

DOI: 10.3969/j.issn1000-4874.2013.03.016

正交圆柱尾迹空间动力学行为的实验研究*

余宇轩¹, 谢锡麟¹, 麻伟巍²

(1. 复旦大学力学与工程科学系, 上海 200433, Email: 11210290010@fudan.edu.cn;

2. 东华大学理学院, 上海 200051)

摘要: 该文实验研究了低 Reynolds 数情况下正交圆柱尾迹的空间动力学行为。研究涉及不同来流速度, 不同圆柱间距工况下, 几何中心层和剪切层上旋涡的空间演化特性。空间动力学行为分析主要基于自谱和互谱的空间演化, 并涉及空间相位分析。结果显示: 正交圆柱尾迹法向方向和展向方向的自谱演化不具有对称特性, 分别表现为类单圆柱性和二次流现象; 在正交圆柱中心附近, 通过自谱图发现尾迹处存在旋涡的三次归并现象以及亚谐波的嵌入现象; 通过互谱和空间相位分析, 在 $Re = 68$ 和 $Re = 103$ 工况下发现波数匹配现象, 并且其频带的中心恰为正交圆柱脱落主导频率; 特别在 $Re = 68$ 工况下脱落主导频率和一阶亚谐波存在波数匹配现象, 并且随着 Re 数增加, 相位关联消失。

关键词: 正交圆柱; 自谱; 互谱; 波数; 波速

中图分类号: O357.5

文献标识码: A

Experimental studies on the spatial dynamical behaviors of wakes of two circular-cylinders forming a cross

YU Yu-xuan¹, XIE Xi-lin¹, MA Wei-wei²

(1. Department of Mechanics & Engineering Science, Fudan University, Shanghai 200433, China;

2. College of Science, Donghua University, Shanghai 200051, China)

Abstract: This experimental study was put emphasis on the spatial dynamical behaviors of two circular-cylinders forming a cross at low Reynolds number. It is involved in the vortices space evolution characteristics of the middle layer and the shear layer by the different flow speed and the different cylinder spacing conditions. The spatial dynamical behavior analysis is mainly based on self-spectrum and cross spectrum, involving spatial phase analysis. The results are obtained by the self-spectrum that the normal direction and the spanwise direction do not have the symmetry of the direction in the wake of two circular cylinders arranged perpendicular to each other; that one is the wake of the vortex being similar to the single-cylinder and another is

* 收稿日期: 2012-06-15(2013-04-09 修改稿)

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(10872051)

作者简介: 余宇轩(1989—), 男, 浙江绍兴人, 硕士研究生。

通信作者: 麻伟巍, Email: mww@dhu.edu.cn

Received: June 15, 2012 (Revised April 9, 2013)

Project supported by foundation: Supported by the National Natural Science Foundation of China (10872051)

Biography: YU Yu-xuan (1989—), Male, Master Candidate.

Corresponding author: MA Wei-wei, Email: mww@dhu.edu.cn

the secondary flow phenomenon. Near the center of structure the third mergence and embedding is found in the wake of the two circular cylinders by the self-spectrum picture. On the other hand, by the way of cross spectrum and the spatial phase analysis, the wave-number-matching phenomenon is found in the case of $Re = 68$ and $Re = 103$. And the wave-number-matching phenomenon only exists around the shedding-frequency. In the case of $Re = 68$, it is found that the shedding-frequency and the first sub-harmonic wave have the same wave-number, and with the increasing of the Reynolds number, the determinable spatial-phases disappeared.

Key words: two circular cylinders forming a cross; self-spectrum; cross spectrum; wave number; wave velocity

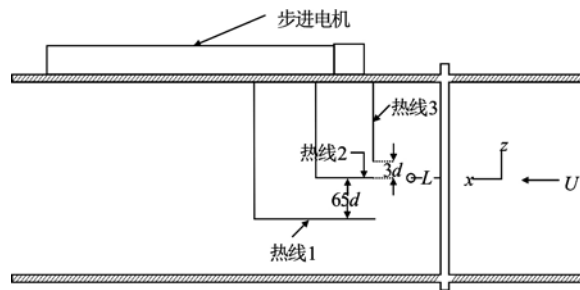


图1 风洞实验段的正面投影

Fig.1. The front projection of the test section of the wind tunnel

1 引言

钝体的绕流问题, 特别是对于圆柱和圆柱群一直是流体力学领域的重要研究内容。由于在工程领域圆柱和圆柱群是普遍采用的结构形式, 因此许多研究者对其进行了研究, 并取得了很大的进展。对于双圆柱绕流, 由于实际工程的需要, 往往把双圆柱的并列、串列和斜置作为典型的排列方式, 即使是多圆柱绕流, 也只不过是上述三种方式的混合排列。目前, 对于其他形式排列的双圆柱绕流问题的研究较为少见。而在实际工程背景中, 两圆柱呈正交关系的结构却很常见, 如: 风洞的整流网、沿海的钻井设施^[1]、晶格框架和冷却系统^[2]等。因此, 对其进行研究不仅有助于解决实际工程需要, 而且通过与单圆柱的比较能够了解不同结构下的绕流的尾迹的结构异同处和湍流转捩机理的异同处, 以此发现关于绕流的一般性机制是非常有意义的。

结合本文的研究目的以及现有的文献, 分别对相关文献中高 Re 数范围下正交圆柱的结果, 以及相关文献中低 Re 数范围下正交圆柱的数值模拟说明如下。

正交圆柱尾迹流场的内区域和外区域: 当自由来流流经正交圆柱时, 整体的尾迹流场可划分为两个区域, 一个是内区域, 一个是外区域。外区域意味着尾迹流场类似与单圆柱的尾迹流场相近, 内区域意味着在此区域内整体尾迹流场的特性已经不同于单圆柱的尾迹流场, 呈现高度的三维性流动。正交圆柱尾迹流场的内区域和外区域的划分和圆柱间距比 L/d 和 Re 数有关。Hideo 等^[3]、Zdravkovich^[1]和 Fox 等^[2,4]对其进行了研究, 并提出

了相应的临界值。

正交圆柱内区域的临界间距: 与串联双圆柱类似, 正交圆柱同样具有类似的临界间距, 当超过临界间距时, 流动状态将会发生显著的变化。Fox 等^[4]的研究也证实了这一点, Fox 等认为圆柱间距 $L/d = 3$ 为正交圆柱的临界间距。Zdravkovich^[1]和 Tsutomu 等^[5]也对其进行了研究。

正交圆柱内区域的二次流现象: 二次流是指在主流动区域内所出现的一种与主流性质不同的从属流动。Zdravkovich^[1]通过用油膜法对圆柱间距为 $L/d = 1$ 进行流动显示, 清楚地在上游圆柱尾部显示了四个流向涡。Tsutomu 等^[5]在间距为 $L/d < 2$, 且 Re 在 10^3 量级情况下发现了两种不同的流态, 分别对应着两种涡的存在, 即尾迹涡 (Trailing Vortex) 和颈链涡 (Necklace Vortex)。Yukio 等^[6]和 Fox 等^[2,4]等也对其进行了研究。

低 Re 数范围下正交圆柱的数值模拟研究: 对于正交圆柱的数值模拟。邓见等^[7]数值模拟了间距为 $L/d = 5$ 下, $Re = 200$ 的垂直交叉双圆柱绕流场, 发现了两圆柱间的流动的不稳定性, 具体表现为部分流体旋转上升或旋转下降形成螺旋型的涡结构。

2 实验装置

本文实验的速度脉动测量是在直流式风洞中进行的。实验段横截面尺寸为 $300 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$, 长度为 1000 mm , 如图 1 所示。

动力方面, 使用 ABB 公司的 ACS510 变频电机对风洞进行调速。其中经过实验验证, 风洞的自由来流速度与 ABB 电机频率成线性关系, 即频率

每上升 3 Hz, 速度上升约 0.03 m/s。

动态测量方面, 采用 DANTEC 热线风速仪, 通过三个 55P11 型一维热线探头测量圆柱尾迹的脉动速度, 安放位置如图 1 所示。其中 3 号热线探头相对于下游圆柱坐标为 $(6d, -65d, 3d)$, 其在整个实验中固定不动, 用来检测下游水平圆柱的剪切层上的脉动速度。1 号和 2 号热线探头保持竖直方向对齐 (同时移动和停止), y 方向和 z 方向的距离根据不同工况进行相应的处理。

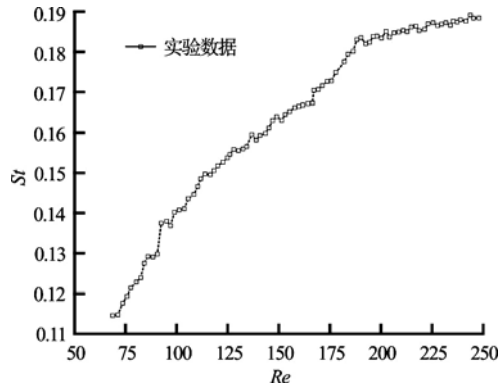


图 2 中心层工况下圆柱间距为 $6d$, 热线 3 的 $St-Re$ 关系图
Fig.2. Strouhal-Reynolds number relationship on the middle-symmetry-plane at $L/d = 6$ Hotwire 3

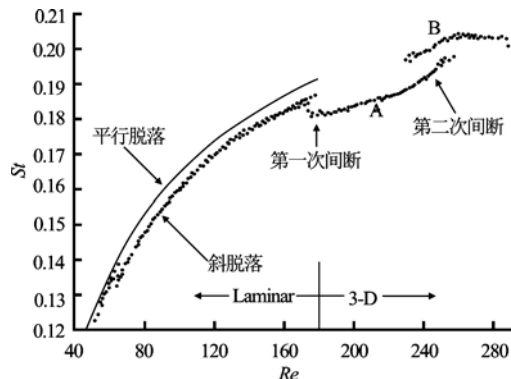


图 3 Williamson^[9] $St-Re$ 的比较
Fig.3. Strouhal-Reynolds number relationship over laminar and three-dimensional transition regimes

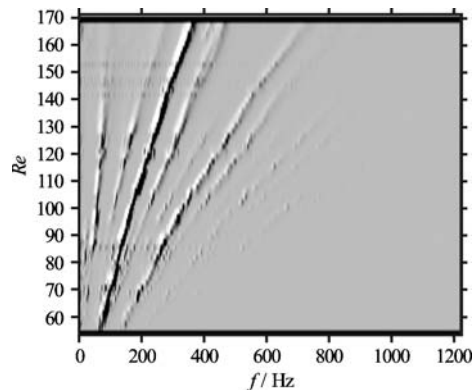


图 4 中心层工况下热线 2 在圆柱间距为 $3d$ 情况下自谱随 Re 数的演化
Fig.4. Reynolds-frequency number relationship on the middle-symmetry-plane at $L/d = 3$ Hotwire 2

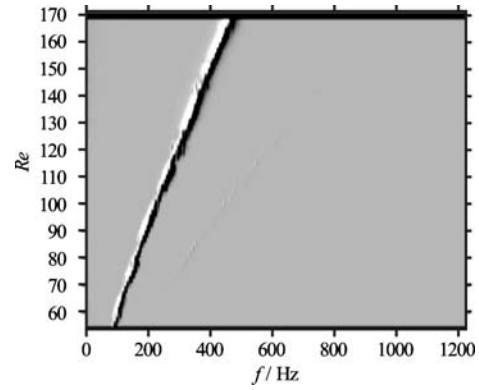


图 5 中心层工况下热线 3 在圆柱间距为 $3d$ 情况下自谱随 Re 数的演化
Fig.5. Reynolds-frequency number relationship on the middle-symmetry-plane at $L/d = 3$ Hotwire 3

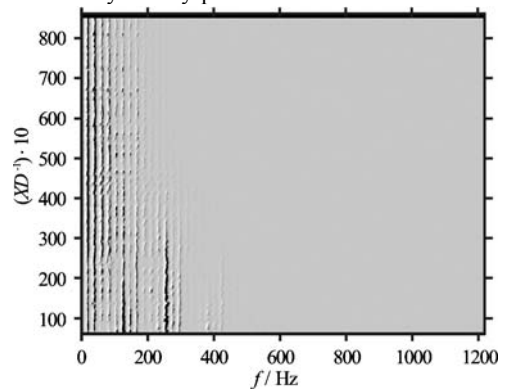


图 6 中心层工况下热线 2 在圆柱间距 $L/d = 3$, $Re = 84$ 情况下自谱的空间演化

Fig.6. The spatial evolution of self-spectra on the middle-symmetry-plane at $L/d = 3$ Hotwire 2 $Re = 84$

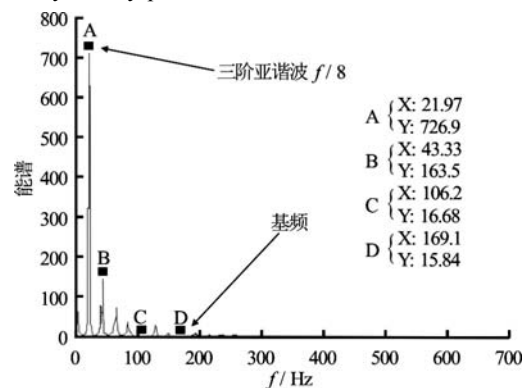


图 7 中心层工况下热线 2 在圆柱间距 $L/d = 3$, $Re = 84$ 情况下 $x/d = 37$ 处的自谱图

Fig.7. The spatial evolution of self-spectra on the middle-symmetry-plane at $L/d = 3$ Hotwire 2 $Re = 84$ $x/d = 37$

3 实验方案和工况介绍

实验将对 $L/d = 1$ 、 $L/d = 3$ 和 $L/d = 6$ 这三种圆柱间距进行测量。对于每一种间距, 分别进行了两类实验: 一种是变距离实验, 分别测量了对应于

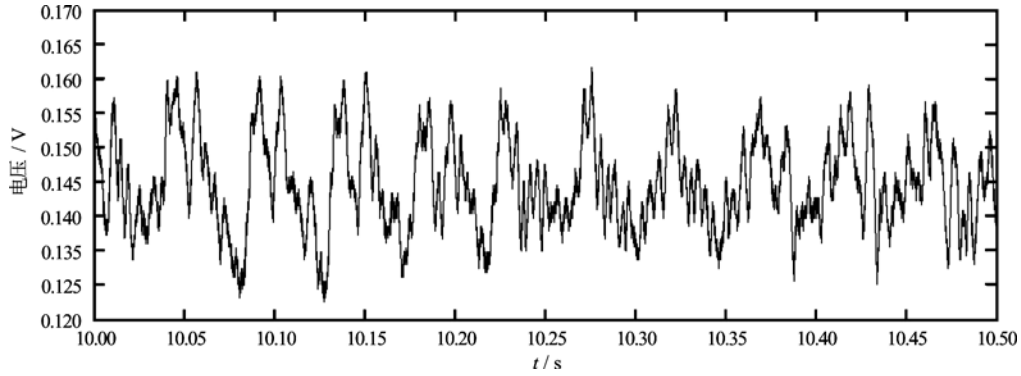


图 8 中心层工况下热线 2 在圆柱间距 $L/d = 3$, $Re = 84$ 情况下 $x/d = 37$ 处的时域图

Fig.8. The velocity fluctuations on the middle-symmetry-plane at $L/d = 3$ Hotwire 2 $Re = 84$ $x/d = 37$

$U = 1.09$ m/s ($Re = 68$)、 $U = 1.33$ m/s ($Re = 84$)、 $U = 1.65$ m/s ($Re = 103$)、 $U = 1.88$ m/s ($Re = 119$)、 $U = 2.12$ m/s ($Re = 134$) 和 $U = 2.68$ m/s ($Re = 171$) 速度下, 移动范围为距下游水平圆柱 $6d$ – $86d$ 的速度脉动; 另一种是变速度实验, 速度范围为 0.5 m/s– 3 m/s, 此时热线探头的位置固定不动。而每类实验分别考虑两种工况, 一种是在几何中心层上的位置测量速度脉动, 另一种是在几何剪切层上的位置测量速度脉动。然后通过所获得的实验数据研究尾迹的空间动力学行为。

4 基于自谱的实验分析

4.1 远离正交圆柱中心处 St 数随 Re 数的演化

图 2 显示了热线 3 所测速度脉动所对应的 St 与 Re 的关系图。从图中可以发现, 下游圆柱在远离正交圆柱中心处 (热线 3) 的尾迹存在规则的旋涡脱落, 基频随 Re 数呈单调增加。由于其余频率的能量相对与基频来说可以忽略不计, 故结合单圆柱绕流的特征可以推断, 在此位置处尾迹流动特征和单圆柱相似。

通过与 Williamson^[9]的 $St - Re$ 的比较, 如图 3 所示, 可以发现两者趋势完全相同, 故下游圆柱在远离正交圆柱中心处 (热线 3) 可以视为单圆柱工况。另一方面, 通过对热线 3 对应的 St 与 Re 的关系图 (图 2) 与 Williamson^[9]的 $St - Re$ (图 3) 的关系图进行仔细比较, 可以发现对应于相同的 Re 数, 热线 3 所测的 St 数略小于 Williamson^[9]所测的 St 数。这可以通过 Fox 等^[4]所作的研究解释这一现象, Fox 等^[4]认为对下游圆柱来说, 实际来流速度将小于自由来流的速度。对此, 可简单证明如下:

$$St_{**} = \frac{fd}{\text{自由来流}U} < \frac{fd}{\text{实际来流}U} = St_{\text{willimson}} \quad (1)$$

4.2 正交圆柱中心附近处自谱随 Re 数的演化

图 4 显示了在中心层工况下热线 2 在圆柱间距为 $3d$ 情况下自谱随 Re 数的演化。图 5 显示了在中心层工况下热线 3 在圆柱间距为 $3d$ 下自谱随 Re 数的演化, 图 5 是作为基频的参考。通过对图 4 和图 5 的等高线图的比较可以发现, 与单圆柱不同 (此时热线 3 所测数据等同于单圆柱情况的数据), 由于正交圆柱的结构差异, 出现了不同的频率分量。相对于单圆柱的情形, 正交圆柱不仅出现了基频 f 和倍频 $2f$, 更是出现了分数阶谐波和分数阶亚谐波, 籍此可推断出在正交圆柱中心处存在二次流现象。

4.3 特定 Re 数下流场形态的空间演化

在上文自谱随 Re 数的演化的讨论中, 已经发现与单圆柱不同, 由于正交圆柱的结构差异, 在正交圆柱中心附近处出现了不同的频率分量。

图 6 显示了在中心层工况下热线 2 在圆柱间距 $L/d = 3$, $Re = 84$ 情况下自谱随空间演化的等高线图。图 7 显示了图 6 工况下, $x/d = 37$ 处流向速度脉动的自谱图, 图 8 则为其对应的时域信号。

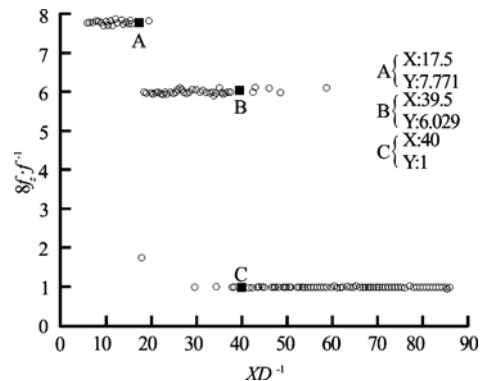
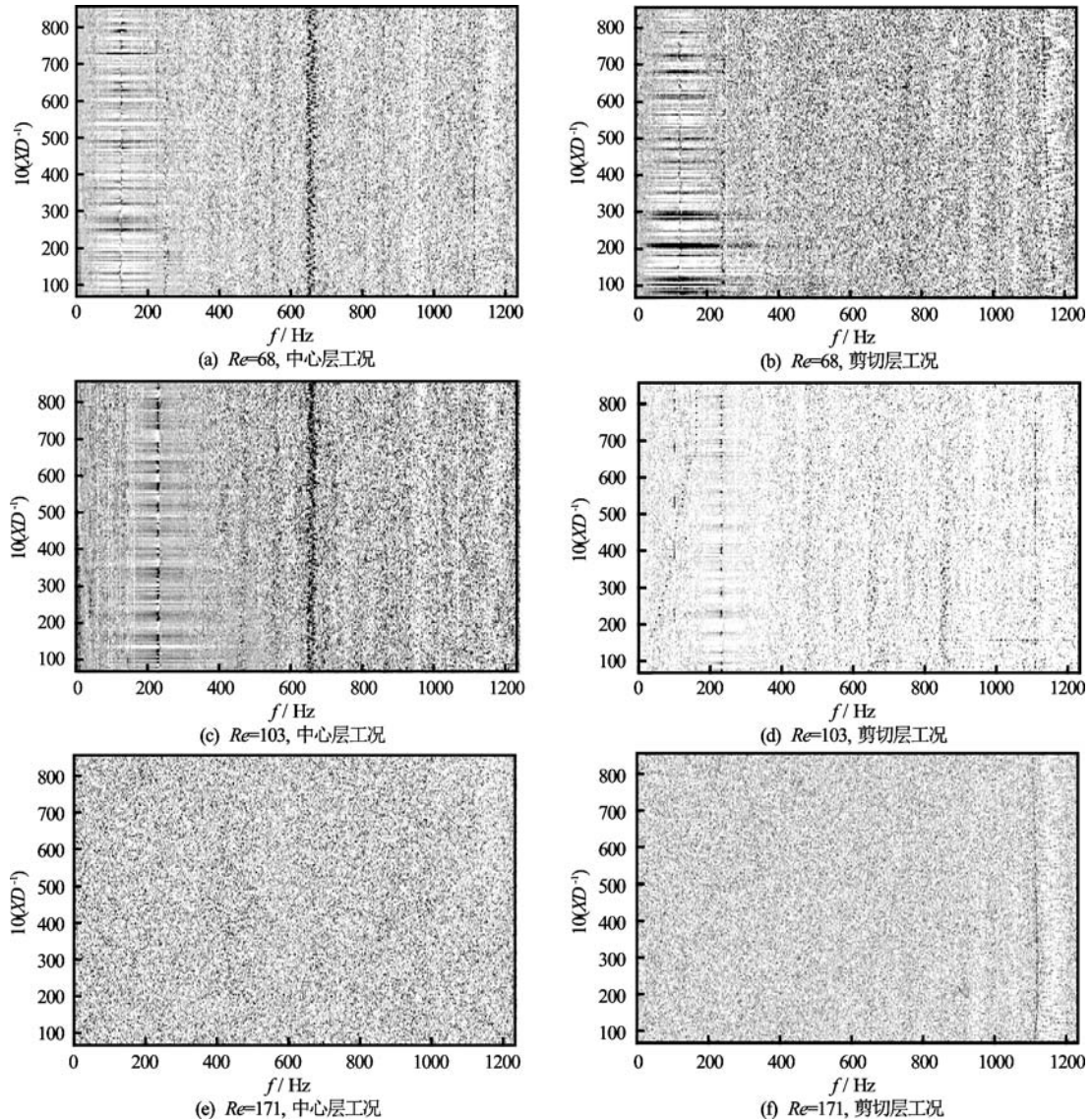


图 9 剪切层工况下热线 2 在圆柱间距 $L/d = 3$, $Re = 84$ 情况下主导频率的空间演化

Fig.9. The spatial evolution of the primary frequencies on the shear-layer-plane at $L/d = 3$ Hotwire 2 $Re = 84$

图 10 正交双圆柱绕流互谱图 ($L/d = 3$)Fig.10. The spatial-phase-pattern at $L/d = 3$

从图 7 和图 8 可以看出在此工况下, 正交圆柱尾迹处的脱落频率是以三阶亚谐波 $1/8f$ 为主导的。基于此, 本文认为正交圆柱尾迹处具有 8 次非线性, 并产生 $1/8$ 次亚谱共振。不同于单圆柱共振情形, 对于正交圆柱来说, 即使激励频率远高于系统固有频率, 仍可能在隔振频段内发生亚谱共振, 从而产生危险。如 1956 年, Lefschetz 曾报道了一架飞机的螺旋桨激发出机翼的 $1/2$ 次共振, 机翼共振又激发了尾翼的 $1/4$ 次共振, 以致飞机被破坏, 这一事件证明了此情况的特殊性。

另一方面, 除了出现了三阶亚谐波 $1/8f$ 之外, 同时出现了一阶亚谐波 $2/4f$ 、二阶亚谐波 $1/4f$ 以及由其线性组成的分数阶亚谐波。对于一阶亚谐波 $2/4f$ 、二阶亚谐波 $1/4f$ 和三阶亚谐波 $1/8f$ 的产生, 本文认为是由于正交圆柱的 4 个剪切层所引起的。对与每一个剪切层来说, 由于上下游两圆柱的

影响, 出现了旋转方向相同的涡列, 最终导致了此涡列相邻涡的归并, 产生了一阶亚谐波 $2/4f$, 由于正交圆柱共有 4 个剪切层, 势必使频率为一阶亚谐波 $2/4f$ 且旋转方向相同的涡列会进行第二次的归并以及频率为二阶亚谐波 $1/4f$ 且旋转方向相同的涡列进行第三次的归并, 最终产生了二阶亚谐波 $1/4f$ 和三阶亚谐波 $1/8f$ 。

4.4 中心层处和剪切层处主导频率在不同工况下的空间演化

图 9 显示了在剪切层, 热线 2 在圆柱间距 $L/d = 3$, $Re = 84$ 情况下主导频率的空间演化, 其中 f_z 表示正交圆柱尾迹下的速度脉动的主导频率, f 表示单圆柱尾迹下的速度脉动的主导频率。由图中可知, 在 $Re = 84$ 时, f 、 $1/8f$ 和 $6/8f$ 为此工况下

尾迹流态的主导频率, 这表明正交圆柱的尾迹的流动在 $Re = 84$ 时已经开始发生了三次归并现象, 同时尾迹中还存在伴随着 $2/8f$ 和 $4/8f$ 这两种频率交错排列的涡列 ($6/8f = 2/8f + 4/8f$)。对于三阶亚谐波 $1/8f$, 从图中可以看出是在无量纲尺度 $x/d \approx 40$ 时才变得明显, 而此时分数阶亚谐波 $6/8f$ 的能量可以忽略不计。而当 $x/d < 40$ 时, 则出现相反的情况, $6/8f$ 为此工况下尾迹流态的主导频率, 而相对地三阶亚谐波 $1/8f$ 的能量可以忽略不计。因此, 当 $x/d < 40$ 时, 尾迹流态以 $2/8f$ 和 $4/8f$ 这两种频率交错排列的涡列占主导位置; 而当 $x/d > 40$ 时, 尾迹流态以三次归并后的涡列占主导位置。

同样可对不同工况下的主导频率空间演化进行相同分析, 参见本文附录表格。

5 互谱的实验结果与分析

5.1 互谱分析

通常的频谱分析是无法获得相位的变化, 而在经典流动稳定性分析中, 通过互谱进行适当的运算可以获得相位的变化。在流动稳定性分析中^[11-13], 互谱相位的空间演化一般可以得出如下形式:

$$\text{ArgS}(f_m; \mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \boldsymbol{\alpha}_r(f_m) \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = \alpha_{r,x}(f_m) \cdot (x - x_0) +$$

$$\alpha_{r,y}(f_m) \cdot (y - y_0) + \alpha_{r,z}(f_m) \cdot (z - z_0) \quad (2)$$

式中: f_m 为频率; $\boldsymbol{\alpha}(f_m) = \boldsymbol{\alpha}_r(f_m) + i\boldsymbol{\alpha}_i(f_m)$ 表示波数。从式 (2) 中可看出, 表示相位与波数实部有关。

5.2 正交圆柱互谱的实验结果 (间距比为 $3d$)

图 10 显示了正交双圆柱绕流互谱图 ($L/d = 3$)。从图中可以发现, 在 $Re = 68$ 工况下和 $Re = 103$ 工况下, 相位等值线 $\text{ArgS}(f_m; \mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \text{const}$ 在某一频段内都表现为水平直线段。由式 (2) 可知, 对于 $\text{ArgS}(f_m; \mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \text{const}$, 当 $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = \text{const}$, 则有 $\boldsymbol{\alpha}_r(f_m) = \text{const}$, 亦即在频段 (f_α, f_β) 间, 所有频率具有相同的流向波数实部。

从图 10 中还可看出: 在 $Re = 68$ 工况下, 剪切层和中心层的波数频带区域相同, 频率均在 120 Hz 附近 (约为 50 Hz–200 Hz), 该现象在距圆柱 80d 范围内都存在, 其频率有较宽的频带; 在 $Re = 103$ 工况下, 与 $Re = 68$ 工况基本相似, 频带约为 150–300; 随着雷诺数的增大, 在 $Re = 171$ 工况下, 水

平直线段不管在剪切层和中心层都没有出现, 这是由于在 $Re = 171$ 工况下出现了不稳定的小尺度环状涡所致。

根据上述对垂直圆柱的空间相位分析, 相比较于对应工况下脱落主导频率 122 Hz ($Re = 68$) 和 234 Hz ($Re = 103$), 发现无论是 $Re = 68$ 工况还是 $Re = 103$ 工况, 波数保持相同的区域的中心处恰为正交圆柱脱落主导频率, 不同之处在于 $Re = 103$ 工况下, 一阶亚谐波 $f/2$ 并不处在频带区域。另一方面, 随着雷诺数的进一步增大, 固定频率范围内波数相同的现象将不再发生, 这表明随着 Re 数增加, 相位关联消失。

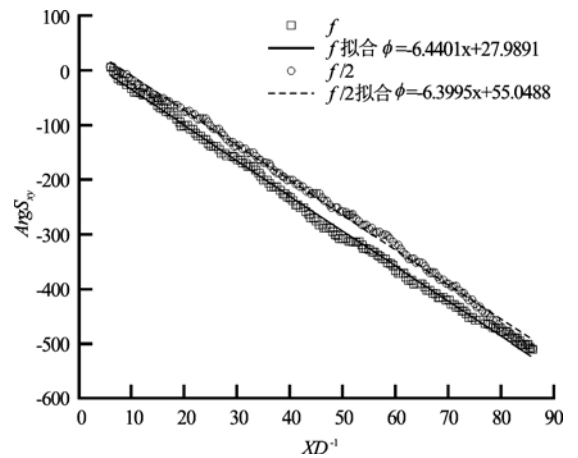


图 11 $Re = 68$ 工况, 脱落频率为 122 Hz 情况下中心层 f 和 $f/2$ 相关频率的空间相位演化

Fig.11. The spatial phase evolutions of the shedding-frequency (122 Hz) with its 1st sub-harmonic and harmonic at $Re = 68$

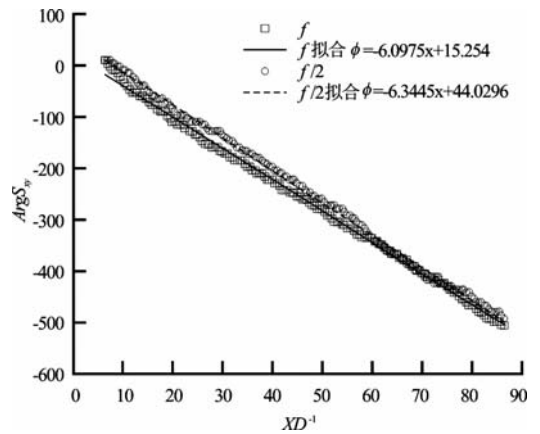


图 12 $Re = 103$ 工况, 脱落频率为 234 Hz 情况下中心层 f 和 $f/2$ 相关频率的空间相位演化

Fig.12. The spatial phase evolutions of the shedding-frequency (234 Hz) with its 1st sub-harmonic and harmonic at $Re = 103$

考虑到 $Re = 68$ 工况和 $Re = 103$ 工况下互谱的影响频带区域的区别, 在做空间相位演化图时考虑

一阶亚谐波 $f/2$ 。图 11 和图 12 分别表示 $Re = 68$ 工况和 $Re = 103$ 工况下脱落频率 f 和一阶亚谐波 $f/2$ 的空间相位演化。通过拟合可以发现, 相比较于 $Re = 103$ 工况, $Re = 68$ 工况下互谱 f 和 $f/2$ 的斜率更接近, 并且 $Re = 68$ 工况下 f 的空间相位演化在较长空间段中呈直线演化特征。

基于频率空间相位演化的线性特征, 可通过确定空间线性演化段的斜率确定出流向波数实部 $\alpha_{r,x}(f_m)$

$$k = \frac{[\text{ArgS}(f_m, x_2) - \text{ArgS}(f_m, x_1)]}{[x_2 - x_1]/D} = \alpha_{r,x}(f_m)D \quad (3)$$

由此可得出流向波速实部 $C_{r,x}(f_m)$, 即为

$$\frac{C_{r,x}}{U} = \frac{2\pi f_m}{U \alpha_{r,x}(f_m)} = 2\pi \cdot \frac{f_m D}{U} \cdot \frac{1}{\alpha_{r,x}(f_m) D} = 2\pi \cdot St(f_m) \cdot \frac{1}{\alpha_{r,x}(f_m) D} \quad (4)$$

表 1 显示了在 $Re = 68$ 和 $Re = 103$ 工况下 f 和 $f/2$ 流向波数及波速实部。由表可知: 在相当宽广的空间范围, $Re = 68$ 工况下脱落频率与其一阶亚谐波具有几乎一致的流向波数实部, 称为波数匹配^[12,13]; 而 $Re = 103$ 工况下脱落频率与一阶亚谐波的流向波数实部有明显的差距。上述定量测量结果与以等直线段为特征的互谱图(图 10)相容。

表 1 $Re = 68$ 和 $Re = 103$ 工况下
流向波数及波速实部

Table.1. The determination of the real parts of wave-numbers and wave-velocities of the shedding-frequency with its 1st sub-harmonic at $Re = 68$ and $Re = 103$

Re	Hz	$St(f_m)$	$\alpha_{r,x}(f_m)D$	$C_{r,x}(f_m)/U$	x/d
68	122	0.1119	6.44	0.72	6-86
68	61	0.0560	6.40	0.36	6-86
103	234	0.1418	6.10	0.87	6-86
103	117	0.0709	6.34	0.45	6-86

6 结论

本文通过变速度和变距离实验对低 Reynolds 数下正交圆柱尾迹空间的演化进行了研究, 分析了在不同间距下中心层和剪切层上旋涡的脱落频率随 Re 数的变化和在特定 Re 数下流场形态的空间演

化, 得出以下主要结论:

(1) 通过热线对下游圆柱的尾迹测量速度脉动, 发现在远离正交圆柱中心处存在规则的旋涡脱落。在此位置处, 尾迹流动特征和单圆柱相似, 故可以认为下游圆柱在远离正交圆柱中心处可以视为单圆柱工况。并通过与 Williamson 等^[9]所测的 St 数与 Re 数的关系图的比较, 得出实际来流小于自由来流的结论。

(2) 通过频谱分析发现了在正交圆柱中心处存在二次流现象。

(3) 通过对正交圆柱尾迹空间测量的速度脉动进行频谱分析发现: 相对于单圆柱的情形, 正交圆柱不仅出现了基频和倍频, 更是出现了分数阶谐波和分数阶亚谐波。

(4) 正交圆柱尾迹流态存在三次归并后的涡列, 并在特定工况下占主导位置, 即主导频率为亚谐波。对于正交圆柱来说, 即使激励频率远高于系统固有频率, 仍可能在隔振频段内发生亚谐共振而产生危险。

(5) 在 $Re = 68$ 和 $Re = 103$ 工况下发现波数匹配现象, 这同单圆柱尾迹的情况一致, 并且波数保持相同区域的中心处恰为正交圆柱脱落主导频率, 但随着 Re 数增加, 相位关联消失。

参 考 文 献:

- [1] ZDRAVKOVICH M M. Interference between two circular cylinders forming a cross[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1983, 128: 231-246.
- [2] FOX T A. Wake characteristics of two circular cylinders arranged perpendicular to each other[J]. Journal of Fluids Engineering, 1991, 113(1): 45-50.
- [3] HIDEO OSAKA, IKUO NAKAMURA, HIDEMI YAMADA, et al. The structure of a turbulent wake behind a cruciform circular cylinder. I-The mean velocity field[J]. Bulletin of the JSME., 1983, 26(213): 356-363.
- [4] FOX T A, TOY N. Fluid flow at the center of a cross composed of tubes[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 1988, 9(1): 53-61.
- [5] TSUTOMU TAKAHASHI, LASZLO BARANYI, MASATAKA SHIRAKASHI. Configuration and frequency of longitudinal vortices shedding from two circular cylinders in cruciform arrangement[J]. Journal of the Visualization Society of Japan, 1999, 19(75): 328-336.
- [6] YUKIO TOMITA, SUSUMU INAGAKI, SHOJI

- SUZUKI, et al. Acoustic characteristics of two circular cylinders forming a cross in uniform flow (effect on noise reduction and flow around both cylinders)[J]. The Japan Society of Mechanical Engineers, 1987, 30(265): 1069-1079.
- [7] 邓见, 任安禄, 邹建锋. 垂直交叉双圆柱绕流数值模拟及涡结构分析[J]. 空气动力学学报, 2005, 23(1): 29-34.
DENG Jian, REN An-lu, ZOU Jian-feng. Numerical simulations of flow around two circular cylinders in cruciform arrangement and vortex structures analysis[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2005, 23(1): 29-34.
- [8] WILLIAMSON C H K. Vortex dynamics in the cylinder wake[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1996, 28: 477-539.
- [9] WILLIAMSON C H K. Three-dimensional wake transition[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1996, 328: 345-407.
- [10] 胡海岩. 应用非线性动力学[M]. 北京, 中国: 航空工业出版社, 2000.
HU Hai-yan. Nonlinear dynamics[M]. Beijing, China: Aviation Industry Press, 2000.
- [11] 谢锡麟. 开放流场空间动力学行为的一种实验研究框架及几类经典流场研究[D]. 博士论文, 复旦大学, 上海, 中国, 2004.
XIE Xi-lin. The framework of an experimental study of the dynamic behavior of open flow field space and a few classic flow field[D]. Doctoral Thesis, Fudan University, Shanghai, China, 2004.
- [12] 尚宣廷, 谢锡麟, 麻伟巍, 等. 基于自谱及互谱实验研究二维单圆柱尾迹空间动力学行为[J]. 力学季刊, 2010, 31(3): 319-328.
SHANG Xuan-ting, XIE Xi-lin, MA Wei-wei, et al. Experimental studies on the spatial dynamical behaviors of two dimensional wakes of a circular-cylinder based on self- and cross-spectra[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2010, 31(3): 319-328.
- [13] 谢锡麟, 麻伟巍. 真实开放流场空间动力学行为分析的基本思想及方法[J]. 中国科技论文在线精品论文, 2012, 5(3): 250-259.
XIE Xi-lin, MA Wei-wei. The primary ideas and methodologies of spatial dynamics analysis of real open flows and some contemporary developments[J]. Online published in <http://www.paper.edu.cn/>, 2012, 5(3): 250-259.

附录:

附表 1 $Re = 68$ 下主导频率的空间演化 ($St = 0.11$)Table 1. The spatial evolution of the primary frequencies at $Re = 68$ ($St = 0.11$)

热线位置	圆柱间距 L	无量纲尺度 x/d	主导频率 f_z
中心层	$1d$	6-86	$4f/8$
中心层	$3d$	6-20	$6f/8$
		20-86	$2f/8, f/8$
中心层	$6d$	6-86	$f/8$
剪切层	$1d$	6-86	$4f/8$
剪切层	$3d$	6-20	f
		20-86	$2f/8, 6f/8$
剪切层	$6d$	6-42	f
		42-86	低频段

附表 2 $Re = 84$ 下主导频率的空间演化 ($St = 0.13$)Table 2. The spatial evolution of the primary frequencies at $Re = 84$ ($St = 0.13$)

热线位置	圆柱间距 L	无量纲尺度 x/d	主导频率 f_z
中心层	$1d$	6-86	$4f/8$
		6-19	$6f/8$
中心层	$3d$	19-26	$2f/8, f/8, 12f/8$
		26-53	$f/8$
		53-86	$2f/8, f/8$
中心层	$6d$	6-14	$f/8$
		14-42	$7f/8$
剪切层	$1d$	42-86	$2f/8, f/8$
		6-86	$4f/8$
剪切层	$3d$	6-17.5	f
		17.5-40	$6f/8$
剪切层	$6d$	40-86	$f/8$
		6-38	f
		38-86	低频段

附表3 $Re = 103$ 下主导频率的空间演化 ($St = 0.14$)Table 3. The spatial evolution of the primary frequencies at $Re = 103$ ($St = 0.14$)

热线位置	圆柱间距 L	无量纲尺度 x/d	主导频率 f_z
中心层	$1d$	6-86	$3f/8$
		6-17	$2f/8, 6f/8$
中心层	$3d$	17-65	$2f/8$
		65-86	$2f/8, 4f/8$
中心层	$6d$	6-44	$7f/8$
		44-86	$f/8$
剪切层	$1d$	6-13	f
		13-86	$5f/8$
剪切层	$3d$	6-14	$2f/8$
		14-86	$2f/8, 6f/8$
剪切层	$6d$	6-75	f
		75-86	低频段

附表4 $Re = 119$ 下主导频率的空间演化 ($St = 0.15$)Table 4. The spatial evolution of the primary frequencies at $Re = 119$ ($St = 0.15$)

热线位置	圆柱间距 L	无量纲尺度 x/d	主导频率 f_z
中心层	$1d$	6-86	$3f/8$
中心层	$3d$	6-31	$6f/8$
		31-86	$2f/8$
中心层	$6d$	6-86	$f/8$
		6-21.5	f
剪切层	$1d$	21.5-59	$6f/8$
		59-86	$3f/8$
剪切层	$3d$	6-21	$6f/8$
		21-86	$2f/8$
剪切层	$6d$	6-30	f
		30-86	低频段

附表5 $Re = 134$ 下主导频率的空间演化 ($St = 0.16$)Table 5. The spatial evolution of the primary frequencies at $Re = 134$ ($St = 0.16$)

热线位置	圆柱间距 L	无量纲尺度 x/d	主导频率 f_z
中心层	$1d$	6-36.5	$3f/8$
		36.5-86	低频段
中心层	$3d$	6-37	$6f/8$
		37-86	低频段
中心层	$6d$	6-28	f
		28-55	$f/8$
剪切层	$1d$	55-86	低频段
		6-39.5	$6f/8$
剪切层	$3d$	39.5-86	低频段
		6-18	$6f/8$
剪切层	$6d$	18-45	$2f/8$
		45-86	低频段
剪切层	$6d$	6-32	f
		32-86	低频段

附表6 $Re = 171$ 下主导频率的空间演化 ($St = 0.17$)Table 6. The spatial evolution of the primary frequencies at $Re = 171$ ($St = 0.17$)

热线位置	圆柱间距 L	无量纲尺度 x/d	主导频率 f_z
中心层	$1d$	6-86	低频段
中心层	$3d$	6-86	低频段
中心层	$6d$	6-86	低频段
剪切层	$1d$	6-86	低频段
剪切层	$3d$	6-86	低频段
剪切层	$6d$	6-86	低频段