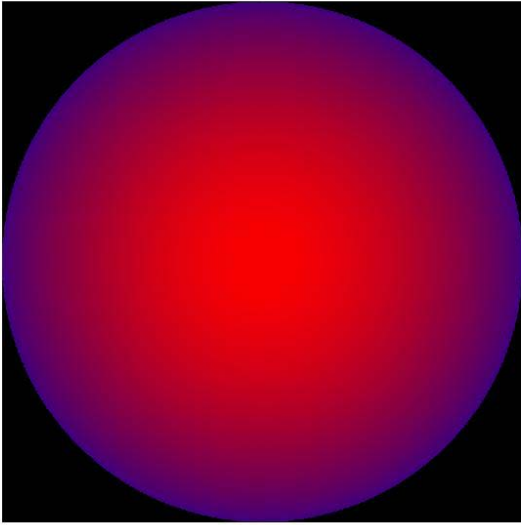
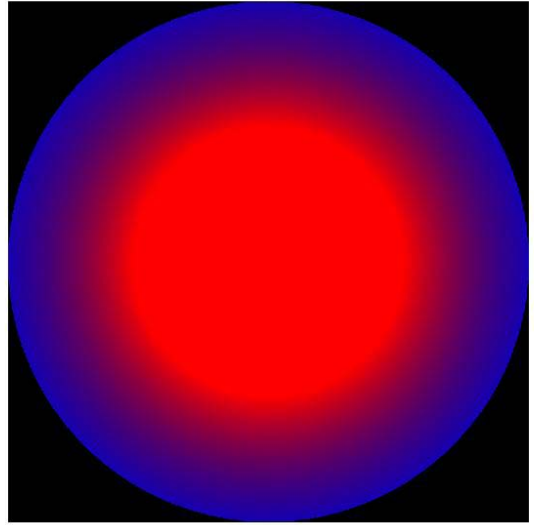


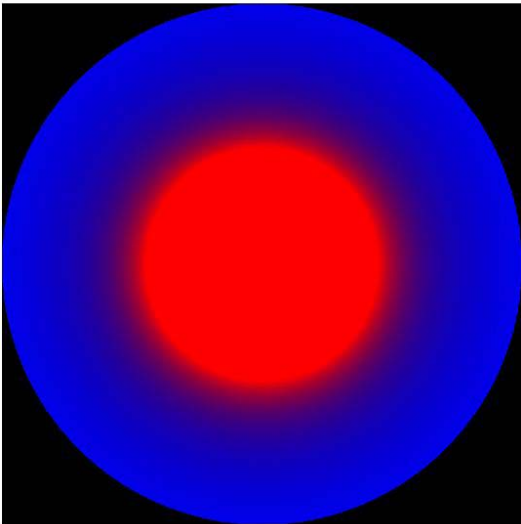
电动力学数值计算小题



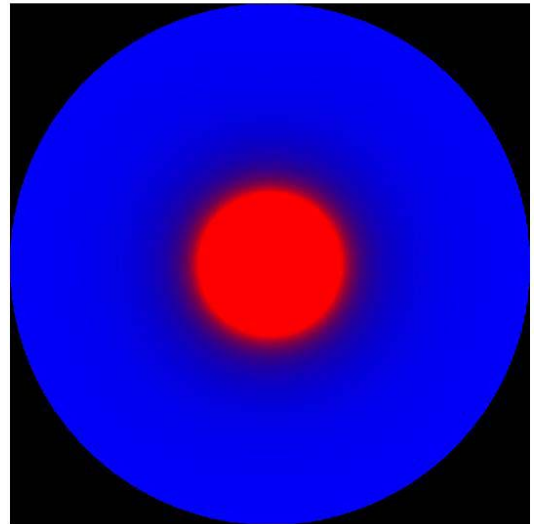
R/d=0.2



R/d=0.4



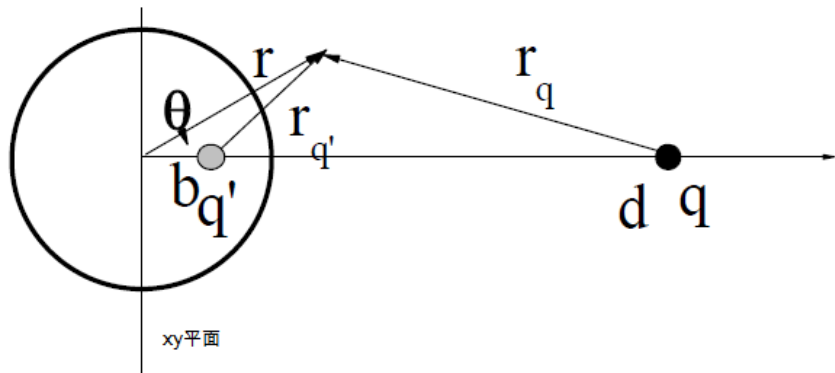
R/d=0.7



R/d=0.9

计算过程:

1. 对与球对称的情况，不妨将真个半球投影到 xy 平面。投影到平面上的面电荷分布就为:



$$\sigma = -\frac{q}{4\pi R^2} \left(\frac{R}{d}\right) \left(1 - \left(\frac{R}{d}\right)^2\right) \left(1 + \left(\frac{R}{d}\right)^2 - 2\frac{R}{d} \cos(\theta)\right)^{-3/2}$$

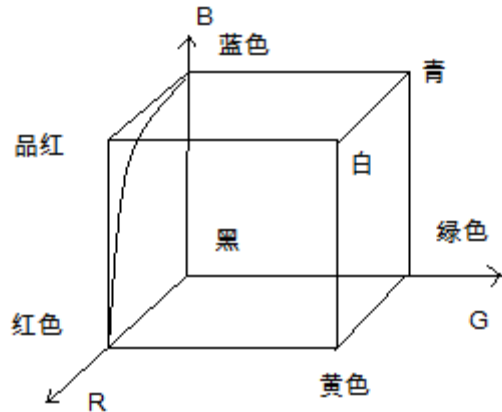
当 $\theta = 0$ 时有最大值，用此时的最大值归一，得到相对分布强度，即：

$$\frac{\sigma}{\sigma_{\max}} = \left(1 - \frac{R}{d}\right)^3 \left(1 + \left(\frac{R}{d}\right)^2 - 2\frac{R}{d}\cos(\theta)\right)^{-3/2}$$

此时：

$$\cos(\theta) = \frac{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2 - (y - y_0)^2}}{R}$$

2. 我们知道一副 RGB 图像是一个 $M*N*3$ 的矩阵，其中每个 $M*N$ 的矩阵代表一个灰度图像。可以将三个 $M*N$ 的矩阵组合而构成一副 $M*N*3$ 的 RGB 图像。因此，要做出一副这样的图像首先要将电荷密度转化成灰度值，范围在 $[0,1]$ 之间，这也是为什么要求 $\frac{\sigma}{\sigma_{\max}}$ 的原因；另一方面，由于颜色的分布是一个三维的列（行）向量，即每个像素点上由三个值确定该点的颜色。这里我选取了红色-品红-蓝色的 RGB 面进行色谱的定标。面密度最大时（1）为红色，最小（0）时为蓝色，中间就是过渡区域（如上图色谱所示）。为了使颜色过渡均匀，不妨采用曲线过渡。我在这里采用函数 $x^{1/2}$ 进行过渡，产生较为均匀的过渡色谱。



3. 所有的工作都在 matlab 下完成，建立三个 $800*800$ 的矩阵，分别为 DenR, DenG, DenB，计算 DenR 的灰度值 $\left(\frac{\sigma}{\sigma_{\max}}\right)$ ，索引值代表 x、y 坐标，计算不同坐标点的灰度值；然后取

DenB=1-DenR^{1/2}，同时给 DenG 取一个适当的背景就可以了 0.01。以下是计算用的代码：

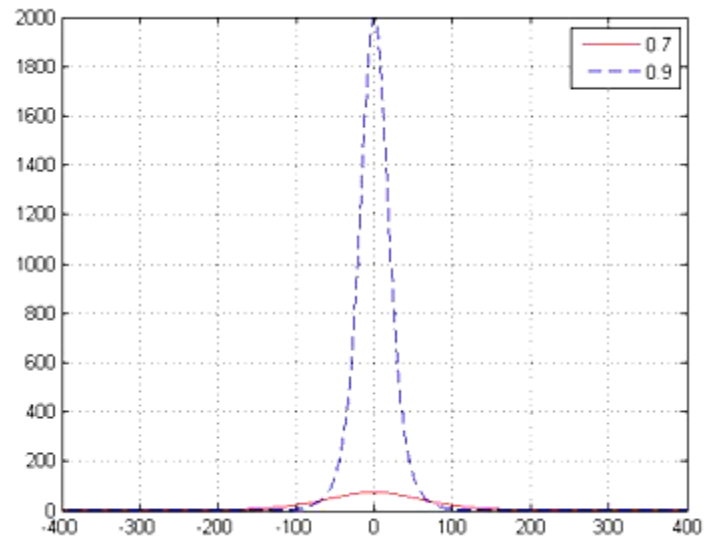
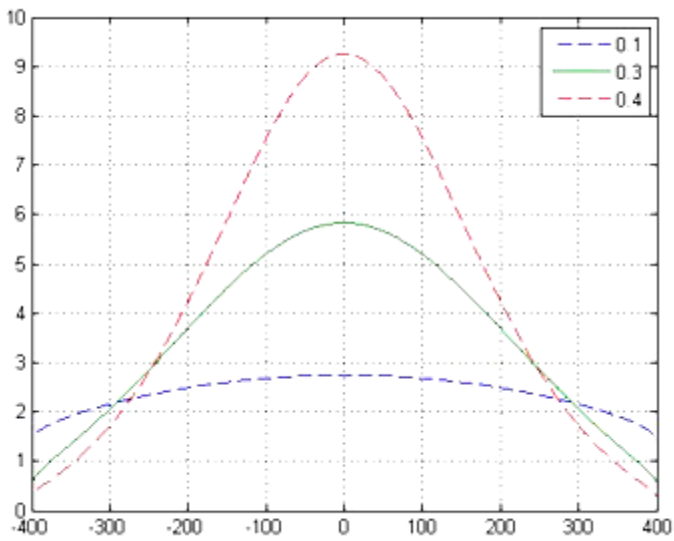
```
% This file is used to caculate the relative charge density on a
conductive
% sphere whoes radius is R with a potential 0 and a charge q located
% distance d away from the center of the sphere.rate=R/d.
% The relative charge density is
%
thigema/thigema_max=[(1-R/d)^3]*[(1+R*R/d/d-2*R*cos(theta)/d)^-3/2
]
function charge(rate)
clear;
DenR=zeros(801,801);
DenG=0.01*ones(801,801);
DenB=zeros(801,801);
R=400;
d=R/rate;
for i=1:801
    for j=1:801
```

```

r=(i-401)*(i-401)+(j-401)*(j-401);
if r-R*R<=0
    Cs=sqrt(R*R-r)/R;
    DenR(i,j)=((1-rate)^3)*((1+rate*rate-2*rate*Cs)^-3/2);
    DenB(i,j)=1-DenR(i,j)^0.5;
end
end
end
rgb_image=cat(3,DenR,DenG,DenB);
figure;
imshow(rgb_image);

```

4. 可以选球的中心为原点，以x轴为r轴作图：



当 $R/d=0.9$ 时电荷近似分布在了这一点上，如果取 $R/d=0.999$ ，情况如下图所示：

