides, Hao Xu, Zhiyu Wang, Jiaming Hao, Jiajie Dai, Lixin Ran, J. A. Kong, and Lei Zhou, Appl. Phys. Lett. 92, 041122 (2008)

Coupling effects of metamaterial on sub-wavelength transmission in waveguide

Juan Wang, Yihua Lin, Yongkang Le
Department of Physics, Fudan University

Abstract We measured the transmission constant – frequency curve of microwave in 20mm metamaterial-loaded waveguide using Agilent E8362C Network Analyzer and found sub-wavelength transmission occur in this system. We further demonstrate the difference of peak numbers and positions brought by the number and pattern difference of these metamaterial using FDTD numerical simulation and TBM theory.

Keywords electric/magnetic metamaterial, sub-wavelength transmission, FDTD numerical simulation, frequency selection